

TÜREV UYGULAMALARI - 8

LİMİTE UYGULANMA (L'HOPİTAL)

TÜREVİN LİMİTE UYGULANIŞI

Belirsizlikler : Limit hesabında bazen karşımıza $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, 1^0, \infty^0$ gibi durumlar çıkar. Bu bölümde bu belirsizliklerin nasıl gidereceğimizi göreceğiz.

L Hopital Kuralı : f ve g fonksiyonları a noktasında türevlenebilir fonksiyonlar ve $f(a)=g(a)$ olsun.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ olur.}$$

İspat

$$\frac{f'(a)}{g'(a)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)-g(a)}{x-a}}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{g(x)-g(a)}}{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{g(x)-g(a)}} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Uyarı

L' Hopital kuralında payın türevinin paydanın türevine bölündüğüne (yani bölüm türevi alınmadığına) dikkat ediniz

1. $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği : Pay ve paydanın türevi ayrı ayrı alınır ve tekrar limit hesaplanır. Gerekirse işlem tekrarlanır.

Örnek...1 : * BELİRSİZLİKLER DEN SONRA TÜREV

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^2-2x} = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{3x^2}{2x-2} \rightarrow \frac{12}{2} = 6$$

Örnek...2 :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^2}{x^2-9} = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{2(x-3)}{2x} \rightarrow \frac{0}{6} = 0$$

Örnek...3 :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-\sqrt[3]{x})}{\sqrt{x}-x} = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{\frac{1}{2}x^{-1/2} - \frac{1}{3}x^{-2/3}}{\frac{1}{2}x^{-1/2} - 1}$$

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{1/6}{-1/2} = -1/3$$

Örnek...4 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x)}{x} = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{\cos x}{1} \rightarrow 1$$

Örnek...5 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3}{x-\sin x} = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{12x^2}{1-\cos x} \rightarrow \frac{0}{0} \quad \frac{24x}{\sin x} \rightarrow \frac{0}{0}$$

$$\frac{24}{\cos x} \Rightarrow 24$$

Örnek...6 :

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{2+x}-\sqrt{7})}{x-5} = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{\frac{1}{2\sqrt{2+x}}}{1} = \frac{1}{2\sqrt{7}}$$

Örnek...7 :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\ln(2x-1))}{\sqrt{x} \cdot \sin(x-1)} = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{\frac{1}{2x-1}}{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sin(x-1) + \cos(x-1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

$$\frac{1/1}{0+1} = 1$$

TÜREV UYGULAMALARI

LİMİTE UYGULANMA (L'HOPİTAL)

Örnek...8 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{4x^2 - 1} \right) = ? \quad \frac{\infty}{\infty} \quad \frac{2x+3}{8x} \quad \frac{\infty}{\infty} \quad \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Örnek...9 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3x^5 + 1}{2x^2 - 1} \right) = ? \quad \frac{\infty}{\infty} \quad \frac{-15x^4 + 2x}{4x} \quad \frac{\infty}{\infty} \quad \frac{-60x^3 + 2}{4} \rightarrow -\infty$$

Örnek...10 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\log x}{e^x} \right) = ? \quad \frac{\infty}{\infty} \quad \frac{1}{\ln 10} \cdot \frac{1}{x} \rightarrow \frac{1}{\infty} = 0$$

Örnek...11 :

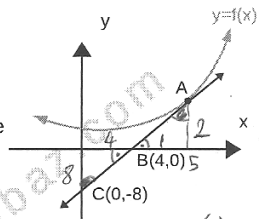
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2^x - 7^x}{5^x} \right) = ? \quad \frac{-\infty}{\infty} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{2}{5} \right)^x - \left(\frac{7}{5} \right)^x \right) \quad 0 - \infty = -\infty$$

Örnek...12 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = ?$$

Örnek...13 :

$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve bu fonksiyona üzerindeki apsisi 5 olan A noktasından çizilen ve B ile C noktalarından geçen teğet doğru şeklindeki gibidir. Buna göre



$$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{f(x) - 2}{x - 5} \right) = ? \quad \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f'(x)}{1} = f'(5) = m_t = \frac{8}{4} = 2$$

Örnek...14 :

$$f(x) = x\sqrt{x} \text{ ise } \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(1+h) - f(1)}{h} \right) = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{f'(1+h)}{1} = f'(1)$$

$$f(x) = x^{3/2} \quad f'(x) = \frac{3}{2} x^{1/2} \quad f'(1) = \frac{3}{2}$$

Örnek...15 :

$$f, R \text{ 'de türevli bir fonksiyon ve } f'(1)=3 \text{ ise } \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(1+2h) - f(1-3h)}{h} \right) = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{f'(1+2h) \cdot 2 - f'(1-3h) \cdot (-3)}{1}$$

$$\frac{3 \cdot 2 - 3 \cdot (-3)}{1} = \frac{15}{1} = 15$$

Örnek...16 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin 2x}{6x} \right) = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Örnek...17 :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\arctan(x-2)}{x^2 - 4} \right) = ? \quad \frac{0}{0} \quad \frac{1}{1+(x-2)^2} = \frac{1}{4}$$

Örnek...18 :

Uygun şartlarda tanımlı $y=f(x)$ fonksiyonu için

$$f(5)=125 \text{ ve } f'(5)=-3 \text{ ise } \lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{\sqrt[3]{f(x)} - 5}{5-x} \right) = ? \quad \frac{0}{0}$$

$$\frac{\frac{1}{3} f(x)^{-2/3} \cdot f'(x)}{-1} \rightarrow \frac{\frac{1}{3} \cdot (5^3)^{-2/3} \cdot (-3)}{-1} = \frac{1}{25}$$

TÜREV UYGULAMALARI

LİMİTE UYGULANMA (L'HOPİTAL)

2. $\infty - \infty$ ve $0 \cdot \infty$ belirsizliği : bu durumda ifade çeşitli işlemlerle $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği durumuna getirilir.

Örnek...19 :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \cdot \ln x) = ? \quad 0 \cdot (-\infty)$$

$$\frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \rightarrow \frac{-\infty}{\infty} \quad \frac{1/x}{-1/x^2} = -x \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$$

Örnek...20 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right) = ? \quad \frac{1}{0} - \frac{1}{0} = \infty - \infty$$

$$\frac{x - e^x + 1}{x(e^x - 1)} = \frac{0}{0} \quad \frac{1 - e^x}{e^x - 1 + x \cdot e^x} \rightarrow \frac{0}{0}$$

$$\frac{-e^x}{e^x + e^x + e^x \cdot x} \rightarrow \frac{-1}{2} \quad \frac{1}{2}$$

Örnek...21 :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{x^3 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) = ? \quad \frac{3}{0} - \frac{1}{0} = \infty - \infty$$

$$\frac{3 - x^2 - x - 1}{x^3 - 1} = \frac{2 - x^2 - x}{x^3 - 1} \quad \frac{0}{0}$$

$$\frac{-2x - 1}{3x^2} \rightarrow \frac{-3}{3} = -1$$

Örnek...22 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) = ? \quad \frac{1}{0} - \frac{1}{0} = \infty - \infty$$

$$\frac{x - \sin x}{x \sin x} = \frac{0}{0} \quad \frac{1 - \cos x}{\sin x + x \cos x} \quad \frac{0}{0}$$

$$\frac{\sin x}{(\cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x))} = \frac{0}{1 + 0} = 0$$

Örnek...23 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \cot x) = ? \quad 0 \cdot \infty$$

$$x \cdot \frac{1}{\tan x} = \frac{x}{\tan x} \cdot \frac{0}{0} \quad \frac{1}{1 + \tan^2 x} \rightarrow \frac{1}{2}$$

Örnek...24 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 \csc^2 x - \frac{1}{1 - \cos x} \right) = ? \quad \frac{\infty}{0} - \frac{\infty}{0}$$

$$\frac{2 - 1 - \cos x}{\sin^2 x} = \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{\sin x}{2 \sin x \cos x} = \frac{1}{2 \cos x} = \frac{1}{2}$$

Örnek...25 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \left(\frac{5}{\sin x} \right) = ? \quad 0 \cdot \infty$$

$$\frac{5x}{\sin x} \rightarrow \frac{5}{\cos x} \rightarrow \frac{5}{1} = 5$$

Örnek...26 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^x \cdot \ln \left(\frac{1}{x} \right) = ? \quad \infty \cdot (-\infty) = -\infty$$

TÜREV UYGULAMALARI

LİMİTE UYGULANMA (L'HOPİTAL)

3. $0^0, 1^0, \infty^0$ belirsizlikleri: belirsizliğe yol açan $y=[f(x)]^{g(x)}$ biçimindeki ifadelerde ilk önce her iki tarafın logaritması (ln) alınır ve ifade $0/0$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği durumuna getirilir. İny limiti bulunduğundan sonra işleme devam edilir

Örnek...27: $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^x = ?$ 0^0

$y = (\sin x)^x \Rightarrow \ln y = x \cdot \ln \sin x$

$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln(\sin x) = 0 \cdot (-\infty)$

$\frac{\ln(\sin x)}{\frac{1}{x}} = \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{-1}{x^2}} \rightarrow 0$

$\ln y \rightarrow 0 \Rightarrow y \rightarrow 1$

Örnek...28: $\lim_{x \rightarrow \infty} (x)^{\frac{1}{x}} = ?$ ∞^0

$y = x^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \ln x$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = \frac{\infty}{\infty}$

$\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2}} = 0$

$\ln y \rightarrow 0 \Rightarrow y \rightarrow 1$

Örnek...29: $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1)^{x-1} = ?$ 0^0

$y = (x-1)^{x-1} \Rightarrow \ln y = (x-1) \cdot \ln(x-1)$

$\frac{\ln(x-1)}{\frac{1}{x-1}} = \frac{\frac{1}{x-1}}{\frac{-1}{(x-1)^2}} = -(x-1)$

$\ln y \rightarrow 0 \Rightarrow y \rightarrow 1$

Örnek...30: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = ?$ 1^∞

$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \Rightarrow \ln y = x \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \rightarrow \infty \cdot 0$

$\frac{\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = \frac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{-1}{x^2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} \rightarrow 1$

$\ln y \rightarrow 1 \Rightarrow y \rightarrow e$

Örnek...31: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x}\right)^{4x-4} = ?$ 1^∞

$y = \left(\frac{x+5}{x}\right)^{4x-4}$

$\ln y = (4x-4) \ln\left(1 + \frac{5}{x}\right)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot \ln\left(1 + \frac{5}{x}\right)}{\frac{1}{x-1}} = \frac{-\frac{5}{x^2}}{\frac{-1}{(x-1)^2}} = 20$

$\ln y \rightarrow 20 \Rightarrow y \rightarrow e^{20}$

Örnek...32: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{x+3}{x}\right)^{x+2} = ?$ 1^∞

$y = \left(1 + 1 - \frac{x+3}{x}\right)^{x+2} = \left(1 + \frac{-3}{x}\right)^{x+2}$

$\frac{-3}{x} \cdot (x+2) \rightarrow -3$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{x+3}{x}\right)^{x+2} = e^{-3}$ (teoremi kullandık)

L'Hopital ile sız yepuniz.

Örnek...33: $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{\sin \frac{1}{x}} = ?$ ∞^0

$y = (1+x)^{\sin \frac{1}{x}}$

$\ln y = \sin \frac{1}{x} \cdot \ln(1+x)$ $0 \cdot \infty$

$\frac{\ln(1+x)}{\frac{1}{\sin \frac{1}{x}}} = \frac{\frac{1}{1+x}}{\frac{-1}{x^2} \cdot \cos \frac{1}{x} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)}$

$\frac{1}{1+x} = \frac{x^2 \sin^2 \frac{1}{x}}{(1+x) \cdot \cos \frac{1}{x}} = \frac{1}{\infty} = 0$

$\ln y \rightarrow 0 \Rightarrow y \rightarrow 1$

TÜREV UYGULAMALARI

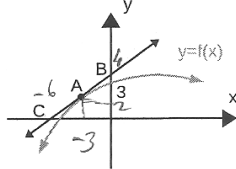
LİMİTE UYGULANMA (L'HOPİTAL)

DEĞERLENDİRME

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 2}{x^2 - 1} \right) = ?$ $\frac{0}{0}$ $\frac{3x^2 - 10x + 2}{2x}$

$-\frac{5}{2}$ $\frac{1}{1}$

- 2) Şekilde $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor. A(-3,k) noktasından bu eğriye çizilen teğet C(-6,0) ve B(0,4) noktalarından geçmektedir



$m_t = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $f(-3) = 2$

$\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{f^2(x) - 4}{\arctan(3+x)} \right) = ?$ $\frac{0}{0}$

$$\frac{2f(x) \cdot f'(x)}{1} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{1}} = \frac{8}{3}$$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} - 1} \right) = ?$ $\frac{0}{-1} = 0$ $\frac{1}{4}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x^2}{x} \right) = ?$ $\frac{0}{0}$

$$\frac{\cos x^2 \cdot 2x}{1} \rightarrow \frac{0}{1} = 0$$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{1+x} - \cos x} \right) = ?$ $\frac{0}{0}$

$$\frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \sin x} \rightarrow \frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{2} + 0} = 2$$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 4x + 1}{x^2 - 1} \right) = ?$ $\frac{\infty}{\infty}$

çünkü 1 (derece eşit)
başlatmayı ordu
L'Hopital'e siz yapınız.

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln x}{e^x} \right) = ?$ $\frac{\infty}{\infty}$ $\frac{1/x}{e^x} = \frac{1}{\infty} \rightarrow 0$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 7^x}{7 \cdot 5^x} \right) = ?$ $\frac{-\infty}{\infty}$

$7^x (3 \cdot \frac{2^x}{7^x} - 2)$
 $\frac{5^x \cdot 7}{-1} = -\infty$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{1 - \cos \frac{x}{2}} \right) = ?$ $\frac{0}{0}$ $\frac{\sin x}{\sin \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2}}$ $\frac{0}{0}$

$\frac{\cos x}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$ $\frac{1}{4}$

10) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right) = ?$ $\frac{1}{0} - \frac{1}{0} = \infty - \infty$

$\frac{x+2-1}{x^2-4} = \frac{x+1}{x^2-4}$ $\frac{3}{0^+ \cdot 0^-}$ $\frac{3}{0^- \cdot 0^+}$ $\frac{3}{0^- \cdot 0^+} = -\infty$

TÜREV UYGULAMALARI

LİMİTE UYGULANMA (L'HOPİTAL)

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} ((\cot x)^{\tan x}) = ? \quad \infty^0$$

$$y = (\cot x)^{\tan x} \quad \ln y = \tan x \cdot \ln(\cot x)$$

$$\frac{-(1 + \cot^2 x)}{\cot x} = \frac{\ln \cot x}{\cot x} \rightarrow 0$$

$$- (1 + \cot^2 x) = \ln y \rightarrow 0 \rightarrow y \rightarrow 1$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{cosec} x)^{\sin x} = ? \quad \infty^0$$

$$y = (\operatorname{cosec} x)^{\sin x} \quad \ln y = \sin x \cdot \ln(\operatorname{cosec} x)$$

$$\sin x \cdot \ln\left(\frac{1}{\sin x}\right) = \sin x \cdot (-\ln(\sin x)) = 0 \cdot \infty$$

$$\frac{-\ln(\sin x)}{\frac{1}{\sin x}} \rightarrow \frac{\cos x}{1 - x} = -\sin x = 0$$

$$\frac{1}{\sin x} \rightarrow \frac{1}{x} \cdot \cos x \quad \ln y \rightarrow 0 \rightarrow y \rightarrow 1$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} (\log(200x^2 + 4) - \log(2x^2 + 5x + 1)) = ?$$

$$\ln \log \left(\frac{200x^2 + 4}{2x^2 + 5x + 1} \right) \rightarrow \log 100 \rightarrow 2$$

$$14) f \text{ R'de sürekli bir fonksiyon ve } f'(1) = -3 \text{ ise}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(1-2h) - f(1+3h)}{4h} \right) = ? \quad 0/0$$

$$\frac{f'(-2) \cdot (-2) - f'(3) \cdot 3}{4} = \frac{-3 \cdot (-2) - (-3) \cdot 3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin(ax)}{bx} \right) = ? \quad 0/0$$

$$\frac{a}{\sqrt{1 - (ax)^2}} \rightarrow \frac{a}{b}$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$16) f(x) = \ln(\arctan x) \text{ ise } \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(1-h) - f(1)}{\pi h} \right) = ? \quad 0/0$$

$$\frac{f'(1-h) \cdot (-1)}{\pi} = -\frac{f'(1)}{\pi} = \frac{-1/\pi/4}{\pi} = \frac{-4}{\pi^2}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right) = ? \quad \frac{1}{0} - \frac{1}{0} = \infty - \infty$$

$$\frac{x - e^x + 1}{x(e^x - 1)} = \frac{0}{0} \quad \frac{1 - e^x}{e^x - 1 + e^x \cdot x} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{-e^x}{e^x + e^x x + e^x} = -\frac{1}{2}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 2} (x-2)^{x-2} = ? \quad 0^0$$

$$\ln y = (x-2) \ln(x-2)$$

$$\frac{\ln(x-2)}{\frac{1}{x-2}} \Rightarrow \frac{1/x-2}{(x-2)^2} = -(x-2) \rightarrow 0$$

$$\ln y \rightarrow 0 \rightarrow y \rightarrow 1$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) = ? \quad \frac{1}{0} - \frac{1}{0} = \infty - \infty$$

$$\frac{x^2 \ln x - x + 1}{(x-1) \cdot \ln x} \quad 0/0$$

$$\frac{2x \ln x + \frac{1}{x} \cdot x^2 - 1}{\ln x + \frac{1}{x}(x-1)} \rightarrow \frac{0}{0} \quad \frac{2 \ln x + \frac{1}{x} \cdot 2x + 1}{1 + 1/x^2} \rightarrow \frac{3}{2}$$

$$20) 1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r} \text{ ise } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2} \right)^k = ?$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2} \right)^n = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n}{1 - \frac{1}{2}} \right)$$

$$n \rightarrow \infty \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \rightarrow \frac{1}{1/2}$$