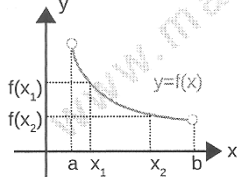


TÜREV UYGULAMALARI - 2

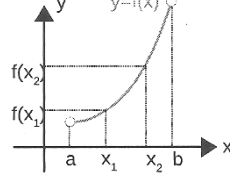
ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR

TÜREV VE ARTANLIK AZALANLIK

$f: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)$ olsun
her $x_1 < x_2$ için $f(x_1) < f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonu artan
her $x_1 < x_2$ için $f(x_1) > f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonu azalan fonksiyondur.



$x_1 < x_2$ ve $f(x_1) > f(x_2)$ olduğundan $f(x)$ azalandır



$x_1 < x_2$ ve $f(x_1) < f(x_2)$ olduğundan $f(x)$ artandır

TEOREM

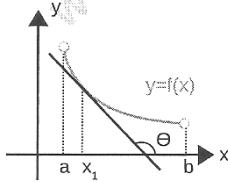
$f: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)$ olsun. $y=f(x)$ fonksiyonunda

$\forall x \in (a, b) \subset A$, $f'(x) > 0$ ise f fonksiyonu (a, b) aralığında artan;

$\forall x \in (a, b) \subset A$, $f'(x) < 0$ ise f fonksiyonu (a, b) aralığında azalan bir fonksiyondur.

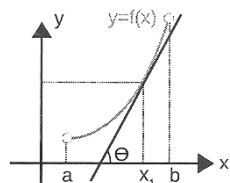
Geometrik yorum: Verilen aralıkta çizilen teğet doğruların eğim açıları ürevin işaretidir

Azalan fonksiyon



$$m = \tan \theta = f'(x_1) < 0$$

Artan fonksiyon



$$m = \tan \theta = f'(x_1) > 0$$

Özet olarak bir fonksiyonun artanlığı ve azanlığı araştırılırken fonksiyonun türevinin işaretine göre yorum yapılır.

İspat $x_0 \in (a, b)$ ve $f'(x_0) > 0$ olsun. Bu durumda $f'(x_0) > 0$ olur. Yani $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ limitinin değeri de pozitiftir. $h > 0$ olduğundan $f(x_0+h) - f(x_0) > 0$ veya $f(x_0+h) > f(x_0)$ olmalıdır. $f'(x_0) > 0$ olduğu durumu da siz gösteriniz

Örnek...1 :

$f(x) = 2x + 1$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

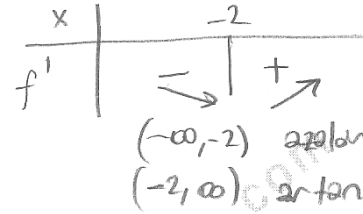
$$f'(x) = 2$$



Örnek...2 :

$f(x) = x^2 + 4x$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

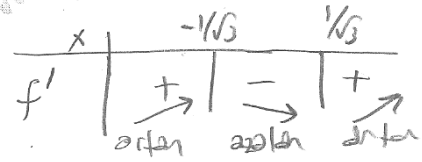
$$f'(x) = 2x + 4$$



Örnek...3 :

$f(x) = x^3 - x$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

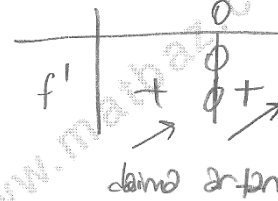
$$f'(x) = 3x^2 - 1$$



Örnek...4 :

$f(x) = x^3$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

$$f'(x) = 3x^2$$



TÜREV UYGULAMALARI -2

ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR

Örnek...5:

$f(x) = \frac{x^3}{3} - mx^2 + 4x + 2$ fonksiyonunun daima artan olması için m nasıl seçilmelidir?

$$f'(x) = x^2 - 2mx + 4 \quad \Delta \leq 0$$

$$4m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \leq 0 \quad m^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq m \leq 2$$

$$m \in [-2, 2]$$

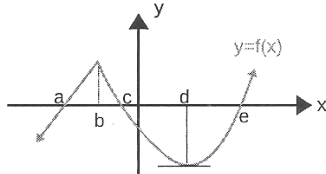
Örnek...6:

$y=f(x)$ fonksiyonu $(-5, -1)$ aralığında negatif tanımlı artan bir fonksiyon ise aynı aralıkta aşağıda verilen fonksiyonların artanlık azalanlık durumlarını inceleyiniz

- a) $y=f^2(x)$ $x < 0$ için $f(x) < 0$ ise $f'(x) > 0$ olur
 $y' = 2 \cdot f(x) \cdot f'(x) \rightarrow -$ AZALANDIR
- b) $y = \frac{1}{f(x)} = (f(x))^{-1}$
 $y' = -1 \cdot (f(x))^{-2} \cdot f'(x) \rightarrow -$ AZALANDIR
- c) $y = x \cdot f(x)$
 $y' = f(x) + f'(x) \cdot x \rightarrow -$ AZALANDIR
- d) $y = f(x^3)$
 $y' = f'(x^3) \cdot 3x^2 \rightarrow +$ ARTANDIR

Örnek...7:

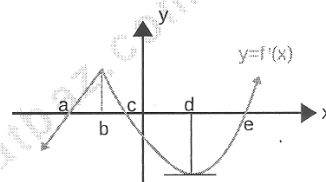
Grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz



grafik $y=f(x)$ ise İKLE BAK
 (a, b) , (d, e) ARTAN
 (b, c) AZALAN

Örnek...8:

Türevinin grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz



grafik $y=f'(x)$ ve $y=f(x)$ i anlatıyorsun

İKLE DEĞİL İŞARETE BAK

f'	$-$	$+$	$-$	$+$
	AZA.	ART.	AZA.	ART.

İLLA İKLE BAKACAKSAN EKLENİN ALTİ VEYA LİSTİ OLMAZ

DEĞERLENDİRME

- 1) $y=f(x) = -x^2 - 3x + 1$ fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık nedir?

$$f'(x) = -2x - 3$$

f'	$-$	$+$	$-$
	$(-\infty, -3/2)$		

- 2) $y = e^{x^2 - x + 1}$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

$$y' = e^{x^2 - x + 1} \cdot (2x - 1)$$

f'	$-$	$+$	$-$
	$(-\infty, 1/2)$ azalan		$(1/2, \infty)$ artan

- 3) $f(x) = \frac{x^3}{3} - mx^2 + mx + 2$ fonksiyonunun daima artan olması için m nasıl seçilmelidir?

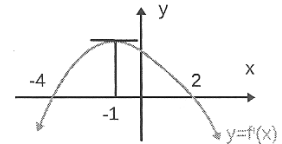
$$f'(x) = x^2 - 2mx + m \quad \Delta \leq 0$$

$$4m^2 - 4 \cdot 1 \cdot m \leq 0$$

$$4m(m - 1) \leq 0$$

m	$+$	0	$-$	$+$
	$(0, 1]$			

- 4) Türevinin grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun artan olduğu en geniş açık (a, b) ise a^b kaçtır



f'	$-$	$+$	$-$
	$(-4, -1)$		

$$a = -4, b = -1$$

$$a^b = (-4)^{-1} = -\frac{1}{4}$$