

TÜREV UYGULAMALARI - 1

(TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU, FİZİKSEL YORUMU, DEĞİŞİM HIZI VE DEĞERLENDİRMELER)

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

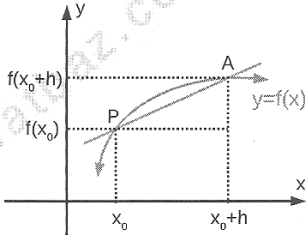
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, y=f(x)$
fonksiyonuna
düzlemde

karşılık gelen
eğri yanda ki
gibi olsun.

Eğrinin
 $P(x_0, f(x_0))$
noktasındaki
teğetlerini

araştıralım. Bunun için $P(x_0, f(x_0))$ noktasının sağda veya solundaki $A(x_0+h, f(x_0+h))$ noktasını alıp A ve P den geçen keseni çizelim. Dikkat edilirse kesenin eğiminin $m = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ olduğu

görülür. Şimdi P noktasından geçen teğeti bulmak için A noktasını eğri üzerinde kaydırarak P noktasına yaklaştıralım. Bu işlemi yapmakla h değerini 0 a yaklaştırmak aynı şey olacaktır. Bu halde teğetin eğimi $h \rightarrow 0$ için $\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ in alacağı limit değeri olacaktır.



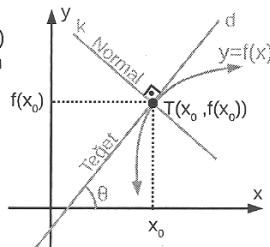
EĞİM, TEĞET DOĞRU VE NORMAL DOĞRU

$y=f(x)$ fonksiyonun üzerindeki $(x_0, f(x_0))$ noktasından çizilen teğet doğrunun eğimi m_t ise

$$m_t = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

olur. Ayrıca $m_t = \tan \theta$ dir.

T noktasında d teğet doğrusuna dik olan k doğrusuna ise $y=f(x)$ in T noktasındaki normali denir.



HATIRLATMA

Eğimi m ve (x_0, y_0) noktasından geçen doğrunun denklemi $y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$ olur.

Dik doğruların eğimleri çarpımı -1 dir. Yani, $m_d \cdot m_k = -1$ dir.

TEĞET DOĞRU DENKLEMİ (T.D.D.)

$$y - y_0 = m_d \cdot (x - x_0)$$

NORMAL DOĞRU DENKLEMİ (N.D.D.)

$$y - y_0 = \frac{-1}{m_d} \cdot (x - x_0)$$

Örnek...1 :

$y=f(x)=x^2-4x+3$ fonksiyonun $x=3$ noktasındaki teğetinin eğimini bulunuz?

$$f'(x) = 2x - 4 \quad f'(3) = 6 - 4 = 2$$

Örnek...2 :

$y=\sin(3x)-5x$ fonksiyonun $x=\frac{\pi}{2}$ noktasındaki teğetinin eğimini bulunuz?

$$f'(x) = \cos 3x \cdot 3 - 5 \quad x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \cdot 0 - 5 = -5$$

Örnek...3 :

$y=f(x)=x^3-x$ fonksiyonun $x=2$ noktasındaki normalinin eğimini bulunuz?

$$f'(x) = 3x^2 - 1 \quad m_t = f'(2) = 3 \cdot 4 - 1 = 11$$

Örnek...4 :

$y=f(x,y)=x^3-3x^2y+y^2+1=0$ fonksiyonun $(1,1)$ noktasındaki teğetinin eğimini bulunuz?

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x'}{F_y'} = -\frac{3x^2 - 6y}{-3x^2 \ln x + 2y} \quad x=1, y=1$$

$$= -\frac{3-6}{-3 \cdot 0 + 2} = \frac{3}{2}$$

Örnek...5 :

$y=\sin t, x=\cos^2 t$ fonksiyonun üzerinde $x=\frac{\pi}{6}$ noktasından çizilen teğetin eğimini bulunuz?

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{\cos t}{2\cos t \cdot (-\sin t)} \quad x = \pi/6$$

$$m_t = \frac{1}{2 \cdot (-1/2)} = -1$$

Örnek...6 :

$y=f(x)=x^2-7x$ fonksiyonun üzerindeki $P(1, f(1))$ noktasından geçen teğetinin denklemini bulunuz?

$$x=1 \Rightarrow f(1) = 1 - 7 = -6 \quad P(1, -6), f'(x) = 2x - 7$$

$$m_t = f'(1) = 2 - 7 = -5$$

$$y - (-6) = -5(x - 1) \Rightarrow y = -5x + 1$$

TÜREV UYGULAMALARI - 1

(TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU, FİZİKSEL YORUMU, DEĞİŞİM HIZI VE DEĞERLENDİRMELER)

Örnek...7 :

$y=f(x)=4x^2$ fonksiyonun $x=2$ noktasındaki teğetinin denklemini bulunuz?

$$m_t = f'(2) \quad f'(x) = 8x \quad \text{teğet}$$

$$m_t = 16 \quad x=2 \Rightarrow y=16, T(2,16)$$

$$y-16 = 16(x-2) \Rightarrow y = 16x - 16$$

Örnek...8 :

$y=\cos x+x$ fonksiyonun $x=0$ noktasındaki normalinin denklemini bulunuz?

$$m_t = f'(0) \quad f'(x) = -\sin x + 1$$

$$f'(0) = 1 \quad m_t = 1 \Rightarrow m_n = -1$$

$$x=0 \Rightarrow y=1+0=1$$

$$y-1 = (-1)(x-0) \quad T(0,1) \text{ teğet noktası}$$

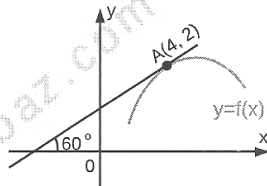
$$y = -x + 1$$

Örnek...9 :

$y=f(x)$ fonksiyonu ve A noktasındaki teğeti verilmiştir.

$$g(x) = f^2(x) - \frac{5}{f(x)} \text{ ise } g$$

fonksiyonunun $x=4$ deki teğetinin eğimi kaçtır?



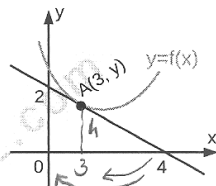
$$f(4)=2 \quad f'(4)=\sqrt{3}$$

$$g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x) + 5 \cdot f^{-2}(x) \cdot f'(x)$$

$$g'(4) = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{2^2} = 4\sqrt{3} + \frac{5\sqrt{3}}{4} = \frac{21\sqrt{3}}{4}$$

Örnek...10 :

$y=f(x)$ fonksiyonu ve A noktasındaki teğeti verilmiştir. $h(x)=f^2(3x)$ ise h fonksiyonunun $x=1$ deki teğetinin eğimi kaçtır?



$$h'(x) = 2f(3x) \cdot f'(3x) \cdot 3$$

$$h'(1) = 2f(3) \cdot f'(3) \cdot 3$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{4} \quad h = \frac{1}{2}$$

$$f(3) = \frac{1}{2}$$

$$f'(3) = -\frac{1}{2} \text{ (teğet eğimi)}$$

Örnek...11 :

$g(x)=\frac{x^3}{3}-3x+a$ ile $f(x)=2+x$ fonksiyonu

teğetse a sayısının negatif değeri kaçtır?

teğet noktada eğimler eşit ($\perp$ olmaz)

$$g'(x) = x^2 - 3 = 1 \Rightarrow x=2 \vee x=-2$$

nokta $(2,4)$ veya $(-2,0)$ olmalı

$$(2,4) \rightarrow 4 = \frac{8}{3} - 6 + a \rightarrow a > 0$$

$$(-2,0) \rightarrow 0 = -\frac{8}{3} + 6 + a \rightarrow a = -10/3 \checkmark$$

Örnek...12 :

$f(x)=3x^2-6x+5$ ve $g(x)=mx^2+(n-2)x-3$ fonksiyonlarının her x için teğetleri paralelse m ve n yi bulunuz.

$$f'(x) = g'(x) \text{ olmalı}$$

$$f'(x) = 6x-6 \quad g'(x) = 2mx+n-2$$

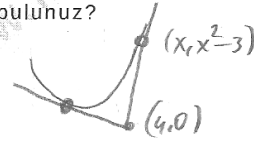
$$6x-6 = 2mx+n-2$$

$$2m=6 \quad \wedge \quad n-2=-6$$

$$m=3 \quad \wedge \quad n=-4$$

Örnek...13 :

$f(x)=x^2-3$ fonksiyonuna A(4,0) noktasından çizilen teğetlerin değme noktalarının apsiser toplamını bulunuz?



$$m_t = f'(x) = 2x = \frac{x^2-3}{x-4} \Rightarrow 2x^2-8x = x^2-3$$

$$x^2-8x+3=0$$

$$x_1+x_2 = \frac{8}{1} = 8$$

Örnek...14 :

$f(x)=x^2+2$ fonksiyonuna üzerindeki A(1,y) noktasından çizilen normal eğriyi başka hangi noktada keser?

$$x=1 \Rightarrow y=3 \quad f'(x) = 2x \quad m_t = f'(1)$$

$$m_t = 2 \Rightarrow m_n = -1/2$$

$$d_n: y-3 = -\frac{1}{2}(x-1) \quad 2y-6 = -x+1$$

$$x = 7-2y$$

$$y = (7-2y)^2 + 2$$

$$4y^2-28y+51=0$$

$$y_1=3 \quad y_2=29/4$$

$$x^2+2 = \frac{17}{4} \Rightarrow x^2 = 9/4$$

$$x = 3/2$$

$$y_2 = \frac{17}{4} \quad \left(\frac{3}{2}, \frac{17}{4}\right)$$

TÜREV UYGULAMALARI - 1

(TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU, FİZİKSEL YORUMU, DEĞİŞİM HIZI VE DEĞERLENDİRMELER)

Örnek...15 :

$f(x)=\frac{k}{x}$ ile $g(x)=\frac{x^2}{9}$ eğrileri dik kesişiyor ise k kaçtır? *kısm noktasında teğetler diktir.*

$$f'(x) = -\frac{k}{x^2} \quad g'(x) = \frac{2x}{9}$$

$$-\frac{k}{x^2} \cdot \frac{2x}{9} = -1 \Rightarrow \frac{2k}{9x} = 1 \rightarrow x = \frac{2k}{9}$$

$$\frac{k}{x} = \frac{x^2}{9} \Rightarrow x^3 = 9k \Rightarrow \left(\frac{2k}{9}\right)^3 = 9k$$

$$\Rightarrow k = \pm \frac{81}{2\sqrt{2}}$$

Örnek...16 :

$f(x)=e^{\ln \sqrt{x}}$ eğrisine üzerinde apsisi e olan noktadan çizilen teğetin x eksenine sınırladığı bölgenin alanı kaç birim karedir?

$$f(x) = \sqrt{x} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad m_t = \frac{1}{2\sqrt{e}}$$

$$d_t: y - \sqrt{e} = \frac{1}{2\sqrt{e}}(x - e) \quad (e, \sqrt{e})$$

$$y = \frac{x-e}{2\sqrt{e}} + \sqrt{e} = \frac{x+e}{2\sqrt{e}}$$

$$A: \frac{e \cdot \sqrt{e}/2}{2} = \frac{e\sqrt{e}}{4}$$

Örnek...17 :

$f(x)=\sqrt{4x-4}$ eğrisinin orijinden geçen teğetlerinin değme noktasının apsisi nedir?

$$f'(x) = \frac{1}{2} (4x-4)^{-1/2} \cdot 4$$

$$\frac{\sqrt{4x-4}}{x} = \frac{2}{\sqrt{4x-4}} \quad \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'\right)$$

$$4x-4 = 2x \quad 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$(2, 2) \text{ değme noktasıdır.}$$

Örnek...18 :

$y=x-7$ doğrusu üzerinde bulunup $y=x^2-x+5$ parabolüne en yakın noktanın koordinatları nedir?

$$y = x + c \quad m_t = 1 \quad \text{paralel teğetin değme noktası}$$

$$y = x - 7$$

$$f'(x) = 1 \Rightarrow 2x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$K \text{ noktası } (x, x-7) \text{ biçimindedir.}$$

$$m_{KA} = -1 \quad (\text{diklikte kullanılır})$$

$$\frac{x-7-5}{x-1} = -1 \Rightarrow x-12 = -x+1 \quad 2x = 13 \quad x = \frac{13}{2}$$

Örnek...19 :

$f(x)=\frac{x^3}{3}+x^2-3x+1$ fonksiyonun x eksenine paralel teğetlerinin eğriye değdiği noktalar arası mesafe kaç birimdir?

$$m_t = 0 \Rightarrow f'(x) = x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$$A(-3, 10) \quad B(1, -2/3) \quad \text{değme noktaları}$$

$$|AB| = \sqrt{(-3-1)^2 + (10+2/3)^2}$$

$$= \sqrt{16 + \frac{1024}{9}} = \frac{4\sqrt{73}}{3}$$

Örnek...20 :

$f(x)=x^2-2x-8$ fonksiyonuna üzerindeki $A(0, k)$ noktasından çizilen teğetin eksenlerle oluşturduğu üçgenin alanı kaç birim karedir?

$$x=0 \Rightarrow k = -8$$

$$f'(x) = 2x - 2 \quad m_t = f'(0) = -2$$

$$y + 8 = -2(x - 0) \quad y = -2x - 8$$

$$A = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16 \text{ br}^2$$

Örnek...21 :

$y=x^2$ eğrisinin $x=1$ noktasındaki teğeti ve normali ile y eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birim karedir?

$$m_t = f'(1) = 2 \quad m_n = -1/2 \quad (1, 1)$$

$$d_t: y - 1 = 2(x - 1) \rightarrow y = 2x - 1$$

$$d_n: y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1) \rightarrow y = -\frac{x}{2} + 3/2$$

$$A = \frac{(\frac{3}{2} + 1) \cdot 1}{2} = \frac{5}{4}$$

TÜREV UYGULAMALARI - 1

(TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU, FİZİKSEL YORUMU, DEĞİŞİM HIZI VE DEĞERLENDİRMELER)

DEĞERLENDİRME

- 1) $f(x)=x^2+ax+5$ eğrisinin x eksenini kestiği noktalardan çizilen teğetlerin dik olması için a ne olmalıdır?

$$f'(x) = 2x + a \quad x_1 + x_2 = -a \\ (2x_1 + a)(2x_2 + a) = -1 \quad x_1 \cdot x_2 = 5 \\ 4x_1x_2 + 2a(x_1 + x_2) + a^2 = -1 \\ 4 \cdot 5 + 2a(-a) + a^2 = -1 \Rightarrow a = \pm\sqrt{21}$$

- 2) $y=f(x)=x^2-mx+4$ fonksiyonuna orijinden çizilen teğetler dikse m değeri kaçtır? $m>0$

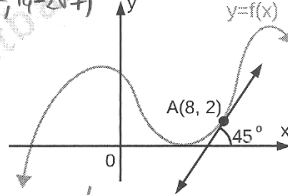
$$\Delta = -1 \quad m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -1 \quad m^2 = 15 \\ m = \sqrt{15} \\ \text{(9. soruyu m ceyiniz)}$$

- 3) $y=f(x)=x^2+2x+7$ fonksiyonunun hangi noktadaki teğeti orijinden geçer?

$$m_t = \frac{x^2+2x+7}{x} = 2x+2 \\ x^2+2x+7 = 2x^2+2x \\ x = \pm\sqrt{7} \\ (0,0) \quad (\sqrt{7}, 14+2\sqrt{7}) \\ (-\sqrt{7}, 14-2\sqrt{7})$$

- 4) $y=f(x)$ fonksiyonu ve A noktasındaki teğeti verilmiştir,

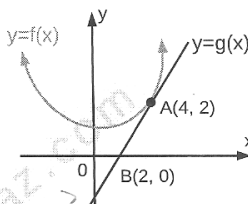
$$g(x^2) = f^2(x^3) \\ \text{ise } g'(4) = ?$$



$$g'(x^2) \cdot 2x = 2 f(x^3) \cdot f'(x^3) \cdot 3x^2 \\ f(8) = 2 \quad f'(8) = 1 \\ g'(4) \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 12 \\ g'(4) = 12$$

- 5) $y=f(x)$ parabolü ve bu parabolün A noktasındaki teğeti olan $y=g(x)$ doğrusu veriliyor.

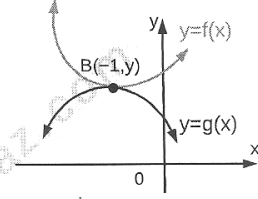
$$h(x) = \frac{k \cdot f(x)}{g(x)+x} \quad \text{için} \\ h'(4) = 1 \quad \text{ise } k \text{ kaçtır?}$$



$$h'(x) = \frac{k \cdot f'(x) \cdot (g(x)+x) - k \cdot f(x) \cdot [g'(x)+1]}{(g(x)+x)^2} \\ g(4) = f(4) = 2 \\ g'(4) = f'(4) = 1 \\ 1 = \frac{k \cdot 1 \cdot (2+4) - k \cdot 2 \cdot [1+1]}{(2+4)^2} \Rightarrow k = 18$$

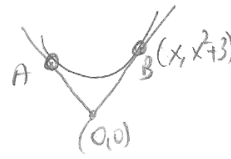
- 6) B noktasında teğet olan $y=f(x)$ ve $y=g(x)$ parabolü veriliyor.

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{için} \\ h'(-1) = ?$$



$$h'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} \\ f(-1) = g(-1) \\ f'(-1) = g'(-1) \\ h'(-1) = 0$$

- 7) $f(x)=x^2+3$ fonksiyonuna orijinden çizilen teğetlerin değme noktaları arası mesafe kaç birimdir?



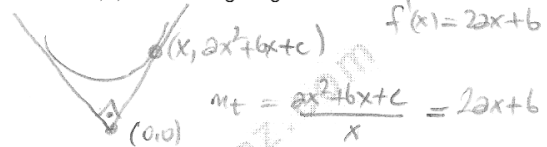
$$m_t = \frac{x^2+3}{x} = 2x \\ 2x^2 = x^2+3 \\ x = \pm\sqrt{3} \\ A(-\sqrt{3}, 6) \quad B(\sqrt{3}, 6) \\ |AB| = 2\sqrt{3}$$

- 8) $f(x)=x^2-x$ ve $g(x)=3x-x^2$ eğrilerinin kesim noktalarından f fonksiyonuna çizilen teğetlerin arasındaki açının tanjantı kaç olabilir?

$$x^2-x = 3x-x^2 \quad 2x^2-4x=0 \\ 2x(x-2)=0 \\ x=0 \quad x=2$$

$$f'(x) = 2x-1 \\ f'(0) = -1 = m_1 \quad f'(2) = 3 = m_2 \\ \tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \frac{-1-3}{1+(-1) \cdot 3} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ \pm 2/11$$

- 9) $y=ax^2+bx+c$ parabolüne orijinden çizilen teğetler dikse a, b, c arası hangi bağıntı vardır?



$$f'(x) = 2ax+b \\ m_t = \frac{ax^2+bx+c}{x} = 2ax+b \\ 2ax^2+bx = ax^2+bx+c \\ ax^2-c=0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{c}{a}} \\ f'(\sqrt{\frac{c}{a}}) \cdot f'(-\sqrt{\frac{c}{a}}) = -1 \\ (2a\sqrt{\frac{c}{a}}+b) \cdot (-2a\sqrt{\frac{c}{a}}+b) = -1 \\ b^2 - 4a^2 \cdot \frac{c}{a} = -1 \Rightarrow b^2 - 4ac = -1 \\ \Delta = -1$$

TÜREV UYGULAMALARI - 1

(TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU, FİZİKSEL YORUMU, DEĞİŞİM HIZI VE DEĞERLENDİRMELER)

- 10) $h(x) = x + \frac{4}{2x+3}$ fonksiyonunun x eksenine paralel teğetlerinin değme noktaları apsisi çarpımını kaçtır?

$$h'(x) = 0 \quad h'(x) = 1 - 4(2x+3)^{-2} \cdot 2$$

$$= 1 - \frac{8}{(2x+3)^2}$$

$$(2x+3)^2 - 8 = 0$$

$$4x^2 + 12x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{4}$$

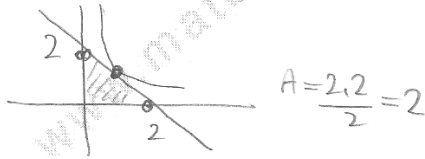
- 11) $f(x) = \frac{1}{x}$ fonksiyonu ile h fonksiyonunun $x=1$ apsisi noktasından çizilen teğetinin eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad f(1) = 1$$

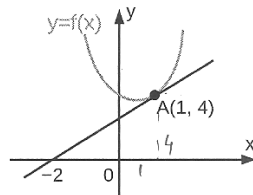
$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \quad m_t = f'(1) = -1$$

$$t_d: y - 1 = -1(x - 1)$$

$$y = -x + 2$$



- 12) $y=f(x)$ fonksiyonu ve A noktasındaki teğeti verilmiştir. $h(x) = x^2 \cdot f(x)$ ise h fonksiyonunun $x=1$ deki teğetinin eğimi kaçtır?



$$h'(x) = 2x \cdot f(x) + f'(x) \cdot x^2$$

$$h'(1) = 2f(1) + f'(1)$$

$$= 8 + \frac{4}{3}$$

$$= \frac{28}{3}$$

- 13) $g(x) = x^2 + 9$ fonksiyonuna hangi noktalardan çizilen teğetler orijinden geçer?

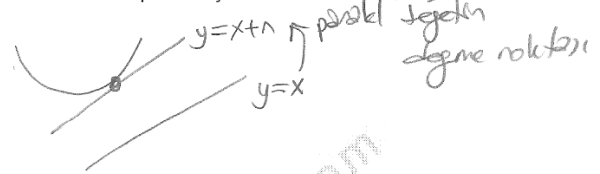
$$m_t = \frac{x^2 + 9}{x} = 2x$$

Anlatık türev

$$2x^2 = x^2 + 9 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

Noktalar $(3, 18)$ $(-3, 18)$

- 14) $y = x^2 + 4$ eğrisine $y = x$ doğrusunun en yakın noktasının apsisi kaçtır?



$$m_t = 1 \Rightarrow f'(x) = 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 = \frac{17}{4}$$

$\left(\frac{1}{2}, \frac{17}{4}\right)$

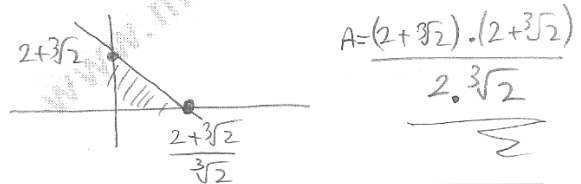
- 15) $\sqrt[3]{x^2 + y^2} = \sqrt[3]{4} + 1$ eğrisi üzerinde $A(1, k)$ ($k > 0$) noktasından çizilen teğetinin eksenlerle oluşturduğu üçgenin alanı kaç birim karedir?

$$x=1 \Rightarrow \sqrt[3]{1 + 3k^2} = \sqrt[3]{4} + 1 \Rightarrow k=2$$

$$m_t = \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{2}{3}x^{-1/3}}{\frac{2}{3}y^{-1/3}} = -\sqrt[3]{2}$$

$$t_d: y - 2 = -\sqrt[3]{2}(x - 1)$$

$$y = -\sqrt[3]{2}x + 2 + \sqrt[3]{2}$$



TÜREV UYGULAMALARI – 1

(TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU, FİZİKSEL YORUMU, DEĞİŞİM HIZI VE DEĞERLENDİRMELER)

TÜREVİN FİZİKSEL YORUMU VE DEĞİŞİM HIZI

Bir hareketlinin t zamanında aldığı yol $S(t)$ olsun.

$t=t_1$ ve $t=t_2$ anları arasındaki ortalama hız V_{ort} ise $V_{ort} = \frac{s(t_2)-s(t_1)}{t_2-t_1}$ dir.

Benzer şekilde $a_{ort} = \frac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1}$

Zamana bağlı yol denkleminin birinci türevi hızı, ikinci türevi ivmeyi verir.

Yani, yolu S , hızı V ve ivmeyi a ile gösterirsek $V(t)=S'(t)$ ve $a(t)=S''(t)$ olur.

Örnek...1 :

$s(t)=2t^2+3t+5$ hareket denklemleri ile verilen cismin $t_1=2$ ve $t_2=5$ saniyeleri arasındaki ortalama hızının, $t_3=6$ anındaki hızına oranını bulunuz?

$$V_{ort} = \frac{s(5)-s(2)}{5-2} = \frac{(50+15+5)-(20+6+5)}{3} = 17$$

$$s'(t) = v(t) = 4t+3$$

$$v(6) = 27$$

$$\frac{17}{27}$$

Örnek...2 :

$s(t)=t^3+4t$ hareket denklemleri ile verilen cismin $t_1=2$ ve $t_2=5$ saniyeleri arasındaki ortalama ivmesini bulunuz?

$$v(t) = s'(t) = 3t^2+4$$

$$a_{ort} = \frac{v(5)-v(2)}{5-2} = \frac{79-16}{3} = \frac{63}{3} = 21$$

Örnek...3 :

$s(t)=t^5-4$ hareket denklemleri ile verilen cismin $t_1=1$ anındaki ani ivmesini bulunuz

$$a(t) = v'(t) = s''(t)$$

$$s'(t) = 5t^4$$

$$s''(t) = 20t^3$$

$$a(1) = 20$$

Örnek...4 :

$s(t)=t^2-t+3$ konum zaman eşitliğiyle verilen bir hareketlinin ilk 2 saniyedeki ortalama hızı nedir? Anlık hız denklemini bulunuz? Hangi iki saniye arası hız farkı maksimum olur?

$$V_{ort} = \frac{s(2)-s(0)}{2-0} = \frac{5-3}{2-0} = 1$$

$$s'(t) = v(t) = 2t-1$$

hız 2 saniyede 2 birim artmış hız 2 artmıştır.

TÜREV UYGULAMALARI - 1

(TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU, FİZİKSEL YORUMU, DEĞİŞİM HIZI VE DEĞERLENDİRMELER)

DEĞİŞİM HIZI

f, a da diferansiyellenebiliyorsa, x a dan a+dx e değiştiği zaman f deki değişim yaklaşık olarak $df=f'(a) \cdot dx$ kadar olur.

Örnek...5:

Bir eşkenar üçgenin bir kenarı 4 cm/sn hızla büyümektedir. Bir kenar uzunluğu 12 cm olduğu anda alanının büyüme hızı kaç cm^2/sn dir?

$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2a \cdot \frac{da}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2 \cdot 12 \cdot 4$$

$$= 24\sqrt{3}$$

Örnek...6:

Bir küre ısıtılırken yarıçapı 4 cm ye ulaştığında artış hızı $0,3 \frac{\text{cm}}{\text{sn}}$ ise bu andaki hacminin değişim hızını bulunuz.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3} \pi \cdot 3r^2 \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$= 4\pi \cdot 4^2 \cdot 0,3$$

$$= 19,2\pi$$

DEĞERLENDİRME

1) $s(t)=3t^2-t+2$ hareket denklemi ile verilen cismin

- $t_1=1$ ve $t_2=3$ saniyeleri arasındaki ortalama hızı,
- $t_3=4$ anındaki anlık hızını,
- ivme zaman denklemini bulunuz?

2) $s(t) = 3 - t + 2 = 4$
 $s(3) = 27 - 3 + 2 = 26$
 $v_{ort} = \frac{26-4}{3-1} = \frac{22}{2} = 11 \text{ m/s}$

b) $s'(t) = v(t) = 6t - 1$
 $v(4) = 23 \text{ m/s}$

c) $a(t) = s''(t) = v'(t) = 6$

2) Bir küpün hacmindeki artış hızı bir kenarı 6 cm olduğunda $8 \text{ cm}^3/\text{sn}$ ise aynı anda alanındaki değişim hızı nedir?

$$V = a^3$$

$$\frac{dV}{dt} = 3a^2 \cdot \frac{da}{dt}$$

$$8 = 3 \cdot 6^2 \cdot \frac{da}{dt} \Rightarrow \frac{da}{dt} = \frac{2}{27}$$

$$A = 6a^2$$

$$\frac{dA}{dt} = 12a \cdot \frac{da}{dt} = 12 \cdot 6 \cdot \frac{2}{27} = \frac{16}{3}$$

3) Bir dairenin alanının artış hızı $4 \text{ cm}^2/\text{sn}$ dir. Yarıçapı 16 cm olduğunda çevresinin artış hızı ne olur?

$$A = \pi r^2$$

$$\frac{dA}{dt} = \pi \cdot 2r \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$4 = \pi \cdot 2 \cdot 16 \cdot \frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{1}{8\pi}$$

$$G = 2\pi r$$

$$\frac{dG}{dt} = 2\pi \cdot \frac{dr}{dt} = 2\pi \cdot \frac{1}{8\pi} = \frac{1}{4}$$