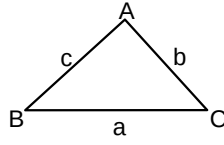


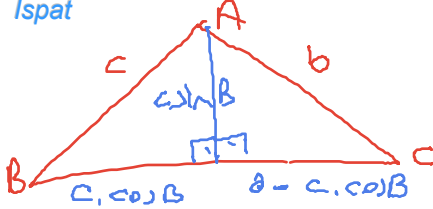
TRİGONOMETRİ- 3

KOSİNÜS TEOREMİ

Bir ABC üçgeninde
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C$
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos B$



İspat



$$b^2 = c^2 \sin^2 B + a^2 - 2ac \cos B + c^2 \cos^2 B$$

$$b^2 = c^2 (\sin^2 B + \cos^2 B) + a^2 - 2ac \cos B$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos B$$

Örnek...1 :

Bir ABC üçgeninde $a=3$ br, $b=4$ br ve $c=6$ br ise bu üçgende ölçüsü en büyük olan açının kosinüs değeri kaçtır?



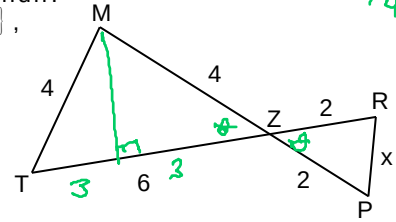
$$6^2 = 3^2 + 4^2 - 2.3.4.\cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{36 - 9 - 16}{-24}$$

$$= \frac{-11}{24}$$

Örnek...2 :

MTZ bir üçgendir.
 $[TR] \cap [MP] = \{Z\}$,
 verilen
 uzunluklara
 göre x kaç
 birimdir



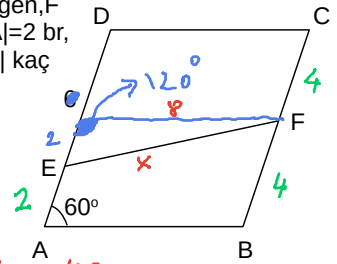
$$x^2 = 2^2 + 2^2 - 2.2.2.\frac{3}{4}$$

$$x^2 = 8 - 6$$

$$x = \sqrt{2}$$

Örnek...3 :

Şekilde ABCD eşkenar dörtgen, F
 $[BC]$ nin orta noktasıdır. $|EA|=2$ br,
 $ED=6$ br olduğuna göre $|EF|$ kaç
 birimdir?



$$x^2 = 8^2 + 2^2 - 2.8.2.\cos 120$$

$$= 64 + 4 + 16$$

$$x = 2\sqrt{21}$$

Örnek...4 :

Bir ABC üçgeninde a, b, c kenar uzunlukları
 olmak üzere $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ bağıntısı geçerliyse
 A açısı kaç derecedir?

$$a^2 = b^2 + c^2 - bc = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\cos A = \frac{1}{2}$$

$$\hat{A} = 60^\circ$$

TRİGONOMETRİ- 3

SİNÜS TEOREMİ

Bir ABC üçgeninde , herhangi bir kenar uzunluğunun karşısındaki köşede bulunan açının sinüsüne oranı sabittir.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (\text{Bu oran daha sonra çember konusunda ele alınacaktır})$$

İspat



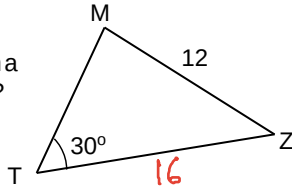
$$A(ABC) = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Örnek...5 :

MTZ bir üçgendir.
|TZ|=16 |MZ|=12br,
m(T)=30° olduğuna
göre sin(M) kaçtır?

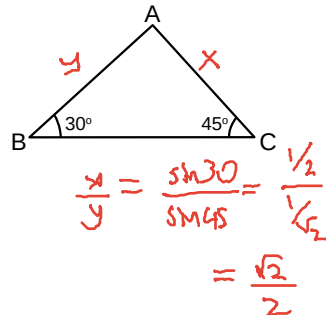


$$\frac{16}{\sin M} = \frac{12}{\sin 30}$$

$$\sin M = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Örnek...6 :

MTZ bir üçgendir.
m(B)=30°, m(C)=45°
 $\frac{|AC|}{|AB|}$ Kaçtır?

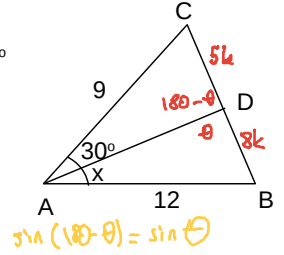


$$\frac{x}{\sin 30} = \frac{y}{\sin 45}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\sin 30}{\sin 45} = \frac{1/2}{1/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Örnek...7 :

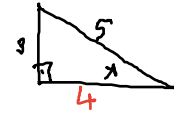
Şekilde ABC üçgen ,8|CD|=5|BD|,
|AC|=9 br, |AB|=12br, m(CAD)=30°
ve m(DAB)=x olarak veriliyor.
Buna göre, tan x kaçtır?



$$\frac{5k}{\sin 30} = \frac{12}{\sin(180-\theta)}$$

$$\frac{5 \sin x}{4} = \frac{9}{12}$$

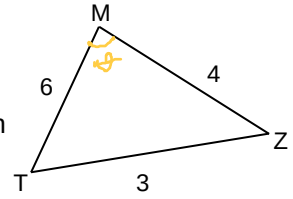
$$\sin x = \frac{3}{5}$$



$$\tan x = \frac{3}{4}$$

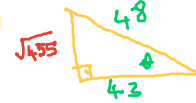
DEĞERLENDİRME

- 1) MTZ bir üçgendir.
Şekilde verilenlere
göre en küçük açının
sinüs değeri kaçtır?



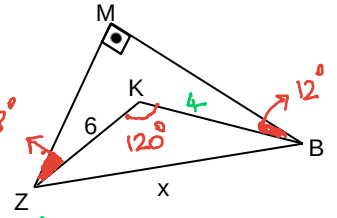
$$3^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cos \theta$$

$$-43 = \cos \theta$$



$$\sin \theta = \frac{\sqrt{455}}{48}$$

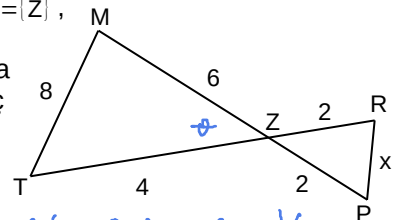
- 2) MBZ bir üçgendir.
m(BMZ)=90° ,
m(MZK)=18°
m(MBK)=12° ,
|KB|+2=|KZ|=6br ,
|BZ| kaç
birimdir?



$$x^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot (-\frac{1}{2})$$

$$x = 2\sqrt{19}$$

- 3) MTZ bir üçgendir.
[TR]∩[MP]=[Z] ,
verilen
uzunluklara
göre x kaç
birimdir



$$8^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cos \theta \rightarrow \cos \theta = -1/4$$

$$x^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (-1/4)$$

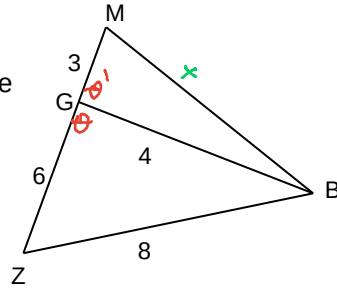
$$x = \sqrt{10}$$

TRİGONOMETRİ- 3

- 4) MBZ bir üçgendir.

$2|MG|=|GZ|=6$ br ,
 $2|BG|=|BZ|=8$ br ise
 $|MB|$ kaç birimdir?

$$\begin{aligned} p^2 &= 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos \theta \\ \cos \theta &= -\frac{1}{4} \\ \cos \theta' &= \frac{1}{4} \\ x^2 &= 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} \\ x^2 &= 13 \\ x &= \sqrt{13} \end{aligned}$$



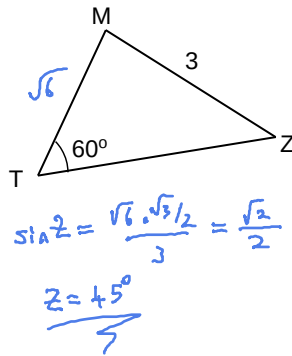
2.yol olarak Z açısından yola çıkarak 2 kosinüs teoremi de yazılabilir

- 5) Bir ABC üçgeninde a,b,c kenar uzunlukları olmak üzere $a^2=b^2+c^2+bc$ bağıntısı geçerliyse A açısı kaç derecedir?

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A = b^2 + c^2 + bc \\ \cos A &= -\frac{1}{2} \\ A &= 120^\circ \end{aligned}$$

- 6) MTZ bir üçgendir.
 $|MZ|=3$ br ,
 $|TM|=\sqrt{6}$ br ,
 $m(\hat{T})=60^\circ$ ise
 $m(\hat{Z})$ kaç derecedir ?

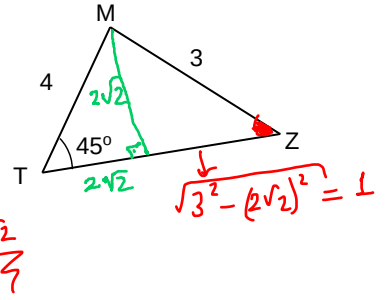
$$\frac{3}{\sin 60} = \frac{\sqrt{6}}{\sin z}$$



$$\begin{aligned} \sin z &= \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}/2}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ z &= 45^\circ \end{aligned}$$

- 7) MTZ bir üçgendir.

$m(\hat{T})=45^\circ$
 $|TM|=4$ br , $|MZ|=3$ br ,
 olduğuna göre
 $\tan(Z)$ kaç olabilir?

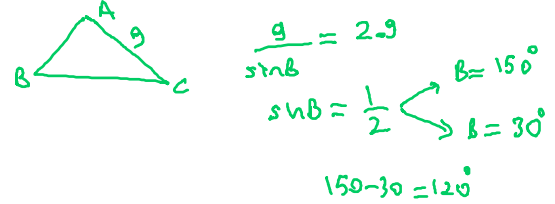


$$\tan z = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$$

2.yol olarak sinüs teoremi deneyebilirsiniz

- 8) Bilgi : Bir üçgende herhangi bir kenarın uzunluğunun, karşısındaki köşede bulunan açının sinüsüne oranı sabittir. Bu sabit sayı üçgenin köşelerinden geçen çemberin (Çevrel çember) çap uzunluğuna eşittir

Çevrel çemberinin yarıçapı 9 birim olan ABC üçgeninde $|AC|=9$ br ise B açısının alacağı en büyük değer ile en küçük değer farkı kaçtır?



- 9) Şekilde MAT bir üçgen,
 $m(\hat{ZMT})=2 \cdot m(\hat{MAZ})$,
 $|MT|=10$ br ve $|AT|=12$ br
 olduğuna göre $\sec(ZMA)$
 kaçtır?

$$\begin{aligned} \frac{10}{\sin x} &= \frac{12}{\sin(90+x)} \\ \frac{10}{\sin x} &= \frac{12}{\cos x} \\ \tan x &= \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sec(90-x) &= \frac{1}{\cos(90-x)} = \frac{1}{\sin x} \\ &= \frac{1}{\frac{5}{\sqrt{41}}} = \frac{\sqrt{41}}{5} \end{aligned}$$

