ÇÖZÜMLER
B.S.Y

Sayma

1.Eşleme Yoluyla Sayma

Kümenin elemanlarını sayma sayıları kümesinin elemanlarıyla bire bir eşleyerek bulma işlemine eşleme yoluyla sayma denir.

2.Toplama Yoluyla Sayma

Sonlu ve ayrık A ve B kümelerinin birleşimlerinin eleman sayısını bulmaya toplama yoluyla sayma yöntemi denir.
s(AUB) = s(A) + s(B) dir. (A VEYA B) → ortak bir durum yok.

$s(A \cap B) = \emptyset$

Alıştırmalar

1. Ece 3 mavi, 2 pembe ve 5 yeşil gömlek arasından 1 gömleği kaç farklı şekilde seçebilir?

$3+2+5=10$ farklı şekilde seçer

2. Bir sınıfta 23 kız öğrenci ve 12 erkek öğrenci bulunmaktadır. Bu sınıftan bir sınıf başkanı kaç farklı şekilde seçilebilir?

$23+12=35$ farklı şekilde seçilebilir.

2.Çarpma Yoluyla Sayma

x farklı biçimde gerçekleşen bir işleme bağlı olarak, ikinci bir işlem y farklı biçimde gerçekleşiyorsa, bu iki işlemin birlikte gerçekleşme sayısı x.y dir. Yapılan işlem ikiden fazla adımdan oluşan işlemler için genellenebilir.

Alıştırmalar

3. 6 bay ve 4 bayan arasından, 1 bay ve 1 bayan kaç farklı şekilde seçilebilir?

$6.4=24$

4. 3 farklı mektup 5 farklı posta kutusuna atılacaktır. Her mektup farklı posta kutusuna atılacaksa, en çok kaç değişik biçimde atılır?

$5.4.3=60$

5. Üç kişi, tiyatrodaki her biri tek kişilik olan 7 koltuğa, en çok kaç farklı biçimde oturabilir?

$7.6.5=210$

6. 0, 1, 2, 3, 4, 5 rakamlarından, kullanılan bir daha kullanılmamak koşuluyla 3 basamaklı sayılar yazılacaktır?

a) En çok kaç sayı yazılabilir?

$5.5.4=100$

b) En çok kaç tane çift sayı yazılabilir?

1.durum: $4.4.2$ = 32 + 2.durum: $5.4.1=20$ → $32+20=52$

*Bir kullanılan bir daha kullanılmama şartı olmasaydı aynı sayıyı yapmanız gerek kalmazdı

c) 400 den küçük en çok kaç tane sayı yazılabilir?

$3.5.4=60$

7. A = { a, b, c, d, e, f, g } kümesinin elemanları kullanılarak anlamlı veya anlamsız 4 harfli

a) En çok kaç değişik kelime türetilebilir?

$7.7.7.7=7^4$

b) Sesli bir harf ile başlayıp, sesli bir harfle bitmeyen harfleri farklı kaç değişik en çok kaç kelime türetilebilir?

$2.5.4.5=200$

a, e — sıralama önemli mi?

Permütasyon (Sıralama-Farklı Dizilim)

Birbirinden farklı n tane nesnenin r tanesinin farklı her dizilişine (sıralanışına) n nesnenin r li permütasyonları denir ve $P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$ $0 \leq r \leq n$ biçiminde gösterilir.

(nesne, kaç tane seçildi)

Permütasyonun tanımından anlaşılabileceği gibi, birbirinden farklı dizilişler permütasyonla çözülebilir. Permütasyonla çözülebilen her problem saymanın temel ilkesi ile çözülebilir.

Alıştırmalar

8. 5 arkadaş yan yana durarak fotoğraf çektirecektir. Bu arkadaşlar kaç değişik poz verebilir?

$P(5,5)=\frac{5!}{0!}=120$ — $5.4.3.2.1$

9. A = { a, b, c, d, e, f } kümesinin 4 lü permütasyonları

a) kaç tanedir?

$P(6,4)=\frac{6!}{2!}=6.5.4.3=360$

b) a harfi bulunur?

2.yol: Tüm − a yok: $P(6,4)-P(5,4)$

$a\,\_\,\_\,\_ + \_\,a\,\_\,\_ + \_\,\_\,a\,\_ + \_\,\_\,\_\,a$

$P(5,3)+P(5,3)+P(5,3)+P(5,3) = 4.\frac{5!}{2!} = \frac{4.5!}{2} = 240$

c) c bulunmaz fakat a bulunur?

1.yol: $4.\frac{4!}{1!}$ ... $\frac{(4)}{3}.4!$

2.yol: c yok − c ve a yok: $P(5,4)-P(4,4)$

10. Aynı türün kitapları birbirinden farklı olan 4 matematik, 5 fizik ve 3 kimya kitabı bir rafa

a) En çok kaç farklı biçimde sıralanabilir?

$P(12,12)=12!$

b) Matematik kitapları yan yana olmak üzere en çok kaç biçimde sıralanabilir?

MMMM 5F 3K → $9!.4!$

*matematikler kendi içinde farklı sıralanabilir.

Tekrarlı Permütasyon n nesnenin n_1 tanesi 1. çeşitten, n_2 tanesi 2.çeşitten, n_3 tanesi 3. çeşitten n_k tanesi de k. çeşitten olsun. $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$ olmak üzere bu n nesnenin permütasyonlarının (dizilişlerinin) sayısı $\frac{n!}{n_1!.n_2!...n_k!}$ dir.

3A, A2 L
3A2 A1 L
dolayısıyla sıralanış 2 ile bölünmeli ki tekrarlı durumlar gitsin

11. "MATEMATİK" sözcüğündeki harfler yer değiştirildiğinde, anlamlı ya da anlamsız 9 harfli en çok kaç değişik kelime yazılır?

2A 2T 2M: $\frac{9!}{2!2!2!}=\frac{9.8.7!}{8}=9.7!$

12. Bir para 8 kez atıldığında üçünün tura olduğu en çok kaç farklı durum vardır?

TTTYYYYY $\frac{8!}{3!5!}=\frac{8.7.6.5!}{3!5!}=56$

*Bir kümedeki alt küme sayısı, 2n formülü ile bulunur (n kümenin eleman sayısı olmak üzere)

13. Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir. A dan yola çıkan bir kişi, B'ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?

$\frac{8!}{4!4!}=\frac{8.7.6.5.4!}{4!.4!}=70$

2.yol: toplama yoluyla

*Gidilen her yol adımında harflerin yer değiştirmesi şeklinde

14. 5 özdeş oyuncak üç çocuğa en çok kaç farklı biçimde verilebilir? (Hepsi almak zorunda değil)

A B C

$**00000$

7 nesnenin sıralanışı

$\frac{7!}{5!2!}$

$\binom{n}{r} = C(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$ dağılımları, sadeleşir

Kısa yol, $\binom{7}{3} = \frac{7.6.5}{3.2.1}$ $\binom{12}{10} = \binom{12}{2}$ $10+2=12$

Kombinasyon (Seçme)

n tane nesnenin r tanesinin seçimine n elemanın r li kombinasyonları denir ve C(n,r) veya $\binom{n}{r}$ ile gösterilir.

n nesne, r seç $[0 \le r \le n]$

15. A = { a, x, y, z, t } kümesinin 3 elemanlı

a) alt kümelerinin sayısı kaçtır?

$\binom{5}{3} = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{5.4}{2} = 10$

b) kaçında a vardır?

a → $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{4.3.2.1}{2.2} = 6$

c) kaçında a vardır x yoktur?

a → $\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!\,1!} = 3$

d) kaçında a veya x vardır?

Tüm d - a ve x olmayan

$10 - \binom{3}{3} = 10 - 1 = 9$

2. yol: a var x var, a var x yok, a yok x var

16. 7 kişi arasından en az 3 kişilik kaç komisyon oluşturulabilir?

Tüm d - (2, 1 ve 0 kişilik)

$2^7 - [\binom{7}{0} + \binom{7}{1} + \binom{7}{2}]$

II. yol: $\binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \ldots + \binom{7}{7}$

17. a>b>c olmak koşulu ile kaç farklı üç basamaklı (abc) sayısı yazılabilir?

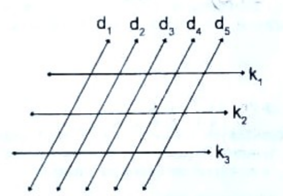
Anlodım: Her üçlü sayı için zaten bir durum çıkıyor

321 → {1, 2, 3}

310

650   Cevap $\binom{10}{3}$

18.



Şekilde kesişmeyen doğrular paraleldir. Oluşan paralelkenar sayısı en çok kaçtır?

$\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} = \frac{5.4}{2} \cdot \frac{3.2}{2} = 30$

SORU: Çokgenin sorulu noktada kesişen 7 doğru en fazla kaç noktada kesişir?

$\binom{7}{3} \cdot 6$ kaç grup, grup başına kesişim noktası

19. 8 farklı çemberin kesişmelerinden en fazla kaç nokta oluşur?

$\binom{8}{2} \cdot 2 = \frac{8.7}{2} \cdot 2 = 56$

SORU: a, x, y, t, z kaç alt kümesinde a vardır.

Tüm 2^5

a yok 2^4

$2^5 - 2^4$

SORU: a < b < c

abc → $\binom{9}{3}$ 0 durumundan dolayı (10-1)

Olasılık

Olasılık Temel Kavramlar

Deney : Tanımsızdır. Zar atmak gibi.

Çıktı: Deneyde karşılaşılabilecek her bir sonuçtur. Örneğin zar atıldığında 3 çıktılardan biridir.

Örnek Uzay: Tüm çıktıların kümesidir ,E ile gösterilir. Örneğin para atılması deneyinde E={Yazı, Tura} kümesidir.

Olay: Örnek uzayın her bir alt kümesine denir. Zar atılsın, çift gelme olayı A ise A={2,4,6} olur

Eş olumlu Örnek Uzay Yani bir deneyde her bir çıktının olasılığı birbirine eşitse bu örnek uzaya eş olumlu örnek uzay denir.

E eş olumlu örnek uzayının bir olayı A ise A olayının olma olasılığı P(A) ile gösterilir. Eş olumlu örnek uzayda

$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\text{istenen durum sayısı}}{\text{tüm durum sayısı}}$ olur.

1. $A \subset E \Rightarrow 0 \le P(A) \le 1$
2. P(E) = 1 (Kesin olayın olasılığı 1, imkansız olayın olasılığı 0 dır.)
3. A, B⊂E ve $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$A \cap B \ne \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ayrık olaylar

20. İki zarın birlikte atılması deneyinde

a) Toplamlarının 5 gelmesi

E = {(1,4), (4,1), (2,3), (3,2)} istenen d

Tüm d = 6.6 = 36

$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

b) zarların aynı gelmesi

(1,1)(2,2),(3,3)(4,4),(5,5),(6,6) istenen d

Tüm d = 36 = 6.6

$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

c) ikisinin de tek sayı gelmesi olasılıklarını bulunuz.

Tek sayılar = {1, 3, 5}

3.3 = 9

Tüm d = 36

$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

21. Üç para atıldığında en az bir tura gelme ihtimali nedir?

Tüm d - Tüm yazı

$2^3 - 1$

= 7

$\frac{\text{istenen d}}{\text{tüm d}} = \frac{7}{8}$

2. yol: $1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$

22. Hilesiz iki zar atıldığında toplamın 7 den büyük gelme olasılığı kaçtır?

Toplam — Durum sayısı

2 … 1 (1,1)

3 … 2

4 … 3

$\frac{5+4+3+2+1}{36} = \frac{15}{36}$

23. A = {1,2,3,4} için AxA kümesinden seçilecek bir ikilide bileşenlerin eşit olma olasılığı kaçtır?

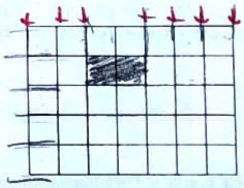
(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)

4

Tüm d = 4.4 = 16

$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

24. Birim karelerden oluşmuş şekilde seçilecek dikdörtgenlerden (kareler de dahil) seçilecek birinin taralı bölgeyi kapsama olasılığı kaçtır?



Tüm durum = $\binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2}$

dikey   yatay

$\frac{\binom{3}{1}\binom{4}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{8}{2}\binom{6}{2}} = \frac{3.4.2.4^2}{\frac{8.7}{2} \cdot \frac{6.5}{2}} = \frac{4}{7 \cdot \frac{5}{2}} = \frac{8}{35}$