

SONSUZLUĞU
NEREYE KOYACAĞIZ
ACABA? 🤔

RIEMANN KÜRESİ

AL BAKALIM!
TEPEYE
YERLEŞTİRDİK! ∞

SONSUZLUĞU BİR KÜRENİN ÜZERİNE SİĞDİRMAK



BERNHARD RIEMANN
(1826 – 1866)

Dâhi bir Alman matematikçi.

1851'de Gauss'un önünde doktora tezini savundu.

Fikirleri o kadar ilerdedi ki, hayatı boyunca tam olarak anlaşılmadı.

Bugün modern geometrinin ve fizikğin temel taşlarından birini oluşturuyor.

BÜYÜK FİKİR

Karmaşık düzlem \mathbb{C} sonsuz büyüklüktedir. Peki ya sonsuzluğu da bir sayı gibi düşünmek istersek?

Riemann'ın dahiyane fikri:

Karmaşık düzlemin üzerine bir küre yerleştirelim.
Her noktayı küre üzerindeki bir noktaya eşleyelim.
Sonsuzluk ∞ noktasını da kürenin tepe noktasına koyalım!

$$\hat{\mathbb{C}} = \mathbb{C} \cup \{\infty\}$$

Artık düzlem + sonsuzluk = bir küre!

NORMALDE...



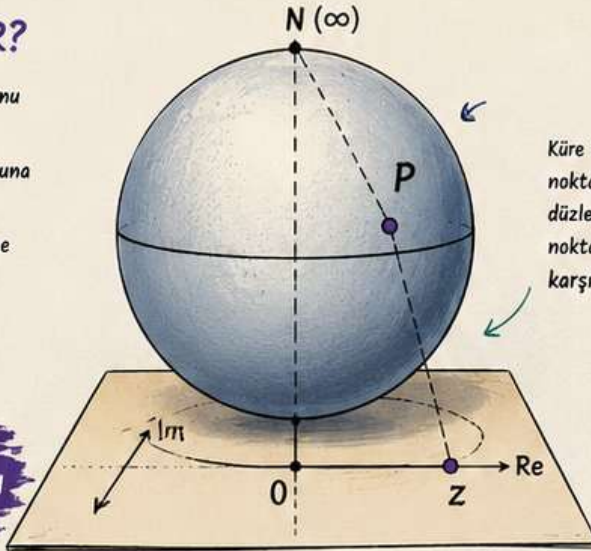
RIEMANN KÜRESİNDE...



NASIL ÇALIŞIR?

- 1 Bir kürenin kuzey kutbunu N alın.
- 2 Düzlem kürenin ekvatoruna teğet olsun.
- 3 Kuzey kutbundan düzleme doğru bir ışın gönderin.
- 4 Düzlemdeki her nokta, küre üzerinde tek bir noktaya karşılık gelir!

Bu dönüşüme
STEREOGRAFİK İZDÜŞÜM
denir.



Küre üzerindeki nokta P, düzlemdeki z noktasına karşılık gelir.

NELER NEREYE GİDER?

- Düzlemdeki her $z \in \mathbb{C}$, küre üzerinde bir noktaya gider.
- $z = 0$ → ekvatorun tam karşısı
- $|z| = 1$ → ekvatorda bir nokta
- $|z| > 1$ → ekvatorun üst yarımküresi
- $|z| < 1$ → ekvatorun alt yarımküresi
- $z \rightarrow \infty$ → kürenin tepe noktası N

Yani ∞ artık ulaşılmaz değil, yalnızca bir noktadır!



NEDEN ÖNEMLİ?

- ✓ Meromorf fonksiyonlar düzgün tanımlanır.
- ✓ Möbius dönüşümleri tam anlaşılır.
- ✓ Karmaşık analiz eksiksiz hale gelir.
- ✓ Modern geometri ve topolojinin kapıları açılır.
- ✓ Fizikte, kuantum teorisinden göreliliğe kadar birçok alanda karşımıza çıkar!

BU KÜÇÜK FİKİR,
DEV SONUÇLAR
DOĞURUR!



MÖBIUS DÖNÜŞÜMLERİ RIEMANN KÜRESİ ÜZERİNDE

$$w = \frac{az + b}{cz + d}, \quad ad - bc \neq 0$$

Bu dönüşümler küreyi bozmadan üzerinde gezinir. Kürenin yapısı korunur!



ÖRNEK EŞLEMELER

- $z = 0 \leftrightarrow$ kürenin ekvatorunun tam karşısı
- $z = 1 \leftrightarrow$ ekvatorda bir nokta ($\text{Re}=1$)
- $z = i \leftrightarrow$ ekvatorda bir nokta ($\text{Im}=1$)
- $z = \infty \leftrightarrow$ kürenin tepe noktası N



$$e^{i\pi} + 1 = 0$$
$$\int_C f(z) dz = 0$$
$$\frac{1}{z} e^z$$
$$\infty$$

BİR KÜRE.
BİR FİKİR.

SONSUZ OLASILIĞIN
ANAHTARI!



SONSUZLUK
BENİM
TEPE NOKTAM!

MATEMATİK
GERÇEKTEN DE...
ZİHNİ YAKAN BİR
MACERA! ❤️

"Bir matematikçi için sonsuzluk, ulaşılmaz bir yer değildir. Bazen yalnızca bir kürenin kuzey kutbudur."

– Bernhard Riemann

matbaz.com
Matematiğin kalbine giden yol

