

ZENO PARADOKSLARI

HAREKET BİR İLLÜZYON MU?

HAREKET SADECE BİR YANILSAMA!

Antik Yunan'ın en meşhur "kafa açıcı" düşünürlerinden Eleali Zeno, bu paradokslarıyla yaklaşık 2500 yıl boyunca matematikçilerin ve filozofların uykusunu kaçırmayı başardı. Zeno'nun amacı hareketin bir illüzyon olduğunu kanıtlamaktı.

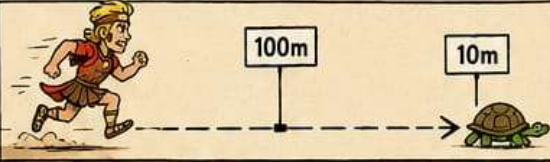
BEN YAVAŞ OLABİLİRİM AMA ÖNDEYİM!



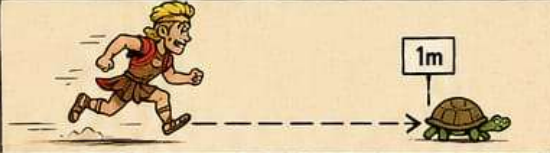
1. AKHILLEUS VE KAPLUMBAĞA PARADOKSU

Akhilleus, kendisinden çok daha yavaş olan bir kaplumbağa ile yarışır. Kaplumbağa biraz önde başlar (örneğin 100 metre).

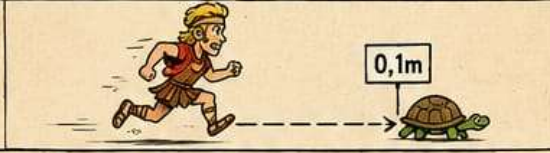
1 BİRİNCİ AŞAMA:
Akhilleus 100. metreye vardığında, kaplumbağa 10 metre ilerlemiş olur.



2 İKİNCİ AŞAMA:
Akhilleus o 10 metreyi kapattığında, kaplumbağa 1 metre ilerlemiş olur.



3 ÜÇÜNCÜ AŞAMA:
Akhilleus o 1 metreyi de koşar, ama kaplumbağa yine çok küçük bir mesafe öndedir.



Zeno der ki: Akhilleus'un kaplumbağayı yakalaması için önce aradaki mesafenin yarısını, sonra kalan yarının yarısını, sonra onun da yarısını kat etmesi gerekir. Bu bölme işlemi sonsuza kadar gider. **Sonsuz sayıda noktayı geçmek ise sonsuz zaman almaktadır.** Dolayısıyla Akhilleus kaplumbağayı teknik olarak asla yakalayamaz.

MATEMATİKSEL ÇÖZÜM

Akhilleus'un kat ettiği toplam mesafe:

$$100 + 10 + 1 + 0,1 + 0,01 + \dots$$

Bu bir sonsuz geometrik seridir.

Toplamı:

$$S = \frac{a}{1-r} \quad (\text{burada } a=100, r=\frac{1}{10})$$

$$S = \frac{100}{1-\frac{1}{10}} = \frac{100}{\frac{9}{10}} = \frac{1000}{9} \approx 111,11 \text{ metre}$$

LİMİT KAVRAMININ DOĞUŞU

Matematikçiler yüzyıllar sonra şunu fark etti: Sonsuz sayıda sayıyı topladığınızda sonuç her zaman sonsuz çıkmak zorunda değildir. Adım sayısı (n) sonsuza yaklaştıkça ($n \rightarrow \infty$), toplam değer belirli bir sonlu sayıya (örneğin 1'e) ulaşır.

✗ ZENO'NUN HATASI: Sonsuz küçük parçalara bölünebilen bir mesafenin, katedilmesi için sonsuz zaman gerektiğini varsaymasıydı.

✓ GERÇEK: Zaman da aynı şekilde bölünebilir. Akhilleus sonsuz sayıda noktayı, sonlu bir zaman dilimi içinde geçer.

2. OK PARADOKSU

Uçan bir ok, her an uzayda belirli bir noktadadır. Belirli bir düzlemdeki bu "an"larda ok hareketsizdir. Hareket, durgun anların toplamından ibaretse, ok nasıl hareket eder?



EĞER HER AN DURUYORSA, HAREKET ETMİYOR OLMALI!

ÇÖZÜM:
Zamanı "an"lara değil, sürekliliğe (limit kavramına) göre düşünersek ok hareket etmektedir.

3. STADYUM (YER) PARADOKSU

Akhilleus, stadyumun bir ucundan diğer ucuna koşar. Önce yarısına ulaşır, sonra yarısının yarısına, sonra onun da yarısına... Bu işlem sonsuza gider. Sonsuz sayıda noktadan geçmek sonsuz zaman alır!



BİTİŞ ÇİZGİSİNE ASLA ULAŞAMAZ!

ÇÖZÜM:
Bu sonsuz bölümler, sonlu bir toplam oluşturur. Akhilleus bitiş çizgisine ulaşır!

ÖZETLE

Zeno Paradoksları, evrenin "sürekliliği" mi yoksa "parçalı" mı olduğunu sorgulatan ilk büyük zihin egzersizleridir. Bugün bu paradoksları çözebiliyoruz çünkü LİMİT sayesinde sonsuz küçüklükteki adımların toplamının sonlu bir bitiş çizgisine ulaştığını biliyoruz.

$\infty = 1?$