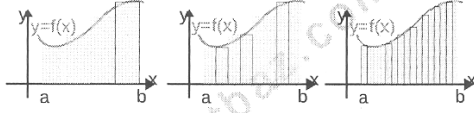


İNTEGRAL-7

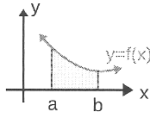
İNTEGRAL HESABI-ALAN HESABI

İNTEGRAL İLE ALAN HESABI



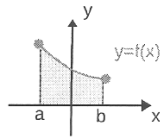
Şekilde $y=f(x)$ eğrisiyle x ekseninde kalan alanı bulmak için eğrinin altında kalan bölgeyi dikdörtgenlere ayırır ve bu alanları toplayarak bir Riemann toplamı elde ederiz. Elde edilen Riemann toplamına integral hesabın temel teoremini uygulayarak aşağıdaki sonuçları çıkarırız

ALAN HESABI



$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sürekli f fonksiyonu ile $x=a$, $x=b$ ve Ox ekseninde kalan bölgenin alanı $\int_a^b |f(x)| dx$ ile hesaplanır.

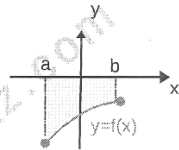
Taralı alan $\int_a^b f(x) dx$



UYARI 1

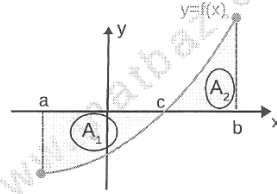
Not $f(x) < 0$ ise

Taralı alan $-\int_a^b f(x) dx$



UYARI 2

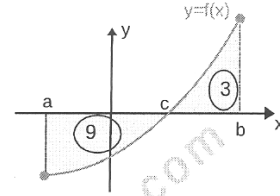
$[a, b]$ aralığında $f(x)$ işaret değiştiriyorsa, fonksiyon parçalara ayrılır.



Taralı toplam alan $= A_1 + A_2$
 $= \int_a^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

UYARI 3

Şekildeki taralı bölgelerin alanları verilmiştir



Soru 1 $\int_a^b f(x) dx = ?$

İstenen alanların işaretli (cebirel) toplamı olup cevap $-9+3=-6$ olur

Soru 2 $[a, b]$ aralığında Ox ekseninde $y=f(x)$ eğrisiyle sınırlı alan kaç br^2 dir?

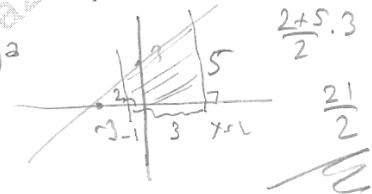
İstenen toplam alanlar olup integralleri ifadesi $\int_a^b |f(x)| dx$ ve eşiti $9+3=12$ olur

Alan sorularını çözmek için uygun şekli çizeriz, gerekirse integralleri parçalar ve uygun aralıklarda integralleri hesaplarız

Örnek...1 :

$y=x+3$ doğrusu $x=-1$, $x=2$ doğruları ve x ekseninde kalan alan kaç br^2 dir?

$$\int_{-1}^2 (x+3) dx \quad \text{veya}$$



İNTEGRAL-7

İNTEGRAL HESABI-ALAN HESABI

Örnek...2 :

$y = x^2$ parabolü, $y = 0$ ve $x = 2$ doğrularının sınırladığı kapalı bölgenin alanı kaç br^2 ?



$$\int_0^2 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^2 = \frac{8}{3}$$

Örnek...3 :

$y = 3 - \frac{x^2}{3}$ eğrisi ile ox eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

$$3 - \frac{x^2}{3} = 0$$

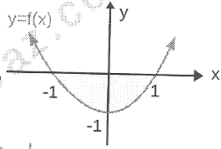
$$x^2 = 9$$

$$x = 3, -3$$

$$\int_{-3}^3 \left(3 - \frac{x^2}{3}\right) dx = 2 \int_0^3 \left(3 - \frac{x^2}{3}\right) dx = 2 \left(3x - \frac{x^3}{9}\right) \Big|_0^3 = 2 \cdot 6 = 12$$

Örnek...4 :

Şekildeki $y = f(x)$ parabolü ve x eksenini arasında kalan taralı alan kaç birim karedir?



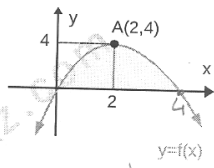
$$y = x^2 - 1$$

$$-2 \int_0^1 (x^2 - 1) dx$$

$$-2 \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_0^1 = -2 \left(\frac{1}{3} - 1 \right) = -2 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{4}{3}$$

Örnek...5 :

Şekildeki tepe noktası A olan $y = f(x)$ parabolü ile x eksenini arasında kalan alan kaç birim karedir?



$$y = 2x(x - 4)$$

$$4 = a \cdot 2(2 - 4)$$

$$a = -1$$

$$-x(x - 4)$$

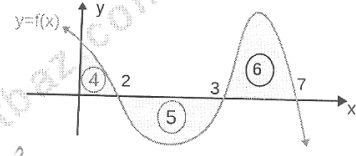
$$-x^2 + 4x$$

$$\int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left. -\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right|_0^4 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3}$$

Örnek...6 :

Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu

için $\int_0^2 x \cdot f(x^2 + 3) dx = ?$



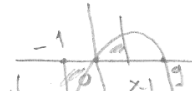
$$u = x^2 + 3 \quad du = 2x dx$$

$$\frac{1}{2} \int_3^7 f(u) du = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

Örnek...7 :

$y = 9x - x^2$ eğrisi $x = -1$ ve $x = 1$ doğruları ve ox eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir.

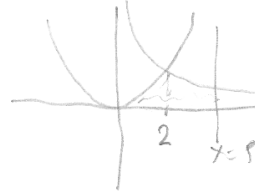
$$x(9 - x)$$



$$\int_{-1}^1 (9x - x^2) dx = \left. \frac{9x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right|_{-1}^1 = \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{3} \right) = 0$$

Örnek...8 :

$y = x^2$, $y = \frac{8}{x}$ ve $x = 5$ doğrusu ve x eksenini arasında kalan alanı hesaplayınız



$$\frac{8}{x} = x^2 \quad 8 = x^3 \quad x = 2$$

$$\int_2^5 x^2 dx + \int_2^5 \frac{8}{x} dx = \left. \frac{x^3}{3} + 8 \ln x \right|_2^5$$

$$\frac{125}{3} + 8(\ln 5 - \ln 2)$$

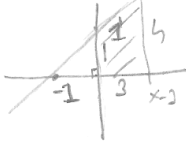
$$\frac{125}{3} + 8 \ln \frac{5}{2}$$

İNTEGRAL-7

İNTEGRAL HESABI-ALAN HESABI

DEĞERLENDİRME 1

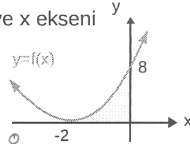
- 1) $y=x+1$ doğrusu $x=0$, $x=3$ doğruları ve x ekseninde kalan alan kaç br² dir?



- 2) Şekildeki $y=f(x)$ parabolü ve x ekseninde kalan alan kaç birim karedir?

$$y = 2(x+2)^2$$

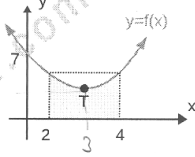
$$8 = 2(0+2)^2 \quad a=2$$



$$-\left(-\frac{16}{3} + 16 - 16\right)$$

$$2 \left[\frac{x^3}{3} + 4x^2 + 8x \right]_{-2}^0 = \frac{16}{3}$$

- 3) Şekildeki tepe noktası $T(r,6)$ olan $y=f(x)$ parabolü ile $x=2$ ve $x=4$ ve x ekseninde kalan alan kaç birim karedir?



$$y = 2(x-3)^2 + 6$$

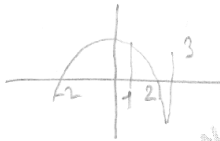
$$9a+6=7 \quad a=\frac{1}{9}$$

$$2 \int_2^4 \frac{1}{9} (x-3)^2 + 6$$

$$\left[\frac{(x-3)^3}{27} + 6x \right]_2^4$$

$$\frac{1}{27} + 24 - \left(-\frac{1}{27} + 12 \right) = 12 + \frac{2}{27}$$

- 4) $y = 4 - x^2$ eğrisi $x=1$ ve $x=3$ doğruları ve Ox ekseninde kalan bölgenin alanı kaç br² dir



$$\int_1^3 (4-x^2) dx + \int_3^3 (x^2-4) dx$$

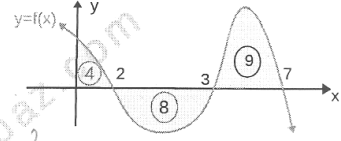
$$4x - \frac{x^3}{3} \Big|_1^3 + \frac{x^3}{3} - 4x \Big|_3^3$$

$$8 - \frac{8}{3} - \left(4 - \frac{1}{3}\right) + 9 - 12 - \left(\frac{8}{3} - 9\right)$$

$$4 - \frac{7}{3} + 5 - \frac{8}{3} = 9 - 5 = 4$$

- 5) Grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu

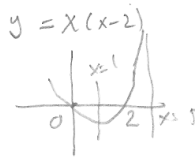
$$\text{için } \int_0^2 x \cdot f'(x) dx$$



$$= x \cdot f(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x) dx$$

$$2 \frac{f(2)}{0} - 0 - \int_0^2 f(x) dx = -4$$

- 6) $y=x^2-2x$ parabolü $x=1$ ve $x=5$ doğruları ve x ekseninde kalan alanı hesaplayınız.



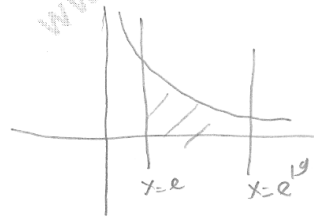
$$\int_1^5 (x^2-2x) dx + \int_5^5 (x^2-2x) dx$$

$$\left[\frac{x^3}{3} - x^2 \right]_1^5 + \left[\frac{x^3}{3} - x^2 \right]_5^5$$

$$4 - \frac{8}{3} - \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{125}{3} - 25 - \left(\frac{125}{3} - 62.5\right)$$

$$3 - \frac{2}{3} + \frac{117}{3} - 21 = \frac{110}{3} - 18 = \frac{116}{3}$$

- 7) $y = \frac{5}{x}$, $x=e$ ve $x=e^{19}$ doğruları ve x ekseninde kalan alanı hesaplayınız



$$\int_e^{e^{19}} \frac{5}{x} dx$$

$$= 5 \ln x \Big|_e^{e^{19}}$$

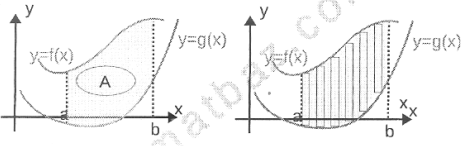
$$5 (\ln e^{19} - \ln e)$$

$$5 \cdot 18 = 90$$

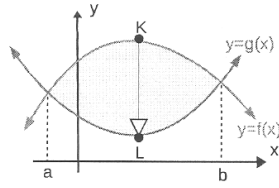
İNTEGRAL-7

İNTEGRAL HESABI-ALAN HESABI

İKİ EĞRİ ARASINDA KALAN ALAN



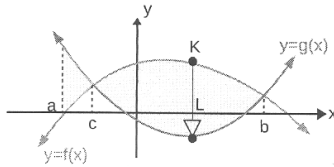
İki eğri arası alan bulunurken grafikler arasındaki alan yine dikdörtgenlere bölünerek alan Riemann toplamına dönüştürülür.



Genel olarak eğriler arasındaki alanı bulmak için grafikler çizildikten sonra Oy eksenine paralel KL şeridi çizilir. Bu şeridi kendisine paralel olarak kaydırarak bölgeyi taradığımızda üst ve hep $y = f(x)$ eğrisi üzerinde alt ucu da hep $g(x)$ eğrisi üzerinde değişmesi gerekir. Şekli inceleyiniz

Bu durumda alan $A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ olur.

Aksi takdirde integrali parçalamak gerekir



Taralı alanlar toplamı

$$\int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^c (f(x) - g(x)) dx + \int_c^b (g(x) - f(x)) dx$$

Örnek...9 :

$y = x^2$ eğrisi ile $y = x + 12$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br² dir?

$$\begin{aligned} x^2 &= x + 12 \\ x^2 - x - 12 &= 0 \\ (x-4)(x+3) &= 0 \\ x &= 4, x = -3 \end{aligned}$$

$$\int_{-3}^4 (x+12 - x^2) dx = \left[\frac{x^2}{2} + 12x - \frac{x^3}{3} \right]_{-3}^4$$

$$= \left(\frac{16}{2} + 48 - \frac{64}{3} \right) - \left(\frac{9}{2} - 36 + 9 \right) = 8 - \frac{64}{3} - \frac{9}{2} + 36 - 9 = 56 - \frac{64}{3} - \frac{9}{2} = 83 - \frac{64}{3} - \frac{9}{2}$$

Örnek...10 :

$y = x^2 - 14$ ve $y = 4 - x^2$ parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br² dir

$$\begin{aligned} x^2 - 14 &= 4 - x^2 \\ 2x^2 &= 18 \\ x^2 &= 9 \\ x &= 3, x = -3 \end{aligned}$$

$$2 \int_{-3}^3 (4 - x^2 - (x^2 - 14)) dx = 2 \int_{-3}^3 (18 - 2x^2) dx = 2 \left[18x - \frac{2x^3}{3} \right]_{-3}^3$$

$$= 2 \left(54 - \frac{18}{3} - (-54 + \frac{18}{3}) \right) = 2 \left(54 - 6 + 54 - 6 \right) = 2 \cdot 96 = 192$$

Örnek...11 :

$y = x^2$ ve $y = x^4$ eğrileri arasında kalan alanı bulunuz.

$$\begin{aligned} x^2 &= x^4 \\ x^2(1 - x^2) &= 0 \\ x &= 0, x = 1, x = -1 \end{aligned}$$

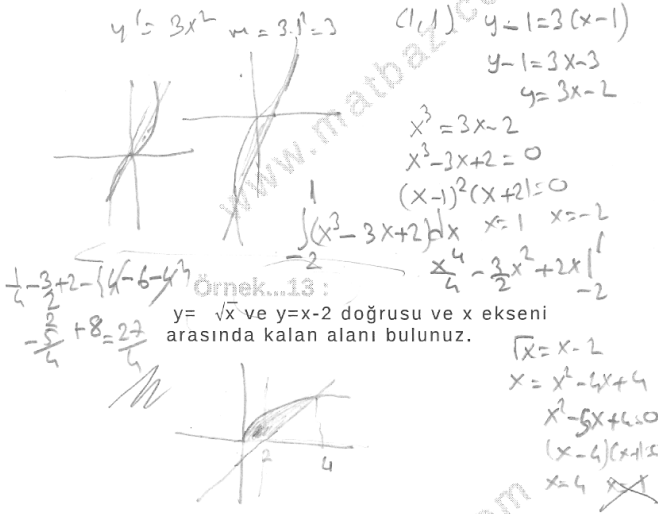
$$2 \int_0^1 (x^2 - x^4) dx = 2 \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right]_0^1 = 2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = 2 \cdot \frac{2}{15} = \frac{4}{15}$$

İNTEGRAL-7

İNTEGRAL HESABI-ALAN HESABI

Örnek...12 :

$y=x^3$ ve bu eğriye $x=1$ de çizilen teğeti arasında kalan bölgenin alanını



Örnek...13 :

$y = \sqrt{x}$ ve $y=x-2$ doğrusu ve x eksen arasında kalan alanı bulunuz.



Örnek...14 :

$\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$ integralini hesaplayınız.



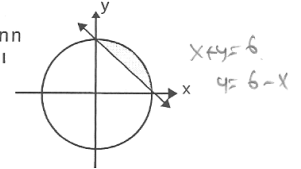
Örnek...15 :

$\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{1-x^2} - x) dx$



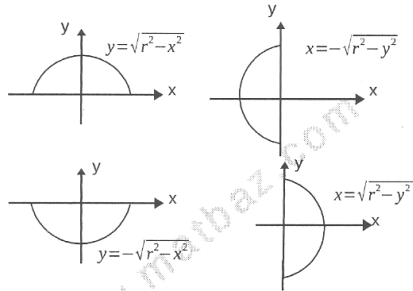
Örnek...16 :

Şekildeki merkezçil dairenin çapı 12 birimdir. taralı alanı integralle ifade ediniz



$$\int_0^6 (\sqrt{36-x^2} - 6+x) dx$$

Hatırlatma
Standart çember denklemini kullanarak aşağıdaki bağıntıları elde ederiz



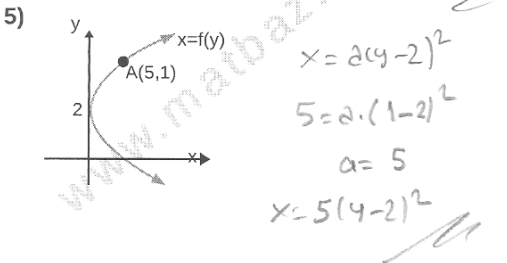
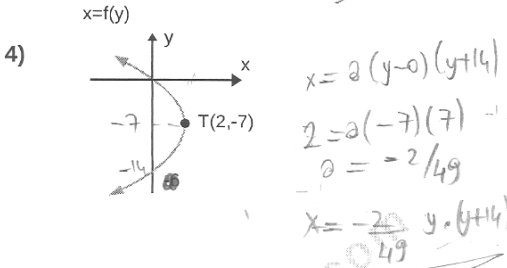
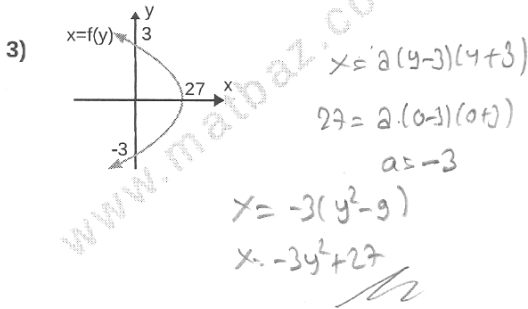
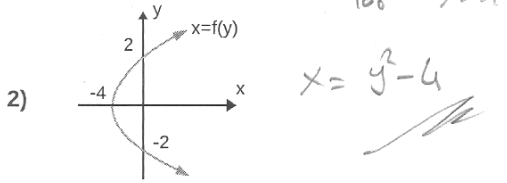
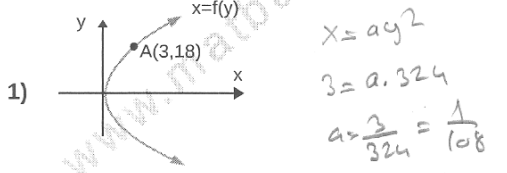
İNTEGRAL-7

İNTEGRAL HESABI-ALAN HESABI

X=F(Y) VE Y EKENİYLE SINIRLANDIRILMIŞ ALANLAR

Örnek...1 :

$x=f(y)$ fonksiyonları parabol denklemlerini yazınız

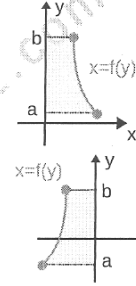


Y EKSENİNDE ALAN HESABI

Taralı alan = $\int_a^b f(y) dy$

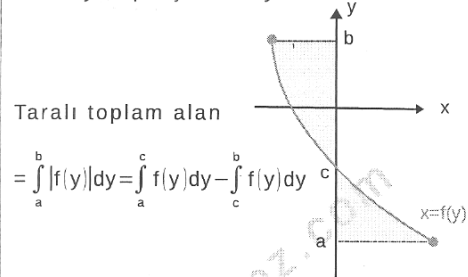
UYARI 1
 Not $x=f(y) < 0$ ise

taralı alan = $-\int_a^b f(y) dy$



UYARI 2

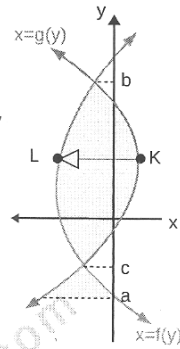
$[a, b]$ aralığında $f(y)$ işaret değiştiriyorsa, fonksiyon parçalara ayrılır



İKİ EĞRİ ARASINDA KALAN ALAN

taralı alan $\int_a^b |g(y) - f(y)| dy$

$\int_a^c (f(y) - g(y)) dy + \int_c^b (g(y) - f(y)) dy$



UYARI

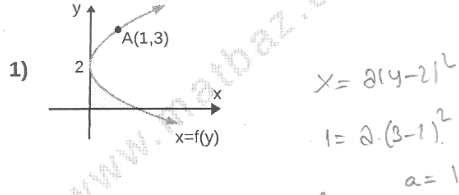
$y=f(x)$ eğrisi verilir ve y eksenini ile sınırlı bölgenin alanı sorulduğunda sıklıkla verilen fonksiyonun tersiyle işlem yaparız.

İNTEGRAL-7

İNTEGRAL HESABI-ALAN HESABI

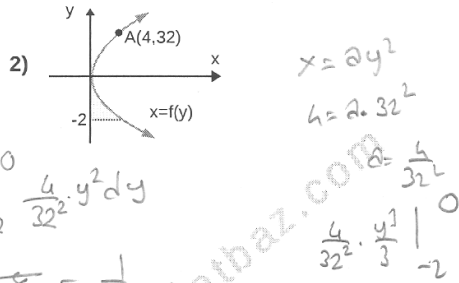
Örnek...2 :

Verilen parabol ve y eksenine sınırlanmış taralı alanları bulunuz



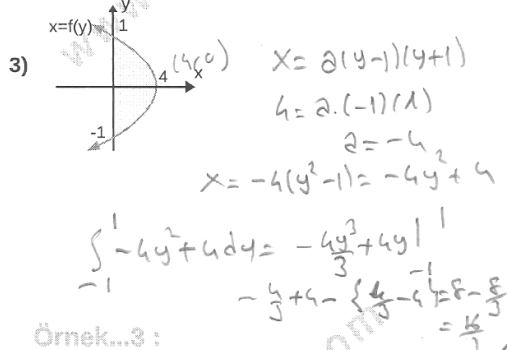
$$x = (y-2)^2$$

$$\int_2^3 (y-2)^2 dy = \frac{(y-2)^3}{3} \Big|_2^3 = \frac{1}{3}$$



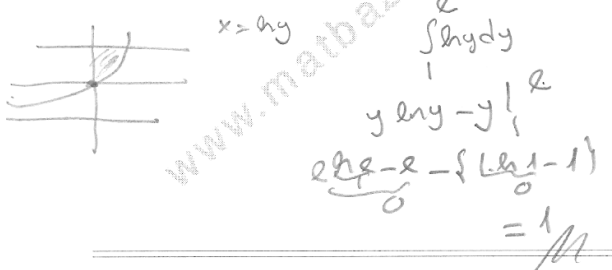
$$\int_{-2}^0 \frac{4}{32^2} y^2 dy$$

$$\frac{4}{32^2} \cdot \frac{y^3}{3} \Big|_{-2}^0 = \frac{1}{96}$$



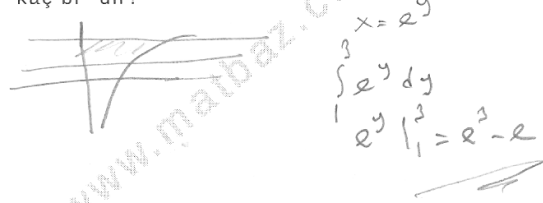
Örnek...3 :

$y = e^x$ eğrisi $y=1$, $y=e$ ve y eksenini arasında kalan alan kaç birim karedir?



Örnek...4 :

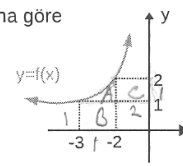
$y = \ln x$ eğrisi, $y = 1$ ve $y = 3$ doğruları ve oy eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?



Örnek...5 :

Grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonuna göre

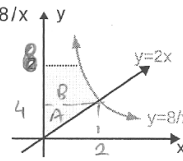
$$\int_{-3}^{-2} f(x) dx + \int_1^2 f^{-1}(x) dx$$
 kaçtır?



$A+B-C$
 $B-C$
 $1-2 = -1$

Örnek...6 :

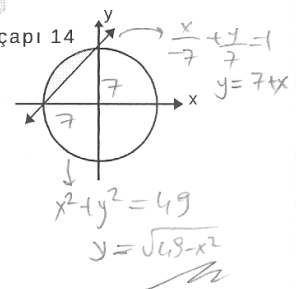
Grafiği verilen $y=2x$ ve $y=8/x$ fonksiyonları ve y eksenini arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



$2x = \frac{8}{x} \rightarrow 2x^2 = 8$
 $x = 2$
 $A = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4$
 $B = \int_4^8 \frac{8}{y} dy = 8 \ln y \Big|_4^8 = 8(\ln 8 - \ln 4) = 8 \ln 2$
 $A+B = 4 + 8 \ln 2$

Örnek...7 :

Şekildeki merkezli dairenin çapı 14 birimse taralı alanı integralle ifade ediniz



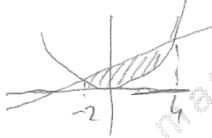
$$\int_{-7}^0 [\sqrt{49-x^2} - (x+7)] dx$$

İNTEGRAL-7

İNTEGRAL HESABI-ALAN HESABI

DEĞERLENDİRME 2

- 1) $y=x^2$ veya $-2x+8$ doğrusu arasında kalan alanı bulunuz.



$$x^2 = 2x + 8$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

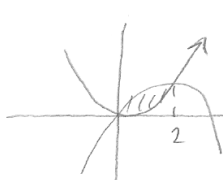
$$(x-4)(x+2)$$

$$\int_{-2}^4 (2x+8-x^2) dx = \left. -\frac{x^3}{3} + x^2 + 8x \right|_{-2}^4 = 36$$

- 2) $y=x^2$ veya $4x-x^2$ arasında kalan alanı bulunuz.

$$4x - x^2 = x^2$$

$$2x^2 - 4x = 0$$

$$2x(x-2) = 0 \quad 0, 2$$


$$\int_0^2 (4x - x^2 - x^2) dx$$

$$2x^2 - \frac{2}{3}x^3 \Big|_0^2$$

$$8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}$$

- 3) $y=x^3$ veya x^4 doğrusu arasında kalan alanı bulunuz.

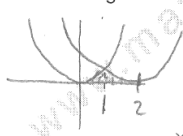
$$x^3 = x^4 \rightarrow x = 0, 1$$


$$\int_0^1 (x^3 - x^4) dx$$

$$\frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} \Big|_0^1$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

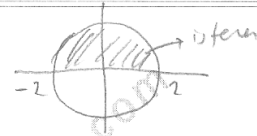
- 4) $f(x)=x^2$ ve $g(x)=(x-2)^2$ ile x eksenini arasında sınırlı bölgenin alanı kaç br² dir.

$$x^2 = (x-2)^2 \quad x=1$$


$$\int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (x-2)^2 dx$$

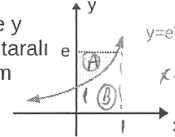
$$\frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \frac{(x-2)^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{2}{3}$$

5) $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx = ?$



$$\frac{\pi \cdot 2^2}{2} = 2\pi \quad (\text{veya } x = 2 \sin t \text{ dönüşümü})$$

- 6) $y=e^x$ fonksiyonu $y=e$ ile y eksenini arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

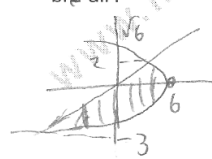


$$A = \int_1^e \ln y dy = y \ln y - y \Big|_1^e = (e \ln e - e) - (1 \ln 1 - 1) = 1$$

2.yol $A = 1 \cdot e - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$

(dikdörtgen - B) $= \frac{1}{2}$

- 7) $x = -y^2 + 6$ parabolü ile $x = y$ doğrusu tarafından sınırlanan kapalı bölgenin alanı kaç br² dir?



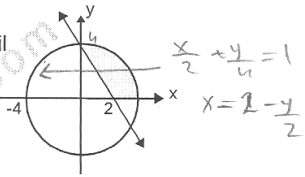
$$y = -y^2 + 6$$

$$y^2 + y - 6 = 0$$

$$(y+3)(y-2)$$

$$\int_{-3}^2 (-y^2 + 6 - y) dy = \left. -\frac{y^3}{3} + 6y - \frac{y^2}{2} \right|_{-3}^2 = \frac{125}{6}$$

- 8) Şekilde doğru ile merkezciil daire arasındaki taralı bölgenin alanını integralle ifade ediniz



$$x^2 + y^2 = 16 \rightarrow x = \sqrt{16 - y^2}$$

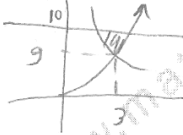
$$\int_0^4 [\sqrt{16 - y^2} - (2 - \frac{y}{2})] dy$$

İNTEGRAL-7

İNTEGRAL HESABI-ALAN HESABI

- 9) $y = \frac{27}{x}$ ve $y = x^2$ eğrileri ve $y=0$ doğrusu arasında sınırlı bölgenin alanı kaç birim karedir?

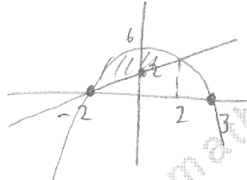
$x^2 = \frac{27}{x} \rightarrow x = 3$



$$\int_0^3 (x^2 - \frac{27}{x}) dx = \frac{x^3}{3} - 27 \ln x \Big|_0^3$$

- 10) $y = -x^2 + x + 6$ ile $y = x + 2$ doğrusu arasında kalan alanı bulunuz.

$-x^2 + x + 6 = x + 2$
 $x^2 = 4 \quad x = \pm 2$



$$\int_{-2}^2 [(-x^2 + x + 6) - (x + 2)] dx$$

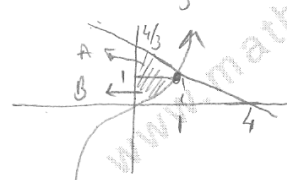
$$= \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx$$

$$= -\frac{x^3}{3} + 4x \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}$$

- 11) $y = x^3$ fonksiyonu $x=1$ noktasındaki normali ve $x=0$ doğrusu ile sınırlandırılmış bölgenin alanı kaç birim karedir?

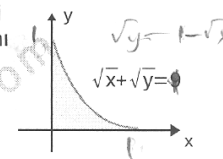
$f'(x) = 3x^2 \quad f(1) = 1$
 $m_t = f'(1) = 3$
 $m_n = -\frac{1}{3}$

$y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 1)$



$A = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$
 $B = 1 - \int_0^1 x^3 dx$
 $B = 1 - \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^1 = \frac{3}{4}$
 $A + B = \frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{11}{12}$

- 12) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$ bağıntısıyla birinci bölgede sınırlı bölgenin alanı kaç birim karedir?



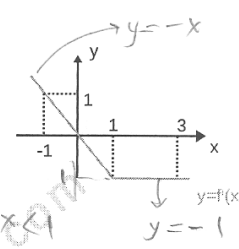
$$\int_0^1 (1 - \sqrt{x})^2 dx$$

$$= \int_0^1 (1 - 2\sqrt{x} + x) dx$$

$$= x - \frac{4}{3}x^{3/2} + \frac{x^2}{2} \Big|_0^1$$

$$= 1 - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

- 13) Şekilde $y=f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir. $f(0)=3$ ise $f(3)$ kaçtır?

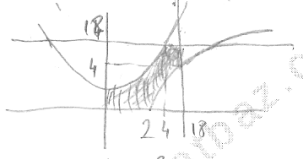


$f'(x) = \begin{cases} -x & x < 1 \\ -1 & x > 1 \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{2} + c & x < 1 \\ -x + d & x > 1 \end{cases}$

$f(0) = 3 \Rightarrow c = 3$
 $d = -\frac{1}{2} + 3 + 1$
 $f(3) = -3 + d = -3 + (-\frac{1}{2} + 3 + 1) = \frac{1}{2}$

- 14) $f(x) = \sqrt{x-2}$, $g(x) = x^2 + 2$ fonksiyonları ve $x=18$ ile $y=18$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir? (elvenler)



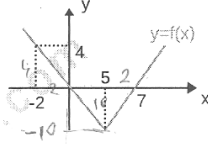
$$18^2 - \left(\int_2^{18} \sqrt{x-2} dx + \int_0^4 [18 - (x^2 + 2)] dx \right)$$

$$= 18^2 - \left[\frac{(x-2)^{3/2}}{3/2} \Big|_2^{18} + 16x - \frac{x^3}{3} \Big|_0^4 \right] = \frac{716}{3}$$

İNTEGRAL-7

İNTEGRAL HESABI-ALAN HESABI

- 15) Şekilde $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre $\int_{-2}^7 |f'(x)| dx$ kaçtır?

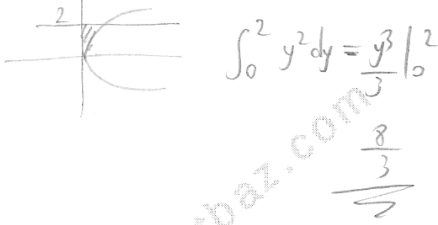


$$f'(x) = \begin{cases} -2 & x < 5 \\ 0 & x = 5 \\ 5 & x > 5 \end{cases}$$

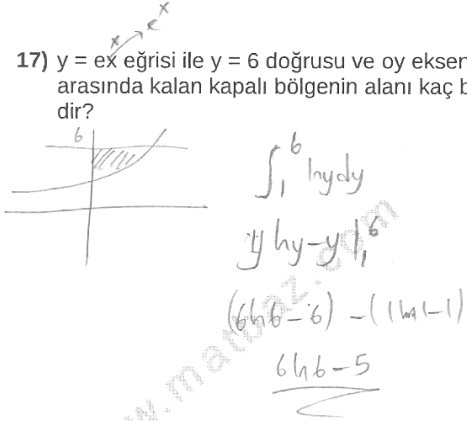
$$\int_{-2}^5 2 dx + \int_5^7 5 dx$$

$$2x \Big|_{-2}^5 + 5x \Big|_5^7 = 14 + 10 = 24$$

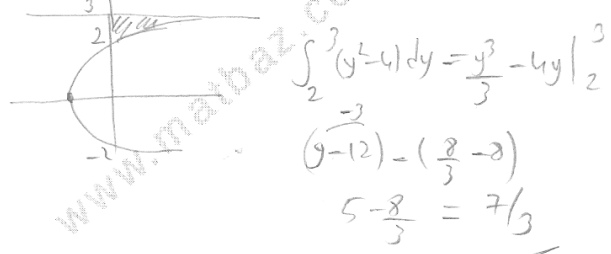
- 16) $x=y^2$ parabolü ile $x=0$ ve $y=2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?



- 17) $y = e^x$ eğrisi ile $y=6$ doğrusu ve oy eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

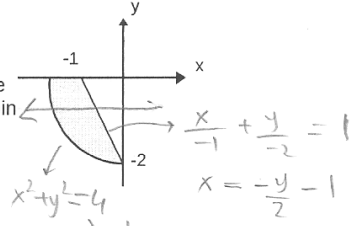


- 18) $x=y^2-4$ ile $y=3$ doğrusu ve y eksenini ile düzlemin 1. bölgesinde sınırlanmış bölgenin alanı kaç birim karedir?



- 19)

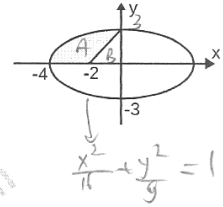
Şekilde merkezi orjin olan dörtte bir çember yayı veriliyor. Doğru ile daire arasında kalan taralı bölgenin alanını integrele ifade ediniz



$$\int_{-2}^0 (-\frac{y}{2} - 1) - (-\sqrt{4-y^2}) dy$$

$$\int_{-2}^0 (\sqrt{4-y^2} - \frac{y}{2} - 1) dy$$

- 20) Şekildeki merkezli elips ve doğru ile sınırlanmış bölgeyi integrele ifade ediniz.



$$A+B = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 3}{4} = 3\pi$$

$$B = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

$$A = 3\pi - 3$$