

AÇILAR

GEOMETRİK KAVRAMLAR

Nokta Tanımsızdır. Boyutu olmayan, kesin bir şekilde tanımlı yapılamayan ve geometrik yapıların tamamının temeli sayılabilecek bir kavramdır. Konum bildirmek amacıyla kullanılır. Bir kalem ucunun kağıtta bıraktığı iz nokta hakkında fikir verebilir. Nokta boyutsuzdur. Geometride noktalar A, B, C, ... gibi büyük harflerle isimlendirilir.

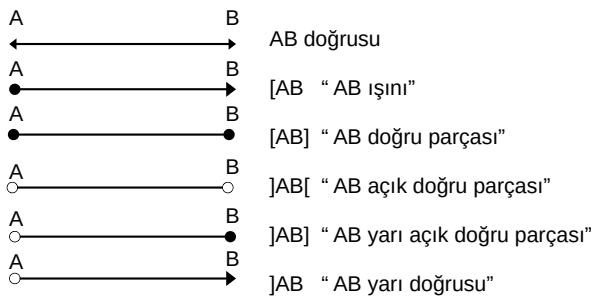
Doğru Her iki yönde sonsuza uzanan aynı doğrultudaki noktalar kümesidir. Tek boyutludur. Küçük harflerinden biri ya da doğru üzerinden seçilen iki nokta ile isimlendirilir.

Doğru Parçası Bir doğrunun üzerindeki iki nokta ile sınırlandırılmış noktalar kümesidir. Doğru parçası uç noktaları ile adlandırılır.

Işın Başlangıç noktası belli, bir yönde sonsuza kadar giden noktalar kümesidir.

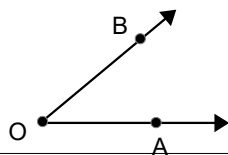
Yarı doğru Başlangıç noktası belli (hariç) tek yönde sonsuza kadar giden noktalar kümesidir.

Düzlem İki boyutta sonsuz noktalar kümesidir.



Açı Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine **açı** ; bu ışınlara **açının kenarları (kolları)** ; başlangıç noktasına ise **açının köşesi** denir.

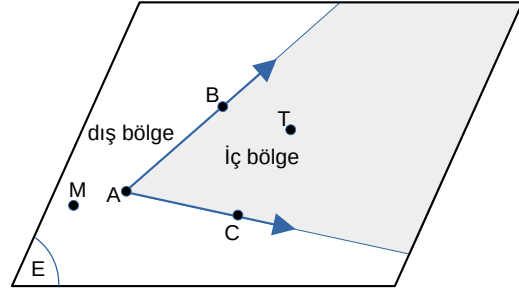
$$[OB \cup [OA = \widehat{AOB}$$



Bir düzlemde alınan ve köşesi A olan bir açı, bulunduğu düzlemi kendisi dâhil 3 nokta kümesine ayırır:

1. Açının kendisi
2. Açının iç bölgesi
3. Açının dış bölgesi

Açı ile açının iç bölgesinin birleşim kümesine **açısız bölge** denir



$$[AB \cup [AC = \widehat{BAC}$$

$$(\widehat{BAC}) \cup [BAC \text{ açısının iç bölgesi}] = (\widehat{BAC})$$

$$M \notin (\widehat{BAC}), T \in (\widehat{BAC})$$

Bir çemberin çevresi 360 eş parçaya bölündüğü zaman bu eş yay parçalarından birini gören ; köşesi merkezde olan açının ölçüsüne 1 derece (1°) denir.

1° nin 60 ta birine 1 dakika ($1'$) denir.

$$1^\circ = 60'$$

$1'$ nin 60 ta birine 1 saniye ($1''$) denir.

$$1' = 60''$$

Bir açının ölçüsü a derece, b dakika ve c saniye ise bunu $a^\circ + b' + c''$ veya $a^\circ b' c''$ biçiminde gösteririz

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

Örnek...1 :

Ölçüsü $4^\circ 12' 43''$ olan açının saniye cinsinden eşiti kaçtır

Örnek...2 :

$15873''$ lik açı kaç derece kaç dakika ve kaç saniyedir?

Örnek...3 :

Aşağıda verilen işlemleri yapınız.

- a) $50^{\circ} 25' 30'' + 34^{\circ} 18' 6''$
- b) $75^{\circ} 18' 21'' + 53^{\circ} 56' 52''$
- c) $75^{\circ} 18' 21'' - 53^{\circ} 56' 52''$

Örnek...4 :

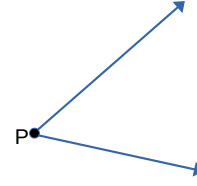
Bir ABC üçgeninde $m(A)=121^{\circ}58'1''$ ve $m(B)=16^{\circ}34'59''$ olduğuna göre $m(C)$ kaçtır?

Öklid Aksiyomları

- İki noktadan bir ve yalnız bir doğru geçer.
- Bir doğru iki yöne de sınırsız bir şekilde uzatılabilir.
- Merkezi ve üzerinde bir noktası verilen bir çember çizilebilir.
- Bütün dik açılar eşittir.
- Bir doğruya dışında alınan bir noktadan bir ve yalnız bir paralel çizilir.

Örnek...5 :

Aşağıdaki çizimleri pergel ve cetvel yardımıyla yapınız
A. Bir P açısının açıortayının çizilmesi



1. Adım: Pergelin ucu P noktasına yerleştirilir, açının kenarlarını kesen P merkezli bir çember çizilir. Oluşan kesim noktaları K ve L olarak isimlendirilir.
2. Adım: Pergelin açıklığı bozulmadan K ve L merkezli açının iç bölgesinde kesişen iki çember yayı çizilir ve bu yayların kesim noktası A olarak isimlendirilir.
3. Adım: P ve A noktaları birleştirilerek P açısının açıortayının çizimi tamamlanır.

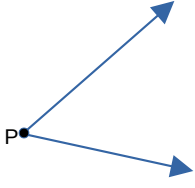
B) Bir Doğruya Üzerindeki Bir Noktadan Dikme Çizme

1. Adım: d doğrusu üzerindeki M noktasından doğruyu K ve L noktalarında kesen bir çember çizilir.
2. Adım: Pergel [KL] uzunluğunun yarısından fazla açılarak K ve L merkezli çember yayları çizilir ve bunların kesim noktasına P denir.
3. Adım: PM birleştirilerek çizim tamamlanır. $[PM] \perp d$ olacaktır

C. Bir Doğruya Dışındaki Bir Noktadan Dikme Çizme

1. Adım: M merkezli bir çember ile d doğrusu K ve L noktalarında kestirilir.
2. Adım: Pergel [KL] uzunluğunun yarısından fazla açılarak K ve L merkezli çember yayları çizilir. Çizilen bu çember yaylarının kesiştiği noktalardan M noktası tarafında olan nokta P noktası olarak isimlendirilir.
3. Adım: PM doğrusu ile d doğrusunun kesim noktası K ile çizim tamamlanır. $[MK] \perp d$ olacaktır

D. Bir Açıya Eş Açı Çizme



Bir P açısı verilmiş olsun. Bu açıya eş olan A açısını çizelim

1. Adım: Bir [AB çizilir.
2. Adım: Aynı yarıçap uzunluğunda P ve A merkezli çemberler çizilir.
3. Adım: P merkezli çemberin açıyı kestiği noktalar K ve L olsun. A merkezli çemberin [AB] nı kestiği nokta N olsun.
4. Adım: Pergel |KL| kadar açılır. Açıklık değiştirilmeden N merkezli, |KL| yarıçaplı çember yayı çizilir. Yayın çemberi kestiği nokta T olarak adlandırılır.
5. Adım: [AT çizildiğinde P açısına eş A açısının çizimi tamamlanmış olur.

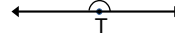
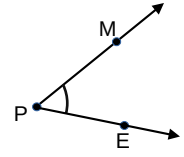
DOĞRUDA VE ÜÇGENDE AÇI BAĞINTILARI

Ölçülerine Göre Açı Çeşitleri

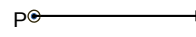
$0 < m(\widehat{MPE}) < 90^\circ$ dar açı

$m(\widehat{MPE}) = 90^\circ$ dik açı

$90 < m(\widehat{MPE}) < 180^\circ$ geniş açı



T doğrusal açı ($m(\widehat{T}) = 180^\circ$)



P Tam açı ($m(\widehat{P}) = 360^\circ$)

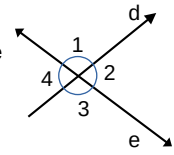
Tümler açılar birbirlerini
 90° ye bütünler açılar
 birbirlerini 180° ye
 tamamlar



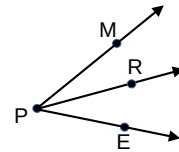
Örnek...6 :

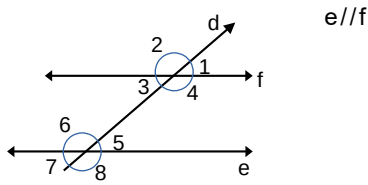
Bütünler iki açının oranı 0,6 ise küçük açının tümleri kaç derecedir?

Birbirini kesen 4 açıdan
 ardışık olmayanlara köşeleri
 ters açılar denir. (Şekilde 1 ve
 3 ile 2 ve 4) Köşeleri ters
 açılarının ölçüleri eşittir.



Köşesi ve birer ışını
 ortak olan açılara komşu
 açı denir. Şekilde MPR
 ve RPE açıları komşudur



Paralel iki ve bir kesen**Yöndeş Açılar**

Aynı yöne bakan ve kenarları paralel olan açılara denir.

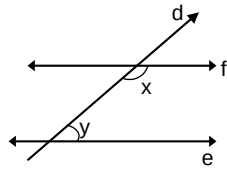
Şekildeki açılardan 1 ile 5, 2 ile 6, 3 ile 7 ve 4 ile 8 numaralı açılar yöndeş açılardır. Yöndeş açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

Dış Ters Açılar Paralel doğruların dışında kalan ters yönlü açılara denir.

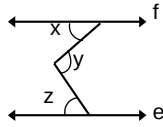
Şekildeki 1 ile 7 ve 2 ile 8 numaralı açılar dış ters açılardır ve dış ters açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

İç Ters Açılar Paralel doğruların arasında kalan ters yönlü açılara denir. Şekildeki 3 ile 5 ve 4 ile 6 numaralı açılar iç ters açılardır ve iç ters açılarının ölçüleri birbirlerine eşittir.

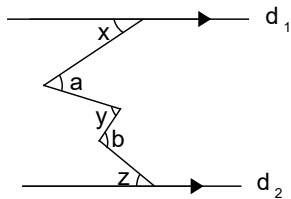
e//f
x ve y karşı durumlu
açılardır.
 $x+y=180$



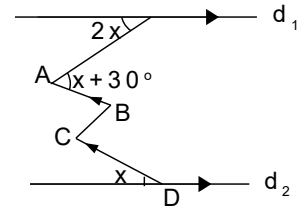
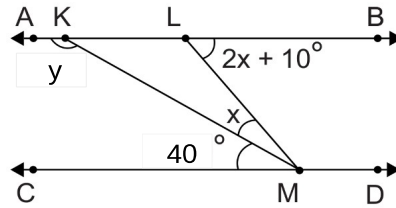
e//f
 $x+z=y$



d_1 ve d_2 paralel
doğrular ise oluşan
açılar için
 $x+y+z=a+b$
bağıntısı geçerlidir

**Örnek...7 :**

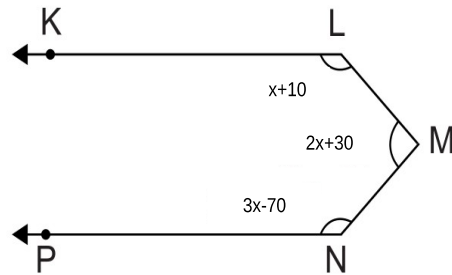
Şekilde $d_1 // d_2$,
 $AB // CD$ dir. Verilen
açı ölçülerine göre x
kaçtır?

**Örnek...8 :**

şekilde $AB // CD$ Buna göre $y-x$ kaçtır?

Örnek...9 :

şekilde $KL // PN$ Buna göre $m(M)$ kaç derecedir?



ÜÇGEN ÇİZİMİ

Üçgen çiziminde kullanılacak araçlar:

cetvel, açıölçer (iletki), pergel

Aşağıdaki çizimleri, adımları takip ederek yapalım

a. Bir kenar uzunluğu a birim olan bir ABC eşkenar üçgeninin çizimi

1. Adım: a birim uzunluğunda BC kenarı çizilir.
2. Adım: B ve C merkezli a birim yarıçaplı çember yayları çizilir.
3. Adım: Çember yaylarının kesim noktası olan A noktasından cetvel ile AB ve AC kenarları çizilir.

ABC eşkenar üçgeninin çizimi tamamlanmış olur.

b. Kenar uzunlukları a cm, b cm, c cm olan bir ABC çizimi

1. Adım: a cm uzunluğunda BC kenarı çizilir.
2. Adım: Pergel c cm açılır ve B merkezli c cm yarıçaplı çember yayı çizilir.
3. Adım: Pergel b cm açılır ve C merkezli b cm yarıçaplı çember yayı çizilir.
4. Adım: Çember yaylarının kesim noktası olan A noktasından cetvel AB ve AC kenarları çizilir ve çizim tamamlanır

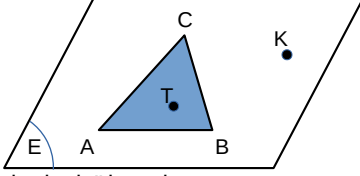
w w w . m a t b a z . c o m

c. Kenarlarının uzunluğu a cm ve c cm ile bu iki kenarın arasındaki açının ölçüsü $m(B)=x^\circ$ olan üçgenin çizimi:

1. Adım: Açıölçer ile x derecelik açı çizilir.
2. Adım: Pergel a cm açılır ve B merkezli çember yayı ile açının bir kenarı kestirilerek C noktası bulunur.
3. Adım: Pergel c cm açılır ve B merkezli çember yayı ile açının diğer kenarı kestirilerek A noktası bulunur.
4. Adım: A ve C noktaları cetvel ile birleştirilerek AC kenarı çizilerek çizim tamamlanmış olur.

Üçgen Düzlemde doğrusal olmayan, üç noktayı birleştiren, doğru parçalarının birleşim kümesine üçgen denir. Üçgen, doğru parçalarının oluşturduğu noktalar kümesidir.

Bir üçgen, üzerinde bulunduğu düzlemi kendisi dâhil üç nokta kümesine ayırır:



1. Üçgenin iç bölgesi
2. Üçgen
3. Üçgenin dış bölgesi

Üçgen ile üçgenin iç bölgesinin birleşim kümesine üçgensel bölge denir.

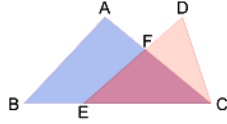
$$\hat{ABC} = [AB] \cup [CB] \cup [AC]$$

$$(\hat{ABC}) = \{ABC \text{ üçgeninin iç bölgesi}\} \cup \hat{ABC}$$

$$K \notin (\hat{ABC}), T \in (\hat{ABC})$$

Örnek...10 :

Aşağıdaki önermelerden kaç tanesi doğrudur?

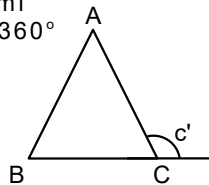


- $\hat{ABC} \cap \hat{DEC} = \{C, E, F\}$
- $\hat{ABC} \cap \hat{DEC} = [EC] \cup \{F\}$
- $[BC] \cap \hat{DEC} = [EC]$
- $\hat{ABC} \cap (\hat{DEC}) = [EC] \cup \{CF\}$
- $(\hat{ABC}) \cap \hat{DEC} = [EC] \cup \{EF\}$
- $(\hat{ABC}) \cap (\hat{DEC}) = \hat{FCE}$
- $(\hat{ABC}) \cap (\hat{DEC}) = (FCE)$

Üçgende iç açılar toplamı 180° , dış açılar toplamı 360° dir.

$$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{A}') + m(\hat{B}') + m(\hat{C}') = 360^\circ$$



Bir dış açı komşu olmayan iki içi açının toplamıdır.

$$m(\hat{C}') = m(\hat{A}) + m(\hat{B})$$

Örnek...11 :

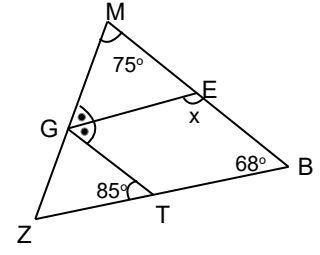
MBZ bir üçgendir.

$$m(\hat{M}) = 75^\circ, m(\hat{B}) = 68^\circ$$

$$m(\hat{ZTG}) = 85^\circ \text{ ve } [EG]$$

açıortay ise

$$m(\hat{GEB}) = x \text{ kaç derecedir?}$$



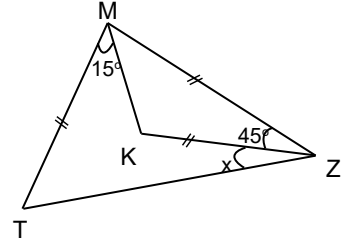
Örnek...12 :

MTZ bir üçgendir.

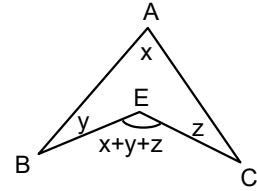
$$|TM| = |MZ| = |KZ|,$$

$$m(\hat{KZM}) = 45^\circ, m(\hat{KMT}) = 15^\circ$$

olduğuna göre x kaç derecedir?



Şekilde
 $m(\hat{BEC}) = x + y + z$

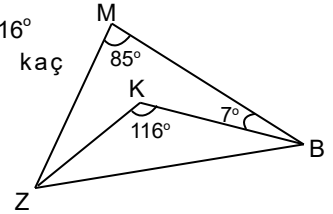


Örnek...13 :

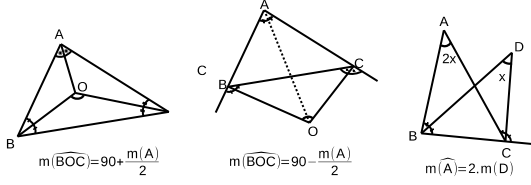
MBZ bir üçgendir.

$$m(\hat{BMZ}) = 85^\circ, m(\hat{BKZ}) = 116^\circ$$

$$m(\hat{MBK}) = 7^\circ, m(\hat{MZK}) \text{ kaç derecedir?}$$



Üçgende iç açıortaylar iç teğet çemberin merkezinde kesişir.
Üçgende iki dış ve diğer üçüncü köşenin iç açıortayları üçgenin dışında, dış teğet çemberlerin birinin merkezinde kesişir

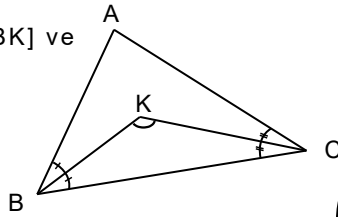


Yüksekliler ve kenarortaylar da tek noktada kesişir

Örnek...14 :

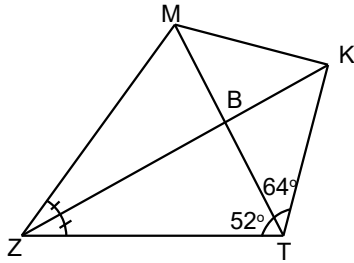
ABC bir üçgendir. [BK] ve [KC] açıortaylardır.

$m(\widehat{BKC}) = x + 55$,
 $m(\widehat{BAC}) = x$ olduğuna göre $m(\widehat{BKC})$ kaç derecedir?

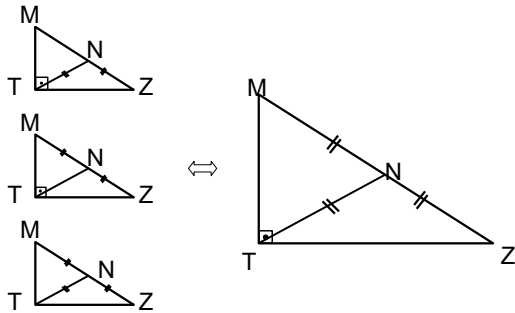


Örnek...15 :

MTZ bir üçgendir. [KZ] , MZT açısının açıortaydır.
 $m(\widehat{MTZ}) = 52^\circ$,
 $m(\widehat{MTK}) = 64^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{MKZ})$ kaç derecedir?

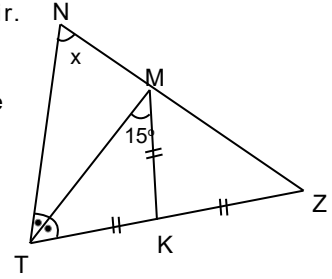


Hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu ayırdığı parçalar kadardır



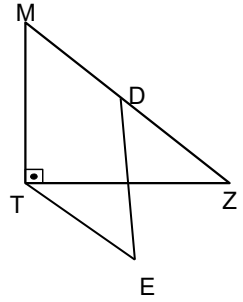
Örnek...16 :

NTZ bir üçgendir.
[TM] açıortaydır.
 $m(\widehat{TMK}) = 15^\circ$
 $|TK| = |KZ| = |MK|$ ise
 $m(\widehat{N})$ kaç derecedir?

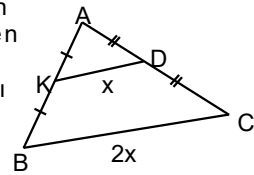


Örnek...17 :

MTZ bir dik üçgen
 $m(\widehat{MTZ}) = 90^\circ$, D noktası [MZ] nın orta noktası,
 $|TE| = |DZ|$, $m(\widehat{TED}) = 32^\circ$,
 $m(\widehat{EDZ}) = 38^\circ$ ise $m(\widehat{ZTE})$ kaç derecedir?

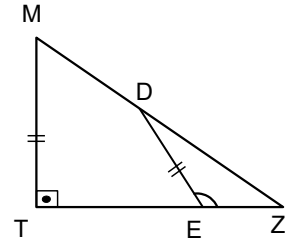


Bir üçgende iki kenarın orta noktasını birleştiren doğru parçası diğer kenara paralel ve yarısı kadardır.
 $|BC| = 2 \cdot |KD|$

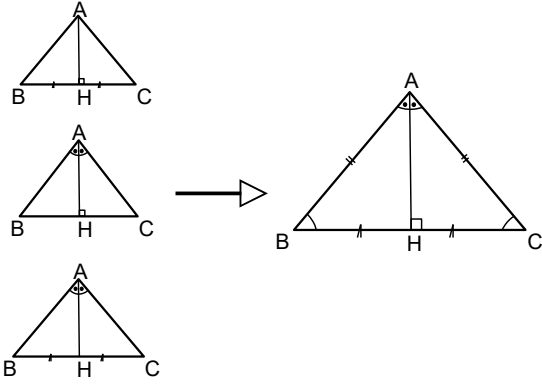


Örnek...18 :

MTZ bir dik üçgen
 $m(\widehat{MTZ}) = 90^\circ$, D noktası [MZ] nın orta noktası,
 $|MT| = |DE|$, ise $m(\widehat{DEZ})$ kaç derecedir?



Bir köşeye ait yükseklik, kenarortay ve açıortaydan herhangi ikisi aynı doğru



parçası ise üçgen en azından ikizkenardır.

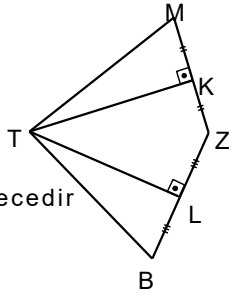
Örnek...19 :

MTBZ bir dörtgendir.

$[MZ] \perp [TK]$, $[TL] \perp [BZ]$,
 $|KM| = |KZ|$, $|BL| = |LZ|$

$m(\widehat{MZB}) = 112^\circ$

olduğuna $m(\widehat{MTB})$ kaç derecedir



Örnek...20 :

RKM bir üçgen

$m(\widehat{TZK}) = 90^\circ$

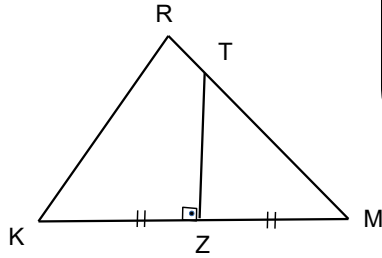
$|KR| = |TM|$,

$m(\widehat{MRK}) = 78^\circ$

olduğuna göre,

$m(\widehat{M})$ kaç

derecedir?

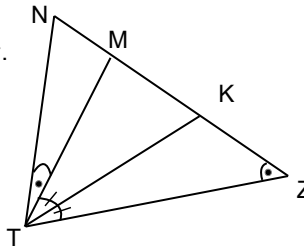


Örnek...21 :

NTZ bir üçgendir. $[TK]$
MTN açısının açıortayıdır.

$m(\widehat{TKN}) = 68^\circ$, $m(\widehat{NTZ}) = 84^\circ$

olduğuna göre $m(\widehat{Nzt})$ kaç
derecedir?



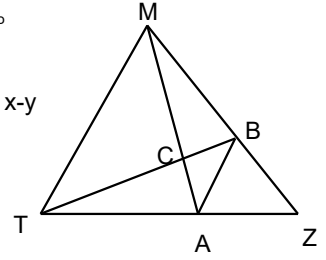
Örnek...22 :

MTZ bir üçgendir,

$m(\widehat{TMA}) = 50^\circ$, $m(\widehat{BMA}) = 20^\circ$

$m(\widehat{MTB}) = 55^\circ$, $m(\widehat{BTA}) = 10^\circ$

$m(\widehat{BAZ}) = x$, $m(\widehat{ZBA}) = y$ ise $x-y$
kaçtır?



Örnek...23 :

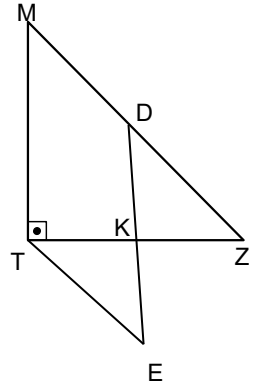
MTZ bir dik üçgen, D $[MZ]$ nın orta

noktasıdır. $m(\widehat{MTZ}) = 90^\circ$,

$|MD| = |TE|$,

$[MZ] \parallel [TE]$, $m(\widehat{ZDE}) = 44^\circ$

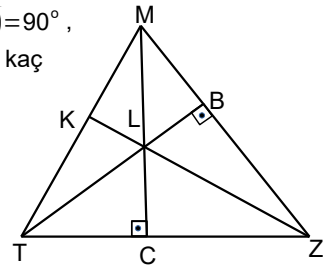
ise $m(\widehat{ZKE})$ kaç derecedir?



Örnek...24 :

MTZ bir dik üçgen $m(\widehat{TBZ}) = m(\widehat{MCT}) = 90^\circ$,

$m(\widehat{KTL}) = 20^\circ$ ise $m(\widehat{BLZ}) - m(\widehat{BZL})$ kaç
derecedir?

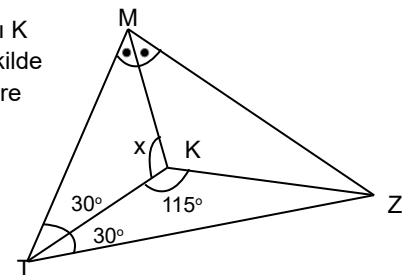


Örnek...25 :

MTZ bir üçgendir.

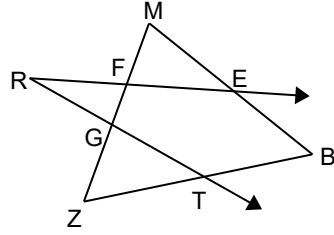
$[MK]$ ve $[TK]$ açıortayları K
noktasında kesişiyor. Şekilde
verilen açı ölçülerine göre

$m(\widehat{TKM})$
kaçtır?

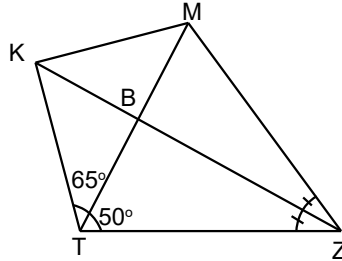


Örnek...26 :

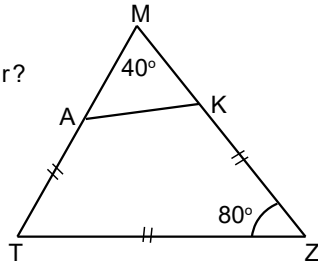
MBZ bir üçgendir.
 $\widehat{MBZ} \cap (\widehat{TRE})$

**Örnek...27 :**

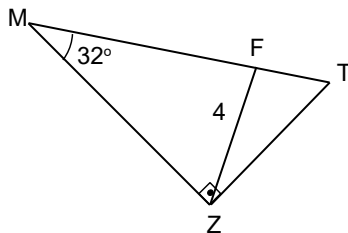
MTZ bir üçgendir.
 [KZ], MZT açısının
 açıortaydır.
 $m(\widehat{MTZ})=50^\circ$,
 $m(\widehat{MTK})=65^\circ$ olduğuna
 göre $m(\widehat{MKZ})$ kaç
 derecedir?

**Örnek...28 :**

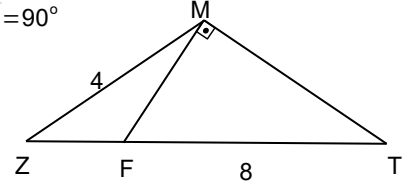
MTZ bir üçgendir.
 $m(\widehat{M})=40^\circ$ $m(\widehat{Z})=80^\circ$
 $|AT|=|TZ|=|ZK|$ ise
 $m(\widehat{ZKA})$ kaç derecedir?

**Örnek...29 :**

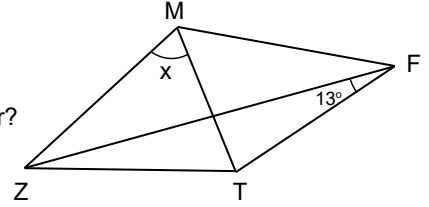
MTZ bir dik üçgendir,
 $m(\widehat{TMZ})=32^\circ$,
 $|ZF|=4br$, $|MT|=8br$
 ise $m(\widehat{FZT})$ kaç
 derecedir?

**Örnek...30 :**

ZMT bir üçgen $m(\widehat{FMT})=90^\circ$
 $m(\widehat{ZTM})=22^\circ$
 $|TF|=2 \cdot |MZ|=8br$
 ise $m(\widehat{ZMF})$ kaç
 derecedir?

**Örnek...31 :**

$m(\widehat{ZFT})=13^\circ$
 $|MZ|=|MT|=|MF|$
 ise $m(\widehat{ZMT})=x$ kaç derecedir?

**Örnek...32 :**

MTZ bir dik üçgen
 $m(\widehat{TBZ})=m(\widehat{MCT})=90^\circ$
 $m(\widehat{MLK})=m(\widehat{TLK})$,
 $m(\widehat{TMC})=24^\circ$
 ise $m(\widehat{BTZ})$ kaç derecedir?

