

BİRİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,
 $ax+b=0$ biçimindeki eşitliklere birinci
 dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.
 (denklemin bilinmeyeni x , katsayıları a ve b
 gerçek sayılarıdır.)

Denklemin derecesi, denklemdeki
 bilinmeyenin en büyük kuvveti olan sayıdır.

$ax + b = 0$ denklemini sağlayan $x = -\frac{b}{a}$
 sayısına denklemin kökü denir.

Denklemin köklerinden oluşan kümeye de
 çözüm kümesi denir ve $\mathcal{C} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$ şeklinde
 gösterilir

Örnek...1 :

$(a - 1)x^2 + 5x + a + 14 = 0$ birinci derece
 denkleminin bilinmeyeni x dir. Buna göre,
 denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Örnek...2 :

$4(x - 1) + 5x + 10 = 5(x + 5)$
 denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Örnek...3 :

Bir sayının 3 eksiğinin 4 katı bu sayının 2 katının
 5 fazlasına eşitse bu sayı kaçtır?

Örnek...4 :

$4(m - 3x) + 5x = x - 1$
 denkleminin kökü $x=1$ ise m kaçtır?

Örnek...5 :

$(a+b-3)^{24} + (a+7)^{12} = 0$
 olduğuna göre, $3a-2b$ kaçtır?

Örnek...6 :

$3x+2y-8=0$ olduğuna göre,

a) x in y türünden çözümü nedir?

b) y in x türünden çözümü nedir?

Örnek...7 :

$x=3+\frac{5}{y+2}$ olduğuna göre,

a) y nin hangi değeri için x hesaplanamaz?

b) x in hangi değeri için y hesaplanamaz?

GENELLEME

$ax+b=0$ denkleminde 3 hal kuralı vardır.

- 1) $a \neq 0$ için tek çözüm vardır.
- 2) $a=0$ ve $b=0$ için sonsuz çözüm vardır.
- 3) $a=0$ ve $b \neq 0$ için çözüm yoktur.

UYARI

Çözümün hangi kümede arandığı
 unutulmamalıdır.

Örnek...8 :

$2(3-5x)+3x+10 = -7(x+2)+30$
 denkleminin çözüm kümesini doğal sayılar
 kümesinde bulunuz.

Örnek...9 :

$-2(5-x)+3(x+2)=1-3(x+2)$
 denkleminin çözüm kümesini tamsayılar
 kümesinde bulunuz.

Örnek...10 :

$(3a-12)x+2b-7=13$
denklemini her x reel sayısı için sağlanıyorsa (a,b) ikilisini bulunuz.

Örnek...11 :

$6x+8=a(3x-2)-2b+5$
denkleminin çözüm kümesi boş ise b kaç olamaz?
(Bilinmeyen x kabul ediniz.)

CEBİRSEL İFADELER

Harfler, sayılar ve işaretlerden oluşan ifadelere cebirsel ifade denir.

$3x+5$, x^2-2x+7 , $4x+5y$...
gibi ifadeler cebirsel ifadelere birer
örnektir.

Örnek...12 :

Aşağıdaki cümlelere karşılık gelen cebirsel ifadeleri x değişkenine göre yazınız.

Bir sayının 3 katı :

Bir sayının yarısının 1 fazlası :

Bir sayının 3 katının 1 fazlasının yarısı :

Bir sayının karesinin yarısının 4 eksiği :

Bir sayının %20'si :

Bir sayının %20'si ile %10'unun aritmetik ortası :

Toplamları 30 olan iki sayıdan birincinin yarısı ile ikincinin karesinin toplamı

İki sayıdan birincinin üç katı ile ikincinin çarpmaya göre tersinin farkı :

Örnek...13 :

Bir sayının 7 katının 8 eksiği, aynı sayının 2 katının 12 fazlasına eşittir.
Buna göre bu sayısının karesini bulunuz.

Örnek...14 :

Bir sayının 15 fazlasının 3 katının 4 te biri, aynı sayıya eşit olduğuna göre bu sayıyı bulunuz.

Örnek...15 :

Bir kişi 3'er 3'er çıktığı merdivenleri,
5'er 5'er inerken 20 adım daha az atmıştır.
Merdivendeki basamak sayısı kaçtır?

Örnek...16 :

Bir sınıfta öğrenciler sıralara 4'erli oturursa 3 sıra boş kalıyor. 3'erli oturlarsa 15 öğrenci ayakta kalıyor. Sınıf mevcudu, sıra sayısından kaç fazladır?

Örnek...17 :

Zeynep, Kamil ve Hasan kardeşlerdir. Kamil'in yaşının 3 fazlasının yarısı Zeynep'in yaşına, 2 eksiğinin 3 katı Hasan'ın yaşına eşittir. Bu üç kardeşin yaşları toplamı 54 olduğuna göre Kamil'in yaşını bulunuz.

1. DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, x ve y değişken olmak üzere, $ax+by+c=0$ biçimindeki denklemlere birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem denir.

$ax+by+c=0$ denkleminin çözüm kümesi sonsuz tane sıralı ikiliden oluşur. Çözüm kümesi analitik düzlemde bir doğru belirtir.

İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMİ

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$
 $a_2x + b_2y + c_2 = 0$
 sistemine iki bilinmeyenli denklem sistemi denir.
 Bu tür denklem sistemlerinin çözüm kümesi (eğer varsa) bulunurken üç farklı çözüm yapılabilir.

1. Yok etme yöntemi
2. Yerine koyma yöntemi
3. Grafik yöntemi

1. YOK ETME YÖNTEMİ

Bilinmeyenlerden herhangi birinin katsayıları eşitlenir, taraf tarafa çıkartılır.

Örnek...18 :

$$x-y=9$$

$$2x+y=23$$

sistemini sağlayan x değeri kaçtır?

Örnek...19 :

$$(a+b-13)^{32} + (a-b-9)^{44} = 0$$

ise (a,b) ikilisini bulunuz.

Örnek...20 :

a ve b doğal sayılar olmak üzere, $(3a+2).(a+b)=20$ ise $a+b$ en çok kaçtır?

Örnek...21 :

$$mx - (n+2)y = 5$$

$$x + (m+n)y = 7$$

sistemini sağlayan (x,y) ikilisi $(2,-3)$ ise $m.n$ değeri kaçtır?

Örnek...22 :

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 2$$

$$\frac{3}{y} + \frac{2}{x} = 5$$

ise x kaçtır?

2. YERİNE KOYMA YÖNTEMİ

Denklemden birinden bilinmeyenlerden biri, diğeri cinsinden yazılır. Bulunan ifade, diğer denklemden yerine yazılarak çözüm yapılır.

Örnek...23 :

$$x-y=9$$

$$2x+y=23$$

sistemini sağlayan x değeri kaçtır?

Örnek...24 :

$$3x+y=13$$

$$5x+3y=27$$

sistemini sağlayan (x,y) ikilisini bulunuz.

ANALİTİK DÜZLEM

Başlangıç noktaları aynı olan ve birbirine dik iki gerçek sayı ekseninin oluşturduğu sisteme, dik koordinat sistemi (analitik düzlem) denir.

Yatay eksene x (apsis) ekseni, düşey eksene y (ordinat) ekseni denir.

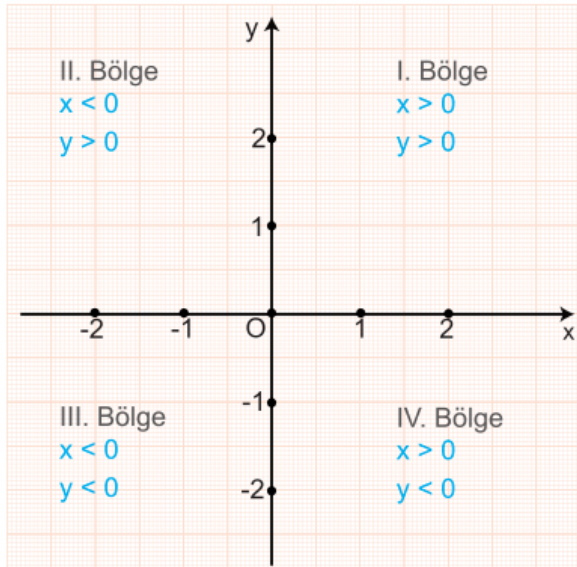
Eksenlerin kesiştiği noktaya orijin denir.

Analitik düzlemde her noktaya (x, y) karşılık gelir ve bu ikili, noktanın koordinatlarıdır.

A(x, y) noktası için apsis ve ordinat değerleri eksenlere çizilen dik doğruların eksenleri kestiği noktalardır.

Orijin koordinatları O(0, 0) dır.

x eksenindeki noktalar A(a, 0), y eksenindeki noktalar B(0, b) şeklinde gösterilir.



Örnek...25 :

A(5, 2), B(2, 3), C(-6, 0), D(9, -2), E(-3, -4) noktalarını analitik düzlemde gösteriniz.

Örnek...26 :

$x + 2y = 8$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

Örnek...27 :

$2x - 3y + 12 = 0$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

Örnek...28 :

$y = 2x - 12$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

Örnek...29 :

$5x + y = 0$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

Örnek...30 :

$3x + 5 = 0$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

$ax + by + c = 0$ birinci dereceden iki bilinmeyenli denkleme karşılık gelen grafiği oluşturmak için iki farklı nokta belirleriz

3. GRAFİK YÖNTEMİ

Grafik yöntemi ile denklem sistemlerinin çözmek için

1. Adım: Milimetrik kağıt üzerine dik koordinat sistemi (analitik düzlem) çizilir.
2. Adım: Denklem sistemini oluşturan doğruların grafikleri çizilir.
3. Adım: Grafiği çizilen doğruların kesiştiği noktadan eksenlere dik doğrular çizilir.
4. Adım: Çizilen dik doğruların eksenlerde gösterdiği apsis ve ordinat belirlenerek çözüm (x,y) şeklinde elde edilmiş olur. (Çözüm grafiklerde elde edilen ortak nokta/ noktalar)

Örnek...31 :

$$x-y=9$$

$$2x+y=23$$

sistemini sağlayan (x,y) ikilisini grafik yöntemi ile bulunuz.

Örnek...32 :

$$x+y=5$$

$$2x-y=4$$

sistemini sağlayan (x,y) ikilisini grafik yöntemi ile bulunuz.

Örnek...33 :

$$x+y=5$$

$$y=5-x$$

sistemini sağlayan (x,y) ikilisini grafik yöntemi ile bulunuz.

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

iki bilinmeyenli denklem sisteminde her bir ifade bir doğru belirttiğinden , doğruların durumuna göre çözüm incelenebilir:

1) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ise doğrular kesişir dolayısıyla tek çözüm vardır.

2) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ise doğrular çakışır dolayısıyla sonsuz çözüm vardır.

3) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ise doğrular paraleldir dolayısıyla çözüm yoktur.

Örnek...34 :

$$(3m-2)x+4y=12$$

$$5x+(n-5)y=16$$

denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı ise m+n toplamı kaçtır?

Örnek...35 :

$$x-my = 12$$

$$3x+5y = 21$$

sisteminin çözümü boş küme ise m değeri ne olabilir?

Örnek...36 :

$$x+ay = 9$$

$$3x+4y = 12$$

sisteminin çözümü tek elemanlı olduğuna göre a hangi reel sayıya eşit olamaz?