

## GEOMETRİK KAVRAM VE ŞEKİLLERİN İNŞASI

Geometrik şekiller bilim, teknoloji ve sanatın temelinde yer alır ve günlük yaşamı etkiler. Simetri ve düzene dayanan geometrik inşaa, mimaride köprü ve binaların temelini oluşturur. Fraktallar doğadaki tekrar eden karmaşık yapıları gösterir. Kaplama, yüzeyleri estetik desenlerle süslerken; süsleme bu desenleri tekstil ve seramik gibi alanlarda görsel zenginliğe dönüştürür. Bu kavramlar hem matematikte hem de tasarımda önemli bir yere sahiptir.

**Pergel (yayçizer)**, daire ve yay çizmek için kullanılan bir çizim aracıdır. Genellikle iki kolludur: bir ucu (iğne ucu) sabitlenerek merkez noktayı belirler, diğer ucundaki kalem ya da kurşun kalem ise sabit uzaklıkta dönerek düzgün bir daire çizer. Matematikte ve teknik çizimde sıkça kullanılır; ayrıca uzunluk ölçme ve eşit parçalar oluşturma gibi işlemlerde de işe yarar

**Ölçüsüz cetvel (çizgeç)**, üzerinde herhangi bir ölçü birimi (cm, mm gibi) bulunmayan, sadece düz çizgi çizmek için kullanılan bir araçtır. Matematikte özellikle geometrik çizimlerde kullanılır. Bu araçla uzunluk ölçülmez; yalnızca iki nokta arasını birleştirerek doğru çizmek ya da çizimleri düzenli yapmak amaçlanır.

## PERGEL VE ÇİZGEÇ KULLANARAK YAPILAN ÇİZİMLER

**Pergel ve çizgeç çizimleri**, klasik geometrinin (özellikle Öklid geometrisinin) temelini oluşturan, yalnızca iki araç kullanarak yapılan geometrik kurgulardır. Bu yöntem, matematiğin en saf ve "oyunsu" alanlarından biri olarak kabul edilir çünkü temel amaç, karmaşık şekilleri en basit araçlarla hatasız bir şekilde inşa etmektir. Sayısal ölçüm olmadan, yalnızca **mantıksal adımlarla** kesin şekiller elde edilmesini sağlamaktadır

**Çizim Oyunun Kuralları**

Bu çizimlerde sadece şu üç işlem "yasal" kabul edilir:

1. Verilen iki noktadan geçen bir **doğru çizmek**.
2. Merkezi bir nokta olan ve başka bir noktadan geçen bir **çember çizmek**.
3. Doğruların ve çemberlerin birbirleriyle kesiştiği **yeni noktaları belirlemek**.

**Neler Yapılabilir?**

Bu kısıtlı araçlarla şaşırtıcı derecede karmaşık işler başarılabilir:

- Bir doğru parçasına dikme çıkarmak veya onu iki eş parçaya bölmek.
- Bir açının açıortayını çizmek.
- Düzgün çokgenler (eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen vb.) inşa etmek.
- Bir açıya eş bir açı oluşturmak.

**Neler Yapılamaz? ( Kanıtlanmış!)**

Yüzyıllarca denenene ama 19. yüzyılda *imkânsız* olduğu ispatlanan üç klasik problem:

1. **Açıyı üçe bölmek** (genel açı için)
2. **Küpü iki katına çıkarmak** ( $\sqrt[3]{2}$  cetvelle çizilemez)
3. **Çemberi kareye dönüştürmek** ( $\pi$ 'nin aşkın sayı olması nedeniyle)

**Neden Önemli**

Bu çizimler sadece birer bulmaca değildir; antik dönemden bu yana mimari, sanat ve mühendislikteki simetri ve oran anlayışının temelini oluşturur. Geleneksel geometrik desenlerin (örneğin Selçuklu yıldızları veya karmaşık tezyinatlar) çoğu, aslında bu iki basit aracın birbiriyle olan dansından doğmuştur.

Bugün modern yazılımlar her şeyi bizim yerimize ölçse de, pergel ve çizgeçle yapılan bir çizim, geometrinin "mantıksal iskeletini" anlamının en saf yoludur.

**Örnek...1 :****Doğru Parçasının Orta Dikmesinin İnşaa Edilmesi**

Verilen bir doğru parçasına aşağıdaki adımları uygulayarak orta dikmesini inşa edebiliriz.

1. AB doğru parçasının uçlarına pergeli aç (AB'den uzun yarıçap).
2. A merkezli yay çiz.
3. Aynı yarıçapla B merkezli yay çiz.
4. İki yayın kesişim noktaları C ve D olsun.
5. CD'yi çizgeçle birleştir → bu, AB'nin **orta dikmesidir**.

**Örnek...2 :**

Pergel ve çizgeç yardımıyla eşkenar üçgen inşa ediniz.( oluşturma adımlarını yazıp çizimle gösteriniz.)

**Örnek...3 :**

Bir doğruya dışındaki P noktasından dik bir doğrunun çizilmesi adımlarını yazarak gösteriniz

**Örnek...4 :**

Bir doğruya doğrunun üzerindeki bir noktadan dik bir doğru çizilmesi adımlarını yazarak gösteriniz

**Örnek...5 :**

Bir doğruya dışındaki P noktasından geçen paralel doğrunun çizim adımlarını yazarak gösteriniz

**Örnek...6 :**

Bir açıya eş bir açı çizilmesi adımlarını yazarak gösteriniz

**Örnek...7 :**

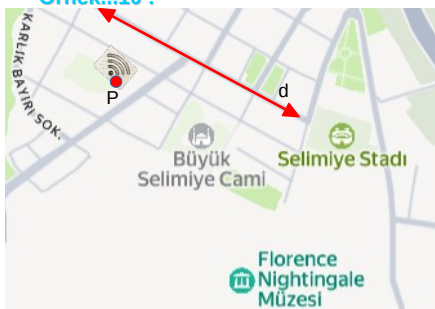
iki kenarının uzunluğu ile bu kenarların oluşturduğu açının ölçüsü bilinen bir üçgen çizilmesi adımlarını yazarak gösteriniz

**Örnek...8 :**

Pergel ve çizgeç yardımıyla eşkenar üçgenin herhangi bir kenarına ait yüksekliği inşa ediniz.

**Örnek...9 :**

Bir kare içine eşkenar üçgen inşasını pergel ve çizgeç kullanarak yapınız.

**Örnek...10 :**

Şekildeki  $d$  doğrusu boyunca hareket ederek Selimiye stadi'na giden Barkut, hareketi boyunca sadece  $P$  noktasına en yakın olduğu noktada cep telefonunun kablosuz internete bağlı olduğunu fark ediyor. Buna göre bu noktayı doğru üzerinde bularak işaretleyiniz.

Üçgenin ana elemanları kenarlar ve açılarıdır; **açıortay**, **kenarortay** ve **yükseklik**, bir üçgenin **yardımcı elemanları** (veya temel olmayan elemanları) olarak adlandırılır. Yardımcı elemanlar ana yapıyı analiz etmemizi, merkezleri bulmamızı ve özel oranlar kurmamızı sağlar.

Eleman	Ne Yapar?	Kesişim Noktası
Kenarortay	Kenarı ikiye böler	Ağırlık Merkezi (G)
Açıortay	Açıyı ikiye böler	İç Teğet Çember Merkezi (I)
Yükseklik	Dik iner	Diklik Merkezi (H)
Kenar Orta Dikme	Kenarı ortalayıp dik çıkar	Çevrel Çember Merkezi (O)

\*Merkezi adlandırırken verilen nokta ismi farklı verilebilir

**Örnek...11 :**

Üçgende **katlama** ile elde edilebilecek yardımcı elemanlar.

Üçgen şeklindeki bir kâğıdın herhangi bir kenar ya da köşesine ait yardımcı elemanları, kâğıdı katlayarak nasıl elde edebileceğimizi adımlarıyla yazınız.

Bir üçgen çizmek için şu durumlardan biri yeterlidir:

- Üç kenarının uzunluğu biliniyorsa.
- İki kenarı ve aralarındaki açının ölçüsü biliniyorsa.
- İki açısı ve bu açılar arasındaki kenarın uzunluğu biliniyorsa.

**Örnek...12 :**

İki kenarının uzunluğu ile bu kenarların oluşturduğu açının ölçüsü bilinen bir üçgenin çizim aşamalarını oluşturunuz.

**Örnek...14 :**

Pergel ve çizgeç yardımıyla verilen uzunlukta bir kare inşa ediniz

**Örnek...13 :**

Pergel ve çizgeç yardımıyla iki açısının ölçüsü ve bu iki açının ortak kenar uzunluğu verilen bir üçgen inşa ediniz

**Örnek...15 :**

Pergel ve çizgeç yardımıyla dik kenarları verilen bir dik üçgen inşa ediniz

**Örnek...16 :**

Pergel ve çizgeç yardımıyla kenar uzunluğu verilen düzgün altıgeni inşa ediniz. Düzgün altıgen yardımıyla ölçüleri özel olan açılardan hangilerinin inşası mümkün olabilir?

**Bir miras-vasiyet hikayesi**

**Matbaz** -"Gemini, Gauss 17gen çizimi hikayesi nedir ? "

**Gemini** -"Matematik dünyasında **"Matematikçilerin Prensi"** olarak anılan Carl Friedrich Gauss'un hikayesi, aslında bir 17-gen (heptadekayon) çizimiyle başlar. Bu olay, sadece bir geometri problemi değil, genç bir dehanın kariyer rotasını belirleyen kırılma noktasıdır.

İşte 2000 yıllık bir sessizliği bozan o hikaye:

**1. Antik Yunan'dan Kalan Boşluk**

Öklid döneminden beri matematikçiler, pergel ve çizgeç kullanarak hangi düzgün çokgenlerin çizilebileceğini biliyorlardı: **3 (eşkenar üçgen)**, **4 (kare)**, **5 (düzgün beşgen)** ve bunların katları (6, 8, 10, 15...). Ancak 2000 yıl boyunca hiç kimse, örneğin düzgün bir 7-gen veya 17-genin sadece bu iki araçla çizilip çizilemeyeceğini kanıtlayamamıştı. Genel kanı, bunların imkansız olduğu yönündeydi.

**2. Genç Gauss'un Kararsızlığı**

1796 yılında, henüz 19 yaşında olan Gauss, üniversite eğitimi için iki yol arasında kalmıştı: **Filoloji** (dil bilimi) mi yoksa **Matematik** mi? Gauss diller konusunda da bir dahiydi ancak 30 Mart sabahı yatağından kalktığı anda, zihninde şimşekler çaktı.

**3. Cebirsel Devrim**

Gauss, sorunu geometrik bir çizim olarak değil, bir **cebir problemi** olarak ele aldı. Karmaşık sayıları ve trigonometriyi kullanarak, düzgün bir 17-genin çizilebilir olması için  $\cos\left(\frac{2\pi}{17}\right)$  değerinin sadece karekökler cinsinden ifade edilebilmesi gerektiğini anladı. Ve o sabah, bu değeri hesaplamayı başardı.

Bulduğu formül şuna benziyordu (oldukça ürkütücü ama bir o kadar zariftir):

$$\cos\left(\frac{2\pi}{17}\right) = -\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\sqrt{17} + \frac{1}{16}\sqrt{34 - 2\sqrt{17}} + \dots$$

Bu formülün sadece kareköklerden (ikinci dereceden köklerden) oluşması, pergel ve çizgeçle inşanın **mümkün** olduğu anlamına geliyordu.

**4. Sonuç ve Miras**

Gauss bu keşfiyle o kadar gurur duydu ki, o gün matematikçi olmaya kesin karar verdi. Hatta günlüğüne (ünlü *Notizen*) attığı ilk önemli not budur.

**Vasiyeti:**

Gauss, ölümünden sonra mezar taşına düzgün bir 17-gen kazınmasını istedi. Ancak mezar taşını yapan usta, 17-genin dışarıdan bakıldığında neredeyse bir daireye benzeyeceğini, bu yüzden kimsenin farkı anlamayacağını söyleyerek bu talebi reddetti. Sonunda, Gauss'un doğduğu şehir olan Braunschweig'deki anıtının kaidesine, 17 köşeli bir **yıldız** (stella decemseptangula) kazındı.

**Gauss'un Genel Kuralı**

Gauss sadece 17-genı çözmekle kalmadı, genel bir kural da koydu: Bir düzgün n-genin çizilebilmesi için n sayısının **Fermat asalları** ( $F_n=2^{2^n}+1$  türündeki sayılardır) cinsinden ifade edilebilmesi gerekir.

- $n=3$  elde edilebilir ( $F_0=2^{2^0}+1=3$ )
- $n=5$  ( $F_1=2^{2^1}+1=5$ )
- $n=17$  ( $F_2=2^{2^2}+1=17$ )
- $n=257$  ve  $n=65537$  de bu kurala göre çizilebilir!