

## SONLU SAYI ÖRÜNTÜLERİ

Doğadaki ve günlük yaşamdaki tekrarlayan düzenler (ritimler, rutinler, periyodik olaylar ve şekiller), olayları anlamlandırmamızı ve geleceği öngörmemizi sağlar. İnsan zihni, bu somut gözlemleri daha iyi kavrayabilmek adına matematiksel soyutlamalara başvurur.

Bu disiplinin en somut uygulama alanlarından biri olan kriptoloji, sayı ve şekil örüntülerini kullanarak bilgi güvenliğini sağlar. Örüntülerin genellenmesi (formülize edilmesi), hem karmaşık şifrelerin çözülmesine hem de güvenli yeni sistemlerin kurulmasına olanak tanır.

### Temel Kavramlarla Akış

**Gözlem:** Yaşamdaki düzenli tekrarlar.

**Araç:** Matematiksel modelleme ve soyutlama.

**Uygulama:** Kriptolojide şifreleme ve deşifre süreçleri.

**Sonuç:** Örüntü analizi sayesinde tahmin ve güvenlik kabiliyeti.

Örüntü soruları, belirli bir kurala göre dizilen sayılar veya şekiller arasındaki ilişkiyi bulmamızı sağlar.

### Aritmetik Örüntüler (Toplama ve Çıkarma)

Bu örüntülerde sayılar her adımda sabit bir miktarda artar veya azalır.

#### Örnek...1 :

7, 12, 17, 22,... sayı dizisi veriliyor. Buna göre,  
a) dizideki bir sonraki terim kaçtır?  
b) dizinin n. elemanının n türünden eşiti nedir?

#### Örnek...2 :

80, 72, 64, 56, ... sayı dizisi veriliyor. Buna göre,  
a) dizideki bir sonraki terim kaçtır?  
b) dizinin n. elemanının n türünden eşiti nedir?

### Geometrik Örüntüler (Çarpma ve Bölme)

Bu örüntülerde sayılar belirli bir kat sayı ile çarpılarak veya bölünerek ilerler.

#### Örnek...3 :

3, 6, 12, 24, ... sayı dizisi veriliyor. Buna göre,  
a) dizideki bir sonraki terim kaçtır?  
b) dizinin n. elemanının n türünden eşiti nedir?

#### Örnek...4 :

162, 54, 18, ... sayı dizisi veriliyor. Buna göre,  
a) dizideki bir sonraki terim kaçtır?  
b) dizinin n. elemanının n türünden eşiti nedir?

### Kademeli Artış Gösteren Örüntüler

Artış miktarının kendisi de bir kurala göre değişebilir.

#### Örnek...5 :

1, 2, 4, 7, 11, 16,... sayı dizisi veriliyor. Buna göre,  
a) dizideki bir sonraki terim kaçtır?  
b) dizinin n. elemanının n türünden eşiti nedir?

### Karesel ve Küpsel Örüntüler

Sayıların kareleri veya küpleri üzerinden giden, mantık yürütme gerektiren dizilerdir.

#### Örnek...6 :

1, 4, 9, 16, 25, ... sayı dizisi veriliyor. Buna göre,  
a) dizideki bir sonraki terim kaçtır?  
b) dizinin n. elemanının n türünden eşiti nedir?

**Özel Bir Örnek: Fibonacci Dizisi**  
Doğada sıklıkla karşımıza çıkan, her sayının kendinden önceki iki sayının toplamı olduğu ünlü bir örüntüdür.

**Örnek...7 :**

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... sayı dizisi veriliyor.

Buna göre,

- dizideki bir sonraki terim kaçtır?
- dizinin n. elemanının n türünden eşiti nedir?

**Özet Tablo: Örüntü Çözme Stratejisi**

Yöntem	Ne Yapmalı?	Örnekler
<b>Farklara Bak</b>	Sayılar arasındaki fark sabit mi? (+2, -3 vb.)	1,5,9,13,... 12,8,4,0,...
<b>Oranlara Bak</b>	Sayılar birbirinin katı mı? (* 5, : 8 vb.)	3,6,12,24,... 3600,1200,400,...
<b>Değişen Farklar</b>	Farklar kendi içinde artıyor mu? (+1, +2, +3 vb.)	7,8,10,13,16,...
<b>Terim Numarası</b>	Sayı, bulunduğu sıra ile ilişkili mi? ( $n^3$ , $3n+1$ vb.)	2,3,6,11,18,27,...

**Örnek...8 :**

Üç arkadaş olan Alper, Barkut ve Cankat yaz tatili için kitap okuma hedefi koymuşlardır.

- Alper: Her gün sabit 5 sayfa kitap okuyacaktır.
- Barkut: İlk gün 10 sayfa, sonraki her gün bir önceki günden 3 sayfa fazla okuyacaktır.
- Cankat: İlk gün 20 sayfa okuyacak, ancak her gün okuduğu sayfa sayısını 2 sayfa azaltacaktır.

Buna göre, üç arkadaşın 5. günün sonunda okudukları toplam sayfa sayısı kaçtır?

**Örnek...9 :**

Bir salonda masalar tek sıra ve ardışık sayıda dizilmiştir. Aşağıda sırasıyla 1,2 ve 3 masa olması durumunda yerleşimler verilmiştir.



Masa ile oturabilen en çok kişi sayısı arasında şekildeki örüntüye göre:

- 4 masa olduğunda en çok kaç kişi oturabilir ?
- n masa olduğunda en çok kaç kişi oturabilir ?

**Örnek...10 :**

Bir güvenlik görevlisi 5 günde bir nöbet tutmaktadır. İlk nöbetini ayın 3. günü tuttuğuna göre, 4. nöbetini ayın kaçınıcı günü tutar?

**Örnek...11 :**

Bir doktor 3 günde bir nöbet tutmaktadır. İlk nöbetini 1 Ocak'ta tutan bu doktor, Ocak ayı içerisinde (Ocak 31 gündür) toplam kaç nöbet tutar?

**Örnek...12 :**

Bir polis memuru 6 günde bir nöbet tutmaktadır. 1. nöbetini yılın 10. gününde tuttuğuna göre, 10. nöbetini yılın kaçınıcı gününde tutar?

**Örnek...13 :**

İlk nöbetini yılın 5. gününde tutan ve 4 günde bir nöbet tutan birinin n. nöbetinin gününü veren genel kuralı yazınız.

**Örnek...14 :**

M1 metro hattı ile ilgili şu bilgiler verilmiştir:

- İlk Sefer: Her sabah saat 06.30'da başlamaktadır.
- Sefer Aralığı: Metro her 12 dakikada bir kalkmaktadır.
- Son Sefer: Gece saat 00.18'dedir.

Buna göre:

- Bu metro hattında günün 5. seferi saat kaçta yapılır?
- Saat 09.45'te durağa gelen bir yolcu, en az kaç dakika bekleyerek bir sonraki metroya binebilir?

**Örnek...15 :**

Başlangıç kalınlığı 0,2 mm olan bir kağıt 3 kez üst üste ikiye katlanırsa son kalınlık kaç mm olur?

**Örnek...16 :**

Bir kağıt n defa ikiye katlandığında oluşan toplam katman sayısı hangi formülle ifade edilir?

**Örnek...17 :**

Aşağıda verilen şekilde, 40 koltuklu bir otobüsteki koltuk numaralarının nasıl düzenlendiği gösterilmiştir. Yan yana her iki koltuk cam kenarı ve koridor olarak ifade edilmektedir.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- 23 numaralı koltuğun hangi konumda olduğunu bulunuz.
- Konumları cam kenarlarında olan koltukların numaralarını veren iki ayrı sayı örüntüsünün kuralını yazınız.

**Örnek...18 :**

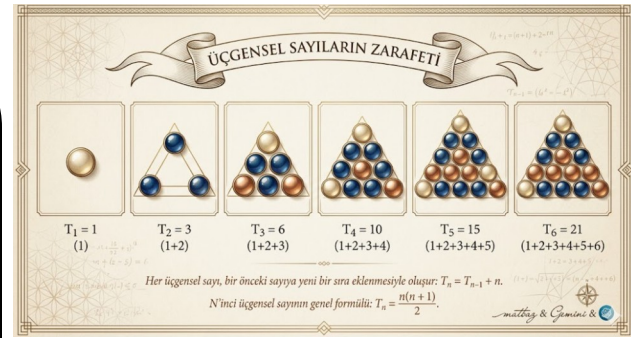
**Üçgensel sayılar**, 1'den başlayarak ardışık doğal sayıların toplamı şeklinde ifade edilen ve noktalarla gösterildiğinde bir **eşkenar üçgen** biçimi oluşturan sayılardır.

Basit bir ifadeyle; bir sıra için 1 nokta, altına 2 nokta, onun altına 3 nokta ekleyerek devam ettiğinizde oluşan toplam nokta sayısı bir üçgensel sayıdır.

İlk Birkaç Üçgensel Sayı

- 1. sayı: 1
- 2. sayı:  $1 + 2 = 3$
- 3. sayı:  $1 + 2 + 3 = 6$
- 4. sayı:  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$
- 5. sayı:  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

Bu dizi **1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55...** şeklinde sonsuza kadar gider.



- Baştan n. üçgensel sayıyı veren cebirsel ifadeyi n sayısına bağlı nasıl elde edilir?
- Tokalaşma Problemi:** Bir odadaki n kişinin birbiriyle birer kez tokalaşması durumunda toplam tokalaşma sayısı problemi olarak bilinir. Üçgensel sayılarla tokalaşma problemini nasıl ilişkilendiririz?
- Üçgensel sayıların **Karesel Sayılarla** (1,4,9,16,... sayı dizisi) ilişkisini açıklayınız

**Örnek...19 :**

Yazışma, matbaa ve dijital baskıda kullanılan kağıtlar için uluslararası bir standart vardır. Bu sistemde her kağıt bir kodla adlandırılır. A0'ın alanı  $1 \text{ m}^2$ , A1'in alanı  $0,5 \text{ m}^2$ 'dir. Diğer boyutlar ise bir öncekinin alanının yarısı alınarak belirlenir.

- a) Yukarıdaki durumu özetleyen bir şekil çiziniz.
- b) Bir matbaacı, elindeki 1 adet A0 kağıdını keserek daha küçük boyutlu kağıtlar elde etmek istiyor. Matbaacı kağıdı şu şekilde parçalıyor:
- Kağıdın yarısını ayırıp A1 olarak bırakıyor.
  - Kalan yarısını tekrar ikiye bölüp birini A2 yapıyor.
  - Bu işlemi kağıtlar A6 boyutuna gelene kadar devam ettiriyor.
- Buna göre, 1 adet A0 kağıdından toplam kaç adet A6 kağıdı elde edilebilir?
- c)  $A_n$  kağıdının alanını n cinsinden veren matematiksel ifadeyi yazınız.
- d) Bir tasarım ofisi, bir proje için şu kağıt listesini sipariş etmiştir:
- 2 adet A2
  - 4 adet A3
  - 8 adet A4
- Bu sipariş edilen tüm kağıtlar birleştirildiğinde, toplam alan kaç adet A1 kağıdının alanına eşit olur?
- e) A0 kağıdının alanı  $1=2^0 \text{ m}^2$  olarak kabul edilirse; A1 alanı  $2^{-1} \text{ m}^2$ , A2 alanı  $2^{-2} \text{ m}^2$  olacaktır. Buna göre, alanı  $2^{-10} \text{ m}^2$  olan kağıdın kod adı nedir?

**Örnek...20 :**

Yukarıda belirli bir kurala sahip örüntünün ilk 3 adımı verilmiştir. Buna göre

- a) 4. adımda oluşacak şekilde kaç boyanmış kare vardır?
- b) n. adımda oluşacak şekilde kaç boyanmış kare vardır?