

## DOĞRUSAL İLİŞKİ İÇEREN PROBLEMLER

Günlük hayatta iki nicelik arasındaki doğrusal ilişkilere sıklıkla rastlanmaktadır. Örneğin, sabit hızla hareket eden bir cismin katettiği mesafe ile zaman doğrusal ilişkilidir. Bunu  $x=V \cdot t$  şeklinde ifade edebiliriz. Bir bitkinin zamanla uzaması, telefon şarjının giderek düşmesi veya bir makinenin üretiminin zamana göre değişmesi gibi başka gerçek yaşam durumlarını modellemek için matematiksel yöntemler ve teknolojik araçlar kullanılır.

## Örnek...1 :

Damlayan Musluk ve Su Tasarrufu

Soru:

Can, banyosundaki musluğun her 3 saniyede 2 damla su akıttığını fark etmiştir. Can, aşağıdaki bilgileri bilmektedir:

- 1 damla su = 0,1 mililitre
- 1000 mililitre = 1 litre
- 1 saat = 3600 saniye

Can musluğu hemen tamir ettirdiğine göre, geçen süreye bağlı olarak yapacağı su tasarrufunu (litre cinsinden) hesaplayarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Zaman (saat)	1	8	24
Tasarruf Edilen Su (Litre)	0,24	1,92	5,76

1 saatteki tasarruf: 3 saniyede 2 damla ise, 3600 saniyede (1 saat) 2400 damla akar.  $2400 \cdot 0,1 = 240 \text{ ml} = 0,24$  Tablo Verileri: 1 Saat: 0,24 L 8 Saat:  $8 \cdot 0,24 = 1,92$  24 Saat:  $24 \cdot 0,24 = 5,76$  L

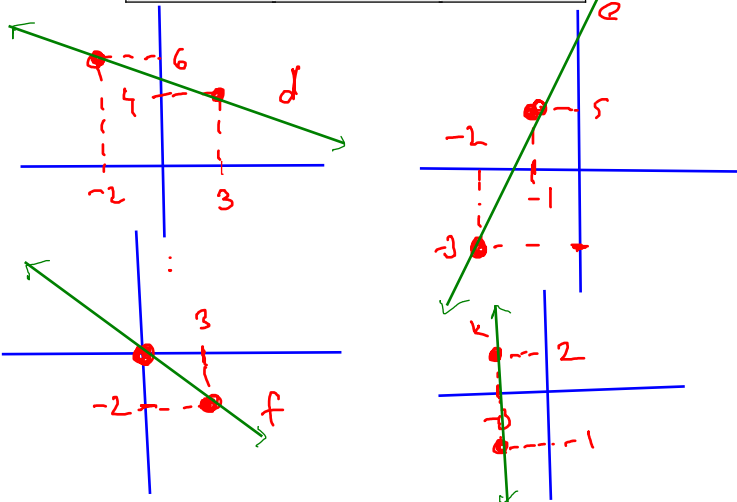
## DOĞRUSAL İLİŞKİNİN ÇİZİMİ

Bir doğru farklı iki noktayla belirlendiğinden grafik çizilirken doğruya ait iki noktanın elimizde olması gerekir. Çizim yapılırken noktalar koordinat ekseninde işaretlenir ve bu noktaları birleştiririz.

## Örnek...2 :

Geçtiği noktalar verilen doğruları dik koordinat sisteminde çiziniz.

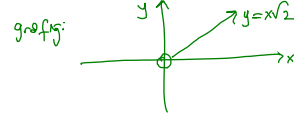
	Noktalar	
Doğrular	A(3,4)	B(-2,6)
e	P(-1,5)	L(-2,-3)
f	(0,0)	R(3,-2)
k	P(-3,2)	P(-3,-1)



## Örnek...3 :

Bir karenin kenar uzunluğu ile köşegen uzunluğu arasındaki doğrusal ilişki hangi doğru ile modellenebilir, açıklayınız.

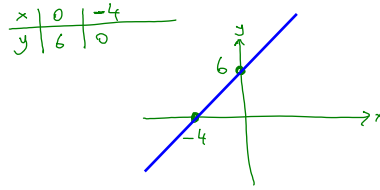
Kenar =  $x$   
Köşegen =  $x\sqrt{2}$  eğimi:  $\sqrt{2}$  olan bir doğru ( $x > 0$ )



Doğru denklemi verildiğinde çizim için ikilileri oluştururken x ve y değerlerinden birine keyfi değerler verip diğerini denklemden bulur grafiği çizeriz

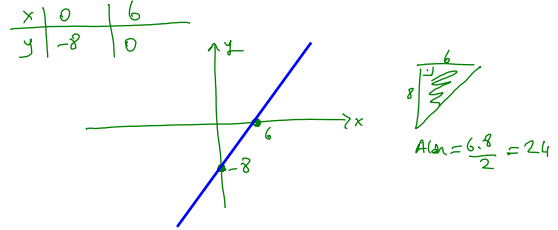
## Örnek...4 :

$3x - 2y + 12 = 0$  doğrusunun grafiğini çiziniz.



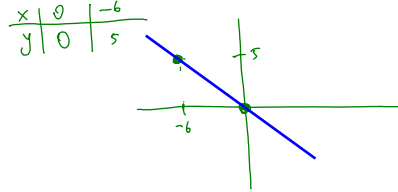
## Örnek...5 :

$4x - 3y - 24 = 0$  doğrusunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç  $\text{br}^2$  dir?



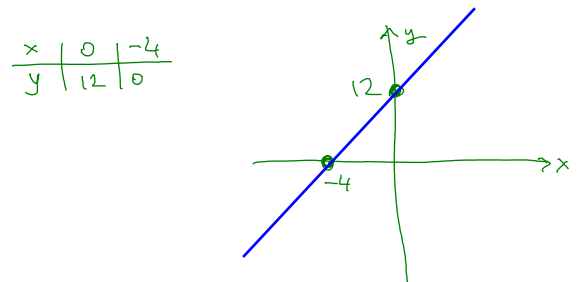
## Örnek...6 :

$5x + 6y = 0$  doğrusunun grafiğini çiziniz.



## Örnek...7 :

Tarımla uğraşan bir çiftçinin yeni ektiği bir meyve ağacının x ay sonundaki uzunluğu y cm olmak üzere x ve y arasındaki doğrusal ilişki  $y = 3x + 12$  şeklinde tanımlanmıştır. Ağacın zamana bağlı boyunun değişimini dik koordinat düzleminde gösteriniz.



**Örnek...8 :**

Bir müzeye giriş ücreti 140 ₺ dir.  
x adet biletin maliyeti  
 $m = 0,4x + 1000$  denklemleriyle ifade edildiğine göre  
a) x adet biletin satışından elde edilen gelir denklemini dik koordinat düzleminde gösteriniz.  
b) x adet biletin satışından elde edilen kâr denklemini dik koordinat düzleminde gösteriniz.

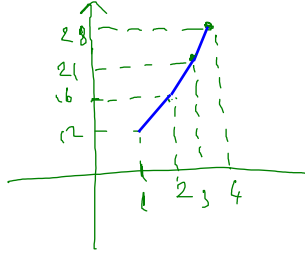
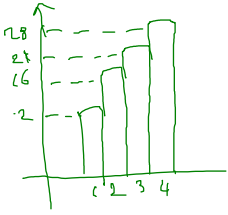
.a) Gelir Denklemi: Her bilet 140 ₺ ise;  $G(x) = 140x$   
.b) Kâr Denklemi:  $\{Kâr\} = \{Gelir\} - \{Maliyet\}$   
 $K(x) = 140x - (0,4x + 1000) = 139,6x - 1000$

**Örnek...9 :**

Ayşe 4 gün boyunca gün boyunca okuduğu kitap sayfası sayısını aşağıdaki tabloya yazmıştır.

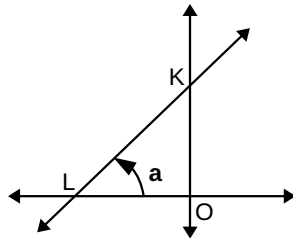
Gün	1	2	3	4
Okunan sayfa	12	16	21	28

- a) Yukarıdaki tabloyu sütun grafiği türünde gösteriniz.  
b) Noktaları ikililer şeklinde göstererek grafiğin doğrusal olup olmadığını belirtiniz.

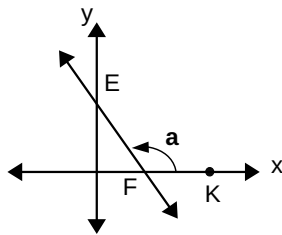
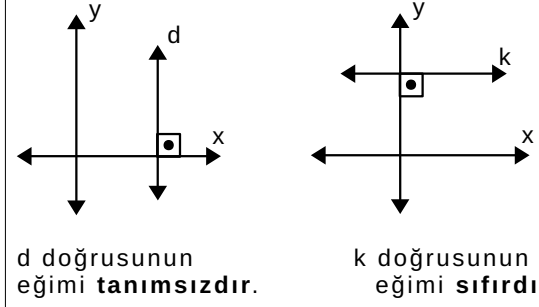


Bir doğrunun Ox eksenine ile yaptığı pozitif yönlü açıya doğrunun eğim açısı denir. Şekli inceleyiniz.

Şekildeki KL doğrusunun eğim açısı  $\angle LK$  açısı olup eğim açısının ölçüsü de  $a$  dir.



Şekildeki EF doğrusunun eğim açısı  $\angle EFK$  açısı olup eğim açısının ölçüsü de  $a$  dir.

**UYARI**

x ve y birbirine bağlanmış iki değişken ise ve aralarındaki doğrusal ilişki  $y=mx+n$  ise m ye eğim denir.

**Örnek...10 :**

Aşağıda verilen tablodaki bilgileri doldurup doğruların grafiklerini çiziniz. Doğrunun eğiminin pozitif, negatif veya sıfır olması durumunu; doğrunun x eksenine ile yaptığı açının dar, geniş veya ölçüsünün sıfır olma durumu ile ilişkilendiriniz.

Doğru	$y=x$	$y=-x+2$	$y=3$	$x=4$
Nokta1	$(0,0)$	$(0,2)$	$(0,3)$	$(4,0)$
Nokta 2	$(1,1)$	$(2,0)$	$(1,3)$	$(4,1)$
Grafik				
Eğim	1	-1	0	$40^\circ$ ( $\infty$ )
Eğim Açısı	$45^\circ$	$135^\circ$	$0^\circ$	$90^\circ$

**Örnek...11 :**

Eğimi 5 olan A(-2,4) noktasından geçen doğrunun denklemini yazınız.

$$y - 4 = 5(x - (-2))$$

$$y - 4 = 5(x + 2)$$

$$y = 5x + 14$$

**Örnek...12 :**

Ox eksenini -3' te Oy eksenini 5' te kesen doğrunun denklemini bulunuz?

$$(-3,0) \quad (0,5)$$

$$y = mx + n$$

$$0 = -3m + n$$

$$5 = 0m + n$$

$$n = 5 \rightarrow m = 5/3$$

$$y = \frac{5}{3}x + 5$$

**Örnek...13 :**

Aşağıdaki tabloda bir otomobil üreticisinin 2024 yılının ilk dört ayına ait satış verileri verilmiştir.

Ay	Ocak	Şubat	Mart	Nisan
Satış sayısı	300	500	800	1200

a) Verileri kullanarak "Aylara Göre Satış Sayısı" çizgi grafiğini oluşturunuz.

b) Çizgi grafiğinde iki nokta arasında kalan doğrunun eğimi, o aralıktaki ortalama değişim oranını vermektedir. Bu bilgiden hareketle, Ocak ve Nisan ayları arasındaki ortalama satış artış hızını hesaplayınız.

**Örnek...14 :**

İstanbul ilinde taksi fiyatlandırması, taksimetre açılış ücreti 42 ₺ olmak üzere her kilometre başına 28 ₺ ile belirlenmektedir.

a) Buna göre yolculuk mesafesine göre toplam ücreti ifade eden aşağıdaki tabloyu doldurunuz

Gidilen km	0	1	2	3	10	x
Ücret (₺)	42	70	98	126	322	

b) doğrusal ilişkinin cebirsel temsilini yazınız.

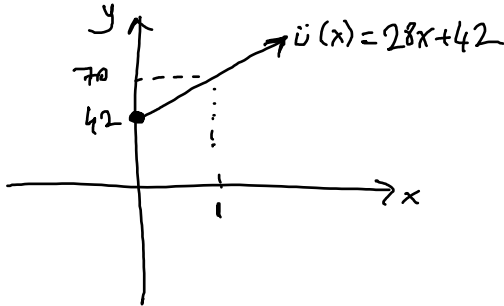
c) cebirsel temsili grafiğini çiziniz.

Açılış 42 ₺, km başına 28 ₺.

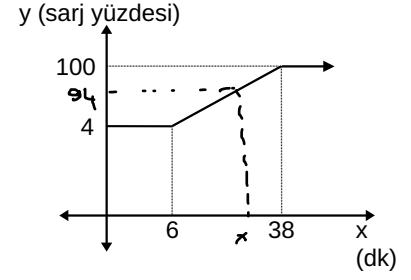
Cebirsel Temsil:  $y = 28x + 42$

.Tablo (x = km, y = ₺): 0 km: 42 ₺ 1 km: 70 ₺ 3 km:  $3 \cdot 28 + 42 = 126$

₺10 km:  $10 \cdot 28 + 42 = 322$  ₺

**Örnek...15 :**

Barkut'un dizüstü bilgisayarını, batarya şarj seviyesi yüzde 4 seviyesine geldiğinde otomatik olarak uyku moduna geçmektedir. Başlangıçta uyku modunda olan dizüstü bilgisayarını sarja takan Barkut'un pil durumu grafikteki gibidir. Batarya şarj seviyesi yüzde 94 ü aştığında şarjın yeteri kadar dolduğu uyarısı gelmektedir. Buna göre, uyarı ilk geldiği andan bataryanın tam doluluk seviyesine ulaşması kaç dakika sürmüştür?



$$\frac{100-4}{38-6} = \frac{96}{32} = 3 \text{ (eğim)}$$

$$\frac{94-4}{x-6} = 3 \Rightarrow x = 36 \text{ (bu dolulukta sarj %94)}$$

tam doluluk için kalan süre  $38-36 = 2$  dk

**Örnek...16 :**

Bir internet servis sağlayıcı firma tarifesini,

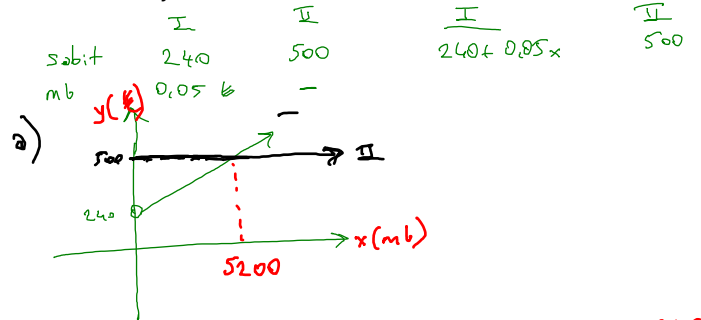
1. tarife: Sabit bir aylık ücret ve kullanılan veri (megabayt -mb türünden olmak üzere) başına bir ücretlendirme ile müşterilere sunmaktadır. Bu tarifede sabit aylık ücret 240 ₺ ve her mb için 0,050 ₺ servis bedeli alınmaktadır.

2. tarife: Sabit 500 ₺

Buna göre,

a) harcanan veriye (mb) bağlı toplam ücret arasındaki ilişkiyi her iki durumda da cebirsel olarak ifade edip, kullanılan veri-ücret ilişkisini dik koordinat sisteminde grafik üzerinde gösteriniz.

b) tarifelerin eşitlendiği veri miktarını mb cinsinden yazınız.



$$240 + 0.05x = 500 \Rightarrow 0.05x = 260 \Rightarrow x = \frac{260}{0.05} = 260 \cdot 20 = 5200 \text{ mb}$$

**Örnek...17 :**

Celsius ve Fahrenheit ölçekleri arasındaki geçişi anlamak için her iki birimin de kritik noktalarını (suyun donma ve kaynama sıcaklığı gibi) ve karşılıklı değerlerini içeren kapsamlı bir tabloyu aşağıda vermiştir.



Durum / Tanımlama	Celsius (°C)	Fahrenheit (°F)
Mutlak Sıfır	-273,15	-459,67
Suyun Donma Noktası	0	32
Oda Sıcaklığı (Ortalama)	20	68
İnsan Vücut Isısı (Normal)	37	98,6
Suyun Kaynama Noktası	100	212

Tablodaki değerlerin dışındaki bir sıcaklığı hesaplamak isteyen Barkut, Celsius (C) ile Fahrenheit (F) birimleri arasında bir dönüşüm bağıntısı oluşturmak istiyor.

a) Celsius ve Fahrenheit ölçü birimleri arasındaki ilişkinin **doğrusal** olduğunu varsayarak; (F) birimini (C) cinsinden ifade eden cebirsel bağıntıyı (fonksiyonu) elde ediniz.

b) Hangi sıcaklık değerinde her iki ölçek (Celsius ve Fahrenheit) sayısal olarak aynı değeri gösterir? İşlemlerle gösteriniz.

a) Noktalar  $(0, 32)$   $(100, 212)$

$$m = \frac{212-32}{100-0} = \frac{180}{100} = 1,8$$

$(0, 32)$  den geçen ve eğimi 1,8 olan doğru

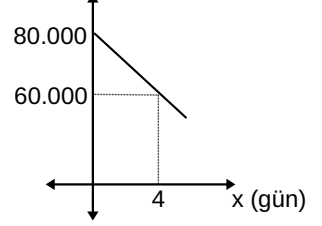
$$y = 1,8x + 32 \quad F = 1,8 \cdot C + 32$$

b)  $F = C \Rightarrow C = 1,8C + 32 \Rightarrow -0,8C = 32$   
 $C = -40$

**Örnek...18 :**

Halit'in maaşı 80.000 ₺ dir. Yaptığı harcamalardan sonra Halit'in cebinde kalan paranın zamana göre değişiminin grafiği yukarıda verilmiştir. Harcamalarını aynı şekilde sürdürmesi durumunda maaşı Halit'e kaç gün yeter?

y (Kalan Maaş)



Harcama Hızı: 4 günde 20.000 ₺ ( $80.000 - 60.000$ )  
harcanmış. Günlük harcama:  $\{20.000\};\{4\} = 5.000$  ₺. Toplam  
Süre: Tüm maaş (80.000 ₺) kaç günde biter?  
 $\{80.000\};\{5.000\} = \{16\}$  { gün}.