

ADINIZ :

SOYADINIZ:

SINIFINIZ:

NUMARANIZ:



Matematik

Türev 3

NOT: HER SORUNUN TAM VE DOĞRU ÇÖZÜMÜ 10 PUANDIR. KISMI PUAN VERİLMEZ

ALDIĞI PUAN:

BAŞARI DİLEKLERİMİZLE...

- 1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x^2 + ax - b|$
fonksiyonun en geniş türev aralığı
 $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ ise a.b çarpımı kaçtır?

$$\begin{aligned} x = -1 &\Rightarrow 1 - a - b = 0 \\ x = 1 &\Rightarrow 1 + a - b = 0 \\ 2 - 2b &= 0 \quad b = 1 \Rightarrow a = 0 \\ a \cdot b &= 0 \end{aligned}$$

- 2) Uygun şartlarda $y=f(x)$ olmak üzere, $\frac{x}{y} - \frac{y^2}{x} = 0$
ise $f'(1)$ kaçtır?

$$\begin{aligned} \frac{y^2}{x} &= \frac{x}{y} \rightarrow y^3 = x \rightarrow y = \sqrt[3]{x} \\ x &\neq 0 \\ y' &= \frac{1}{3} x^{-2/3} \\ y'(1) &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

- 3) $y = t^3 - t + 1$, $t = \frac{\pi}{4} \cdot u$, $u = x^2 + 2$ ise
 $\frac{dy}{dx}$ in $x = \sqrt{6}$ için değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= (3t^2 - 1) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = \sqrt{6} &\Rightarrow u = 6 + 2 = 8 \\ t &= \frac{\pi}{4} \cdot 8 = 2\pi \end{aligned}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{[3 \cdot (2\pi)^2 - 1] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 2 \cdot \sqrt{6}}{(12\pi^2 - 1) \cdot \sqrt{6} \pi}$$

- 4) Uygun şartlarda $f(x) = x^3 + x^5 + x$ ise
 $(f^{-1})'(42)$ kaç olabilir?

$$\begin{aligned} f^{-1}(x^3 + x^5 + x) &= x \\ (f^{-1})'(x^3 + x^5 + x) \cdot (3x^2 + 5x^4 + 1) &= 1 \\ x = 2 &\Rightarrow (f^{-1})'(42) \cdot (12 + 80 + 1) = 1 \\ (f^{-1})'(42) &= \frac{1}{93} \end{aligned}$$

- 5) $f(x) = \frac{2x+3}{x^2-3}$ ise $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = ?$ $f'(2) = ?$

$$f'(x) = \frac{2(x^2-3) - 2x \cdot (2x+3)}{(x^2-3)^2}$$

$$f'(2) = \frac{2 \cdot 1 - 4 \cdot 7}{1^2} = 2 - 28 = -26$$

$$6) f(x) = \begin{cases} 3x-2 & x \leq 1 \\ \frac{x+2}{(x-2)^2} & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu reel sayılarda kaç noktada türevsizdir?

$$x=1 \Rightarrow \begin{array}{cc} 1^+ & 1^- \\ 3 & 3-2=1 \\ 1 & \end{array} \quad \text{Sıralanmaz} \therefore \text{türevsiz}$$

$x=2$ tırnaklı sıralanmaz türevsiz.

$x=2, x=1$ için türevsiz

$$7) f(x) = \overbrace{(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \dots (x-10)}^I \cdot \overbrace{(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \dots (x-10)}^{II}$$

olmak üzere, $f'(1)$ türev değeri kaçtır?

$$f'(x) = I' \cdot II + II' \cdot I$$

$$f'(x) = (x-2)(x-3) \dots (x-10) + (x-1) \cdot II'$$

$$f'(1) = (-1)(-2)(-3) \dots (-9) = -9!$$

$$8) \text{ Uygun koşullarda } g(3)=-3, g'(3)=-4 \text{ ve } f(x)=g^2(x^2-1) \text{ ise } f'(2) \text{ kaçtır?}$$

$$f'(x) = 2g(x^2-1) \cdot g'(x^2-1) \cdot 2x$$

$$f'(2) = 2 \cdot g(3) \cdot g'(3) \cdot 4$$

$$= 2 \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 4$$

$$= 96$$

$$9) P(x) \text{ polinom fonksiyon ve türevi } P'(x) \text{ olmak üzere, } P(x)-P'(x)=3x^2-11x+9 \text{ ise } P(x) \text{ polinomunu bulunuz?}$$

$$P(x) = ax^2 + bx + c \quad (\text{derece den})$$

$$ax^2 + bx + c - (2ax + b) = 3x^2 - 11x + 9$$

$$a=3 \quad b-2a=-11 \quad b=-5$$

$$c-b=9$$

$$c+5=9$$

$$c=4$$

$$P(x) = 3x^2 - 5x + 4$$

$$10) \text{ Teorem } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} = \frac{1}{x} \quad f(x) = \ln x$$

Yukarıdaki teoremi kullanarak $f(x) = \ln x$ fonksiyonu için $f^{(n)}(x)$ değerini n 'ye bağlı olarak bulunuz?

($f^{(n)}(x)$: f nin x 'e göre n . mertebe türevidir, n yeteri kadar büyük bir sayma sayısıdır.)

$$f'(x) = \frac{1}{x} \quad (\text{teoriden})$$

$$f''(x) = -1 \cdot x^{-2}$$

$$f'''(x) = 2x^{-3} = 2! \cdot x^{-3}$$

$$f^{(4)}(x) = -6x^{-4} = -3! \cdot x^{-4}$$

$$f^{(5)}(x) = 24x^{-5} = 4! \cdot x^{-5}$$

$$f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} (n-1)! \cdot x^{-n}$$