

# ÇİN KALAN TEOREMİ (CRT)

PARÇALARDAN BÜTÜNE, GİZLİLİKTE GÜVENE!



Ordumu nasıl gizlerim?

Yaklaşık **2000 yıl önce** Sun Zi tarafından ortaya atılan bu fikir, bugün kredi kartı işlemlerinizden mesajlaşma şifrelemelerine kadar **her yerde** çalışıyor!

Alışverişim güvenli mi?



## 1 MANTIK: PARÇALARDAN BÜTÜNE GİTMEK

Bir sayının kendisini bilmeseniz bile, o sayının farklı sayılara bölümünden kalanlarını biliyorsanız, **orijinal sayıyı** tek bir şekilde bulabilirsiniz.

### KLASİK ÖRNEK:

Bir grup askeriniz var. Sayılarını tam bilmiyorsunuz ama...

3'erli dizildiklerinde **2** kişi artıyor.

5'erli dizildiklerinde **3** kişi artıyor.

7'şerli dizildiklerinde **2** kişi artıyor.

Bu veriler birleştiğinde, matematik bize bu grubun en az **23** kişi olduğunu söyler!



Matematiksel Gösterim:

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$x = 23$$

(en küçük pozitif çözüm)

Bütün koşulları sağlayan en küçük sayı: 23!

## 2 ANTİK STRATEJİ: ORDUYU GİZLEMEK

### 1. GİZLİLİK

Askerleri farklı gruplara ayırıp sadece artanları not ederlerdi.

3'erli:  
2 artar

5'erli:  
3 artar

7'şerli:  
2 artar



### 2. CASUSLARIN ELİNDE SADECE PARÇALAR VAR

Casuslar bu bilgileri ele geçirirse bile...



2, 3, 2... Hmm... Ordunun toplamı kaç olabilir ki?

Hiçbir şey anlamaz!

### 3. SADECE GENERAL BİRLEŞTİRİR

Tüm kalanları birleştiren tek kişi generaldir ve gerçek sayıyı bulur.



## 3 MODERN KRİPTOGRAFİ: RSA VE HIZ

### BÜYÜK VERİ SORUNU

Dijital şifrelemede kullanılan sayılar çok büyüktür (yüzlerce basamak!). Bilgisayarlar bu sayılarla işlem yaparken yorulur.



### CRT ÇÖZÜMÜ

CRT, bu devasa sayıları daha küçük parçalara (modüllere) böler. İşlemler bu küçük parçalar üzerinde ayrı ayrı yapılır...

mod 3 ile işlem

mod 5 ile işlem

mod 7 ile işlem

### SONUÇ: HIZ KAZANIMI!

Sonuçlar tekrar birleştirilir ve şifre çözme işlemi yaklaşık 3-4 kat daha hızlı gerçekleşir!



3-4 KAT DAHA HIZLI!

### ~2000 YIL ÖNCE

Bir generalin "Kaç askerim var?" sorusuna cevap ararken bulduğu yöntem...

ÇİN KALAN TEOREMİ

### GÜNÜMÜZDE

Sizin "Bu alışveriş güvenli mi?" sorunuza saniyeler içinde cevap veren dijital anahtarın dişlilerini oluşturuyor!

Matematik, zamanın ötesinde bir dildir!

