

## 1. DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ,  $x$  ve  $y$  değişken olmak üzere,  $ax+by+c=0$  biçimindeki denklemlere birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem denir.  $ax+by+c=0$  denkleminin çözüm kümesi sonsuz tane sıralı ikiliden oluşur. Çözüm kümesi analitik düzlemde bir doğru belirtir.

### İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMİ

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$   
 $a_2x + b_2y + c_2 = 0$   
 sistemine iki bilinmeyenli denklem sistemi denir. Bu tür denklem sistemlerinin çözüm kümesi (eğer varsa) bulunurken iki farklı çözüm yapılabilir.

### 1. YOK ETME YÖNTEMİ

Bilinmeyenlerden herhangi birinin katsayıları eşitlenir, taraf tarafa çıkartılır.

#### Örnek...1 :

$x-y=9$   
 $2x+y=23$   
 sistemini sağlayan  $x$  değeri kaçtır?

$$\begin{array}{r} x-y=9 \\ + 2x+y=23 \\ \hline 3x=32 \Rightarrow x=32/3 \end{array}$$

#### Örnek...2 :

$(a+b-13)^{32} + (a-b-9)^{44} = 0$   
 ise  $(a,b)$  ikilisini bulunuz.

$$\begin{array}{r} a+b-13=0 \\ + a-b-9=0 \\ \hline 2a-22=0 \Rightarrow a=11 \\ a=11 \Rightarrow 11-b-9=0 \Rightarrow b=2 \end{array}$$

#### Örnek...3 :

$$\begin{array}{l} 3x+y=5 \\ \frac{2x-3}{y}=2 \end{array}$$

sistemini sağlayan  $y$  değeri kaçtır?

$$\begin{array}{r} 2x-3=2y \Rightarrow 2x-2y=3 \quad / -3 \\ 3x+y=5 \quad / 2 \\ \hline -6x+6y=-9 \\ + 6x+2y=10 \\ \hline 8y=1 \\ y=1/8 \end{array}$$

#### Örnek...4 :

$a$  ve  $b$  doğal sayılar olmak üzere,  $(3a+2) \cdot (a+b) = 20$  ise  $a+b$  en çok kaçtır?

$3a+2$	$a+b$	$a$	$b$	$a+b$
1	20	?	?	?
2	10	0	10	10
4	5	?	?	?
5	4	1	3	4
10	2	?	?	?
20	1	6	?	?

#### Örnek...5 :

$mx - (n+2)y = 5$   
 $x + (m+n)y = 7$   
 sistemini sağlayan  $(x,y)$  ikilisi  $(2,-3)$  ise  $m,n$  değeri kaçtır?

$$\begin{array}{r} 2m - (-3)(n+2) = 5 \quad 2m+3n+6=5 \\ 2 + (-3)(m+n) = 7 \quad + 2-3m-3n=7 \\ \hline -m+8=12 \\ m=-4 \\ \downarrow \\ 2-3(-4)-3n=7 \\ 2+12-3n=7 \\ 3n=7 \\ n=7/3 \\ m \cdot n = -4 \cdot \frac{7}{3} = -\frac{28}{3} \end{array}$$

## 2.YERİNE KOYMA YÖNTEMİ

Denklemlerden herhangi birinde, değişkenlerden biri yalnız bırakılır ve bulunan bu değer, diğer denklemde yerine yazılır

## Örnek...6 :

$$\begin{aligned} x + y &= 11 \\ 2x + 5y &= 34 \end{aligned}$$

sistemini sağlayan x değeri kaçtır?

$$x+y=11 \Rightarrow y=11-x$$

$$2x+5(11-x)=34$$

$$2x+55-5x=34 \Rightarrow -3x=-21$$

$$x=7$$

## Örnek...7 :

$$\begin{aligned} x-y &= 5 \\ |2x+y| &= 13 \end{aligned}$$

sistemini sağlayan y değerleri çarpımı kaçtır?

$$x-y=5 \Rightarrow x=5+y$$

$$|2(5+y)+y|=13$$

$$|10+3y|=13$$

$$10+3y=13 \quad \checkmark \quad 10+3y=-13$$

$$y=1$$

$$y=-23/3$$

$$y_1 \cdot y_2 = 1 \cdot \left(-\frac{23}{3}\right) = -\frac{23}{3}$$

## Örnek...8 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{y} + \frac{1}{x} &= 2 \\ \frac{3}{y} + \frac{2}{x} &= 5 \end{aligned}$$

ise x kaçtır?

$$-3 \left/ \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 2 \right.$$

$$\frac{3}{y} + \frac{2}{x} = 5$$

$$\frac{-3+2}{x} = 5-6$$

$$-\frac{1}{x} = -1 \Rightarrow \underline{x=1}$$

## Örnek...9 :

$$\frac{a+b}{ab} = 3$$

$$\frac{3a-2b}{ab} = 4$$

ise a kaçtır?

$$\frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = 3$$

$$\frac{3a}{ab} - \frac{2b}{ab} = 4$$

$$-3 \left/ \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = 3 \right.$$

$$+ \frac{3}{b} - \frac{2}{a} = 4$$

$$\frac{-5}{a} = -9+4 = -5$$

$$\underline{a=1}$$

## HATIRLATMA

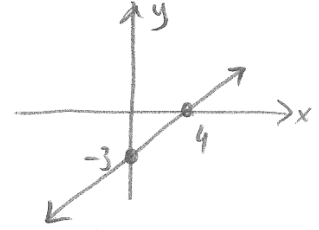
$ax + by + c = 0$  denkleminin çözüm kümesi sonsuz tane sıralı ikiliden oluşur. Çözüm kümesi analitik düzlemde bir doğru belirtir. Bu doğru çizilirken iki nokta bulmak yeterlidir. Bulunan noktaların birleştirilmesiyle doğru çizilmiş olur.

## Örnek...10 :

Denklemleri verilen doğruların grafiklerini çiziniz.

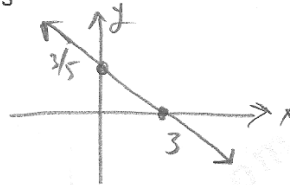
a)  $3x-4y-12=0$

x	0	4
y	-3	0



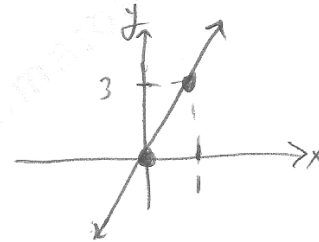
b)  $x+5y=3$

x	0	3
y	3/5	0



c)  $y=3x$

x	0	1
y	0	3

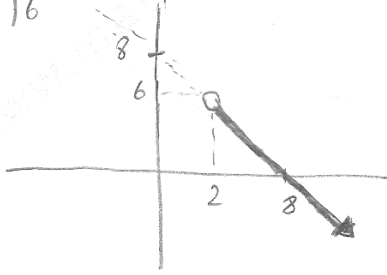


## Örnek...11 :

Doğruları verilen koşulla beraber çiziniz.

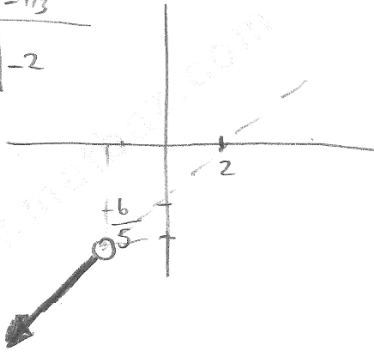
a)  $x+y=8$  ve  $x>2$

$$\begin{array}{c|c|c|c} x & 0 & 8 & 2 \\ \hline y & 8 & 0 & 6 \end{array}$$



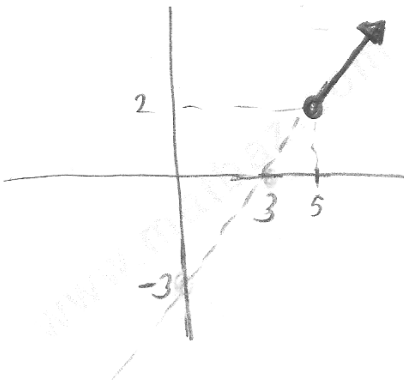
b)  $3x-5y=6$  ve  $y<-2$

$$\begin{array}{c|c|c|c} x & 0 & 2 & -4/3 \\ \hline y & -6/5 & 0 & -2 \end{array}$$



c)  $x \geq 5$  ve  $y-x+3=0$

$$\begin{array}{c|c|c|c} x & 0 & 3 & 5 \\ \hline y & -3 & 0 & 2 \end{array}$$



## GENELLEME

$$\begin{array}{l} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array}$$

iki bilinmeyenli denklem sisteminde her bir ifade bir doğru belirttiğinden, doğruların durumuna göre çözüm incelenebilir:

1)  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  ise doğrular kesişir dolayısıyla tek çözüm vardır.2)  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  ise doğrular çakışır dolayısıyla sonsuz çözüm vardır.3)  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  ise doğrular paraleldir dolayısıyla çözüm yoktur.

## Örnek...12 :

$(3m-2)x+4y=12$

$5x+(n-5)y=16$

denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı ise  $m+n$  toplamı kaçtır?

$$\frac{3m-2}{5} = \frac{4}{n-5} = \frac{-12/3}{-16/4}$$

$$\begin{array}{l} 12m-8=15 \\ m=23/12 \end{array} \quad \begin{array}{l} 16=3n-15 \\ n=31/3 \end{array}$$

$$m+n = \frac{23}{12} + \frac{31}{3} = \frac{23+124}{12} = \frac{147}{12}$$

## Örnek...13 :

$x-my = 12$

$3x+5y = 21$

sisteminin çözümü boş küme ise  $m$  değeri ne olabilir?

$$\frac{1}{3} = \frac{-m}{5} \neq \frac{12}{21}$$

$$\begin{array}{l} -3m=5 \\ m=-5/3 \end{array}$$

Örnek...14 :

$$(a+7)x - ay = 12$$

$$2x + 3y = 25$$

denklem sisteminin çözüm kümesi tek elemanlı ise a seçimi nasıl olmalıdır?

$$\frac{a+7}{2} \neq \frac{-a}{3}$$

$$3a+21 \neq -2a$$

$$5a \neq -21$$

$$a \neq \frac{-21}{5}$$

$$a \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{-21}{5} \right\}$$

UYARI

$ax + by = 0$  denklemi her x ve y değeri için sağlanıyorsa,  $a=0$  ve  $b = 0$  olmalıdır.

Örnek...15 :

$$(2x-y+5)a + (x+y)b = 0$$

eşitliği her a, b için doğru ise y kaçtır?

$$\begin{array}{r} 2x - y + 5 = 0 \\ -2 / x + y = 0 \\ \hline -3y + 5 = 0 \\ y = 5/3 \end{array}$$

Örnek...16 :

$(m-3)x + (n+1)y = 0$  denklemi her x ve y reel sayısı için sağlanıyorsa  $(m,n)$  ikilisi ne olmalıdır?

$$m-3=0 \quad n+1=0$$

$$m=3 \quad n=-1$$

$$(m,n) = (3,-1)$$

Örnek...17 :

m ve n tam sayılar olmak üzere

$$\frac{1}{n-m} + \frac{1}{n+m-10} = 1$$

eşitliğini sağlayan m ve n değerlerini bulunuz.

$$n-m \in \mathbb{Z} \quad n+m-10 \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$n-m=2$$

$$+ \quad n+m-10=2$$

$$2n-10=4$$

$$n=7 \Rightarrow 7-m=2 \Rightarrow m=5$$

Örnek...18 :

$$a+b=2$$

$$a+c=7$$

$$b+c=9 \text{ ise } a.b.c \text{ kaçtır?}$$

+

$$2a+2b+2c=18$$

$$a+b+c=9 \Rightarrow a=0 \Rightarrow b=2 \Rightarrow c=7$$

$$a.b.c = 0$$

Örnek...19 :

$$- / \quad a+2b=3$$

$$+ \quad a+4c=4$$

$$b-c=5$$

olduğuna göre, a kaçtır?

$$4c-2b=1$$

$$+ \quad 2 / \quad b-c=5$$

$$2c=11$$

$$c = \frac{11}{2} \Rightarrow a + 4 \cdot \frac{11}{2} = 4$$

$$a = 4 - \frac{44}{2}$$

$$a = \frac{-24}{2}$$

SAYILAR - 6

(BİRİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ ERI)

Örnek...20 :

a, b, c negatif reel sayılar ve

a.b=12

a.c=3

b.c=4

olduğuna göre, a.b.c kaçtır?

$abc = 12 \cdot 3 \cdot 4$

$(abc)^2 = 12^2$

$abc = -12 \Rightarrow c = -1$

$c = -1 \Rightarrow a = -3$

$c = -1 \Rightarrow b = -4$

EŞİTSİZLİK GRAFİKLERİ

$ax + by + c < 0$  ifadesi koordinat düzleminde gösterilirken:

ADIM 1  $ax + by + c = 0$  alınarak grafiğe ait noktalar bulunur

ADIM 2  $<, >$  için kesikli,  $\leq, \geq$  için sürekli şekilde grafik çizilir

ADIM 3 Grafiğe ait olmayan bir nokta deneyerek bölge bulunur

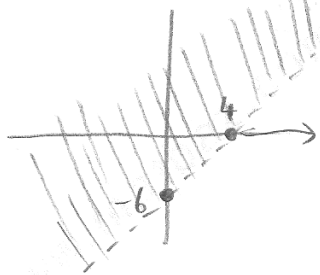
ADIM 4 Bulunan bölge taranır.

Örnek...21 :

$3x - 2y - 12 < 0$  eşitsizliğini düzlemde çiziniz

x	0	4
y	-6	0

(0,0) deneri z  
 $-12 < 0$  (✓)  
 ↓  
 (0,0) içerecek şekilde tararız

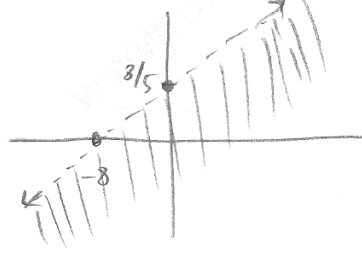


Örnek...22 :

$x - 5y + 8 \geq 0$  eşitsizliğini düzlemde çiziniz.

x	0	-8
y	8/5	0

(0,0) deneri z  $8 \geq 0$  ✓  
 (0,0) tarana içeri

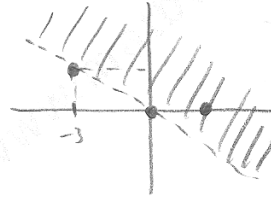


Örnek...23 :

$x + 3y > 0$  eşitsizliğini düzlemde çiziniz

x	0	-3
y	0	1

(1,0) deneri z  
 $1 > 0$  (✓)  
 tarana (1,0) içeri.



Örnek...24 :

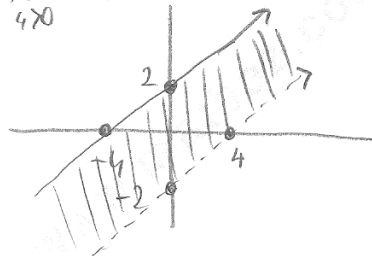
$x - 2y + 4 \geq 0$ ,  $x - 2y - 4 < 0$  eşitsizlik sistemini düzlemde çiziniz

x	0	-4
y	2	0

(0,0) ↑ OK!  
 $4 > 0$

x	0	4
y	-2	0

(0,0) ↑  $-4 < 0$   
 OK!



SAYILAR - 6

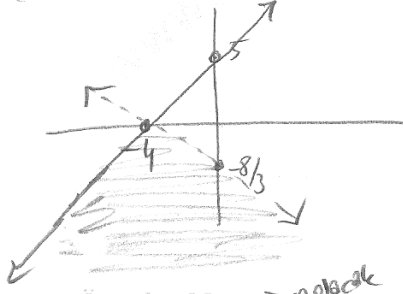
(BİRİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ ERİ)

Örnek...25 :

$5x-4y+20 \geq 0$  ,  $2x+3y+8 < 0$  eşitsizlik sistemini düzlemde çiziniz

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & -4 \\ \hline y & 5 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & -4 \\ \hline y & -8/3 & 0 \end{array}$$

(0,0) ok ✓      (0,0) X

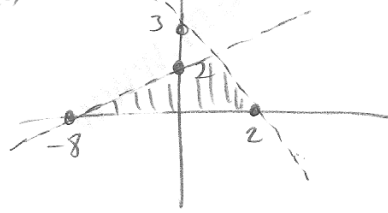


Örnek...26 :

$x-4y+8 > 0$  ,  $3x+2y-6 < 0$  ve  $y > 0$  eşitsizlik sisteminin düzlemde sınırladığı bölgenin alanını bulunuz

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & -8 \\ \hline y & 2 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 2 \\ \hline y & 3 & 0 \end{array}$$

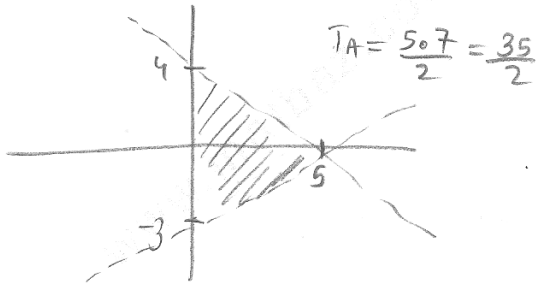
(0,0) ✓      (0,0) ✓



Örnek...27 :

$\frac{x}{5} + \frac{y}{4} < 1$  ,  $\frac{x}{5} - \frac{y}{3} < 1$  ve  $x > 0$  eşitsizlik sisteminin düzlemde sınırladığı bölgenin alanını bulunuz

(0,0) ✓      (0,0) ✓



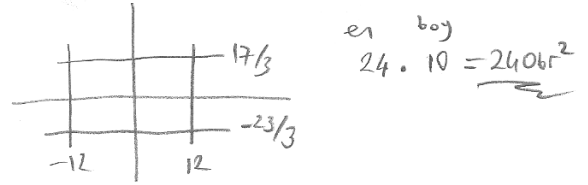
Örnek...28 :

$|\frac{x}{4}|=3$  ,  $|y-\frac{2}{3}|=5$  eşitsizlik sisteminin düzlemde sınırladığı bölgenin alanını bulunuz

$$|x|=12 \rightarrow x=12 \vee x=-12$$

$$y-\frac{2}{3}=5 \vee y-\frac{2}{3}=-5$$

$$y=\frac{17}{3} \vee y=-\frac{13}{3}$$

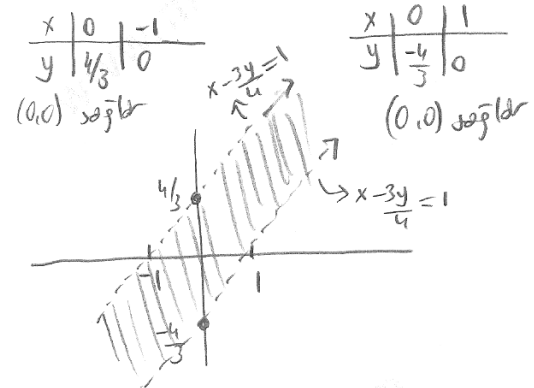


Örnek...29 :

$|x-3\frac{y}{4}| < 1$  , eşitsizlik sisteminin düzlemde sınırladığı bölgenin alanını bulunuz

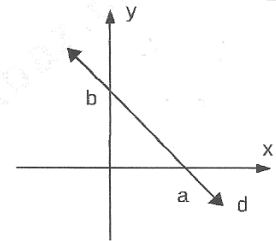
$$|x-\frac{3y}{4}| < 1 \Rightarrow -1 < x-\frac{3y}{4} < 1$$

$$-1 < x-\frac{3y}{4} \vee x-\frac{3y}{4} < 1$$



HATIRLATMA

Şekilde x eksenini A(a,0) ve y eksenini B(0,b) noktasında kesen doğrunun denklemi  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  olarak yazılabilir.



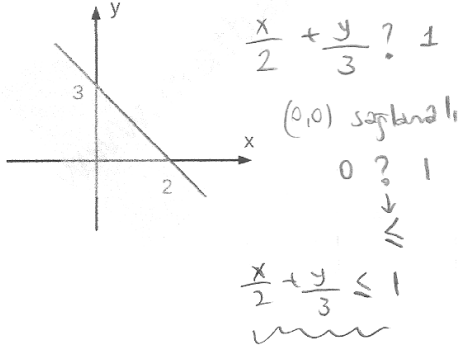
SAYILAR - 6

(BİRİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ ERİ)

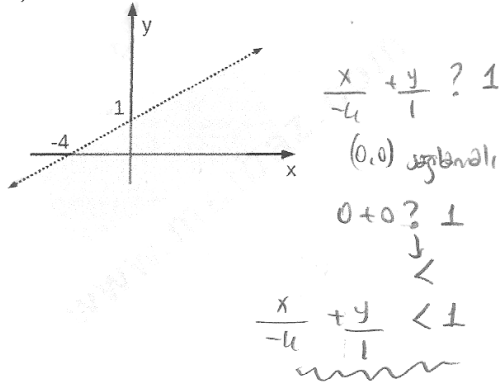
Örnek...30 :

Takip eden örneklerde taralı bölgeyi eşitsizlik sistemleriyle ifade ediniz.

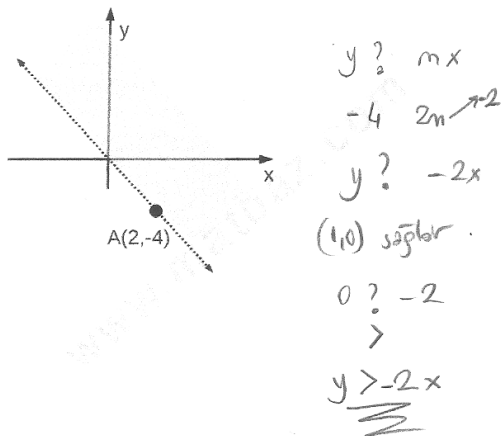
a)



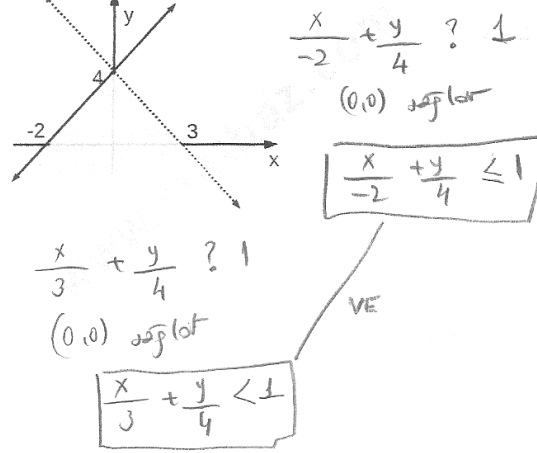
b)



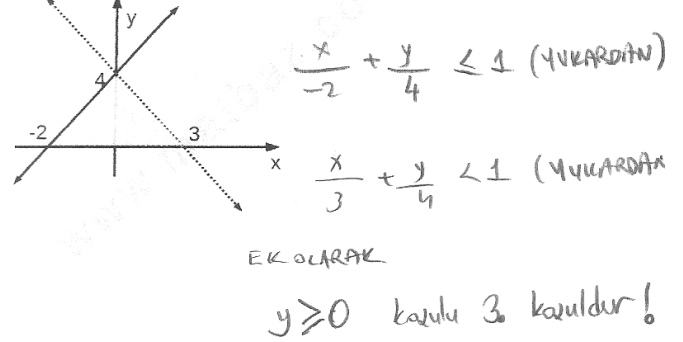
c)



d)



e)



SAYILAR - 6

(BİRİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ ERİ)

DEĞERLENDİRME - 1

- 1)  $2x - y = 8$   
 $x + y = 13$   
 olduğuna göre,  $x \cdot y$  kaçtır?

$$\begin{array}{r} 2x - y = 8 \\ + x + y = 13 \\ \hline 3x = 21 \\ x = 7 \end{array}$$

$$\frac{31}{3} + y = 13 \Rightarrow y = \frac{8}{3}$$

$$x \cdot y = \frac{31}{3} \cdot \frac{8}{3} = \frac{248}{9}$$

- 2)  $x + 2y = 4$   
 $3x + y = 17$   
 denklem sisteminin sağlayan  $(x, y)$  ikilisi nedir?

$$\begin{array}{r} x + 2y = 4 \\ -2 / 3x + y = 17 \\ \hline -5x = -30 \\ x = 6 \Rightarrow y = -1 \end{array}$$

$(x, y) = (6, -1)$

- 3)  $2x + 3y - 28 = 0$   
 $3x + 2y - 27 = 0$   
 olduğuna göre,  $x - y$  farkı kaçtır?

$$\begin{array}{r} x - y + 1 = 0 \\ x - y = -1 \end{array}$$

- 4)  $2x - my = 6$ ,  
 $nx + 3y = 3$   
 denklem sisteminin çözümü  $(1, 2)$  ikilisi ise  $(m, n)$  ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

$$\begin{array}{l} 2 - 2m = 6 \Rightarrow m = -2 \\ n + 6 = 3 \Rightarrow n = -3 \end{array}$$

$(m, n) = (-2, -3)$

- 5)  $ax + y + 2 = 0$   
 $2x + 3y + b = 0$   
 denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

$$\frac{a}{2} = \frac{1}{3} = \frac{2}{b}$$

$$a = \frac{2}{3} \quad b = 6$$

$$a + b = \frac{2}{3} + 6 = \frac{20}{3}$$

- 6)  $(3m-2)x + 4y = 12$   
 $5x + (n-5)y = 16$   
 denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre,  $m + n$  toplamı kaçtır?

$$\frac{3m-2}{5} = \frac{4}{n-5} = \frac{12}{16}$$

$$16 = 3m - 15 \Rightarrow m = \frac{31}{3}$$

$$12m - 8 = 15 \Rightarrow m = \frac{23}{12}$$

$$m + n = \frac{23}{12} + \frac{31}{3} = \frac{147}{12}$$

- 7)  $2x - ay = 12$   
 $(a + 7)x + 3y = 32$   
 denklem sisteminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre,  $a$  kaç olabilir?

$$\frac{2}{a+7} = \frac{-a}{3} \neq \frac{12}{32}$$

$$2(a+7) = -6 \Rightarrow a^2 + 7a + 6 = 0 \Rightarrow (a+6)(a+1) = 0$$

$$a = -6, a = -1$$

- 8)  $(3a + 1)x + 3y - 8 = 0$   
 $5x + y + 12 = 0$   
 denklem sisteminin çözüm kümesinin boş küme olabilmesi için,  $a$  kaç olmalıdır?

$$\frac{3a+1}{5} = \frac{3}{1} \neq \frac{-8}{12}$$

$$3a+1 = 15 \Rightarrow a = \frac{14}{3}$$

- 9)  $(m-3)x + (1+n)y = 0$  denklemin her  $(x, y)$  için sağlanıyorsa  $(m, n)$  ikilisi nedir?

$$\begin{array}{l} m-3=0 \quad 1+n=0 \\ m=3 \quad n=-1 \end{array}$$

$(m, n) = (3, -1)$

- 10)  $xy - 3y = 2$  ise  $x$  in hangi değeri için  $y$  bulunamaz?

$$y(x-3) = 2$$

$$y = \frac{2}{x-3}$$

$x=3$  için  $y$  bulunmaz