

KÜMELER - 1

(KÜME-LİSTE, ORTAK ÖZELLİK, ŞEMA YÖNTEMİ -ELEMEN SAYISI-BOŞ, SONLU, SONSUZ KÜME-ALT KÜME VE ÖZELLİKLERİ)

KÜME KAVRAMI

Küme matematiğin tanımsız bir kavramıdır.
Ancak kümeyi, iyi tanımlanmış kavram veya nesnelere topluluğu diye tarif edebiliriz. Kümeler A, B, X, K, ... gibi büyük harflerle gösterilir.
Bir kümeyi oluşturan nesnelere herbirine bu kümenin elemanı (ögesi) denir.
Kümeye her eleman bir kez yazılır.

Örnek...1 :

A={Bazı kızlar} Küme değil (iyi tanımlanmamış)
K={Güzel renkler} Küme değil (iyi tanımlanmamış)

Aşağıdakiler de küme örneğidir.

B={Tek tamsayılar} = $\{ \dots, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \dots \}$

C={Asal negatif tamsayılar} = \emptyset

L={x : x ∈ Z , x > 0 , 2x+9 < 0} = \emptyset

M={x : x, 8 sayısının pozitif tamsayı bölenidir} = $\{1, 2, 4, 8\}$

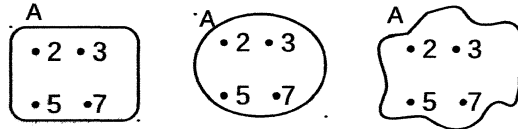
D = { x : x, DROGBA kelimesinin harfleri } = $\{D, R, O, G, B, A\}$

Z = {5 ten fazla harf içeren haftanın günleri} = $\{Pazartesi, Çarşamba, Perşembe, Cumartesi\}$

LİSTE, ORTAK ÖZELLİK VE ŞEMA YÖNTEMİ

LİSTE YÖNTEMİ : A={2, 3, 5, 7} = {5, 3, 2, 7}
Elemanların farklı sırada yazılması yeni küme oluşturmaz.

ŞEMA YÖNTEMİ (VENN ŞEMASI):



ORTAK ÖZELLİK YÖNTEMİ :

A = {x : x < 8 ve x asal sayı}
= {x | x, rakam olan asal sayı} = {2, 3, 5, 7}

Örnek...2 :

P = {x | x, MATEMATİK kelimesinin harfleri} kümesini liste biçiminde yazıp şema ile gösteriniz.

$\{M, A, T, E, İ, K\}$



Örnek...3 :

N={-2, -1, 1, 2} kümesini ortak özellik yöntemiyle yazınız.

= $\{x | -2 \leq x \leq 2, x \neq 0, x \in \mathbb{Z}\}$
veya
= $\{x | |x| \leq 2, x \neq 0, x \in \mathbb{Z}\}$

ELEMEN SAYISI

A kümesinin eleman sayısı s(A) ile gösterilir.

Bir a elemanı A kümesine ait ise $a \in A$ yazılır ve "a elemanı A" diye okunur.

Bir b elemanı A kümesine ait değilse $b \notin A$ yazılır ve "b elemanı değil A" diye okunur.

Örnek...4 :

A = { a, b, c, d, {a}, {b,c} } kümesi veriliyor.
Aşağıdakilerin doğru mu yanlış mı olduğunu yazınız.

...D...	{a} ∈ A	{b, d} ∈ A	...Y...
...Y...	{b, c} ∉ A	d ∈ A	...D...
...D...	{b, c} ∈ A	b ∈ {b, c}	...D...
...Y...	{d} ∈ A	s(A) = 6	...D...
...D...	{{a}, b} ∉ A	A'nın eleman sayısı 7 dir.	...Y...

BOŞ KÜME

Hiç elemanı olmayan kümeye boş küme denir ve \emptyset (fi) ya da { } sembollerinden birisi ile gösterilir.

UYARI

{ \emptyset } gösterimi boş küme belirtmez.

Bu içinde boş bir küme olan bir kümeyi belirtir.

SONLU KÜME VE SONSUZ KÜME

Bir A kümesinin öğeleri sayısı (nicelik sayısı) bir doğal sayı ise, A'ya sonlu küme denir.

S = {Sesli harfler}

C = {Yeryüzündeki tüm canlılar kümesi}

Sonlu olmayan bir kümeye de sonsuz küme denir.

N = {0, 1, 2, 3,}

[-2, 3) = {x : -2 ≤ x < 3, x ∈ R}

(a, a+1) = {x : a < x ≤ a+1, a ∈ R}

KÜMELER – 1

(KÜME-LİSTE, ORTAK ÖZELLİK, ŞEMA YÖNTEMİ -ELEMEN SAYISI-BOŞ, SONLU, SONSUZ KÜME-ALT KÜME VE ÖZELLİKLERİ)

Örnek...5 :

Aşağıdaki kümelerin boş, sonlu ve sonsuz olanlarını belirtiniz.

	Boş	Sonlu	Sonsuz
A={Rakamların kümesi}		✓	
B={Türkiyenin C harfi ile başlayan il isimleri}	✓		
C={Sayı doğrusu üzerindeki noktalar}			✓
D={Haftanın günleri}		✓	
E={1, 2, 3, ...}			✓
F={Asal sayılar}			✓

ALT KÜME

A' nin her bir elemanı B' nin de bir elemanı oluyorsa " A kümesine B kümesinin alt kümesi " denir ve $A \subset B$ biçiminde gösterilir.

$A \subset B$ gösterimi, "A, B' nin alt kümesidir" diye okunur.

$B \supset A$ gösterimi ise "B, A' yı kapsar" diye okunur.

A kümesinin bir alt kümesini oluşturmak için A' nin elemanlarından en az sıfır ve en çok A' nin eleman sayısı kadar eleman seçer ve yeni küme oluştururuz.

Örnek...6 :

$A=\{1,2\}$ kümesinin tüm alt kümelerini kurunuz.

0 elemanlı	1 elemanlı	2 elemanlı
{}	{1}, {2}	{1,2}

Örnek...7 :

$B = \{ a, b, \{c\} \}$ kümesinin tüm alt kümelerini yazınız.

0 elemanlı	{}
1 elemanlı	{a}, {b}, {c}
2 elemanlı	{a,b}, {a,c}, {b,c}
3 elemanlı	{a,b,c}

ALT KÜME ÖZELLİKLERİ

- 1) $A \subset A$ dir. (Her küme kendisinin alt kümesidir.)
- 2) $\emptyset \subset A$ dir. (Boş küme her kümenin alt kümesidir.)

ÖZALT KÜME

Bir kümenin **kendisinden farklı** olan her alt kümesine bu kümenin özalt kümesi denir.

Örnek...8 :

$A = \{ 1, 2, x \}$ kümesinin özalt kümelerini yazınız.

{}, {1}, {2}, {x}, {1,2}, {1,x}, {2,x}

ALT KÜME VE ÖZALT KÜME SAYISI

n elemanlı A kümesinin alt kümelerinin sayısı 2^n tanedir.

A' nin özalt kümeleri sayısı ise $2^n - 1$ tanedir.

Örnek...9 :

$A = \{ a, b, \{b,c\}, \{b,c\}, d \}$ kümesinin kaç tane alt kümesi vardır?

$S(A) = 5$
(niggellerin arası sayılır)

Alt küme sayısı = $2^5 = 32$

Örnek...10 :

Bir A kümesinin 256 tane alt kümesi olduğuna göre, A kümesi kaç elemanlıdır?

$$2^n = 256$$

$$2^n = 2^8$$

$n = 8$ elemanlı

256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	2

Örnek...11 :

Bir B kümesinin 511 tane özalt kümesi olduğuna göre, B kümesi kaç elemanlıdır?

$$2^n - 1 = 511$$

$$2^n = 512$$

$$2^n = 2^9$$

$$S(B) = 9$$

512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	2

KÜMELER - 1

(KÜME-LİSTE, ORTAK ÖZELLİK, ŞEMA YÖNTEMİ -ELEMEN SAYISI-BOŞ, SONLU, SONSUZ KÜME-ALT KÜME VE ÖZELLİKLERİ)

Örnek...12 :

$A = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde,

i) a bulunur?
 $= 2^6 - 2^5$ (a'sız eleman sayısı)
 $= 64 - 32 = 32$

ii) a bulunur, f bulunmaz?

f bulunmaması için çıkarılır. a bulunsun dediğinden o da sonradan eklemek üzere çıkarılır.
 Geriye kalan 4 eleman $2^4 = 16$ tane altküme oluşturur.
 Hepsine a'yı ekleriz.

iii) c ve d birlikte bulunur?

"c" ve "d" sonradan eklenmek üzere çıkarılır.
 geriye kalan $2^4 = 16$ tane altkümenin yanına c ve d eklenirse içinde c ve d olan 16 tane altküme olur.

iv) c veya d bulunur?

c veya d bulunur = Tom durumlar - c ve d'nin bulunmaması
 $= 2^6 - 2^4 = 64 - 16 = 48$

v) c ya da d bulunur

"c" ya da "d" bulunsun = c bulunup d bulunmasın + d bulunup c bulunmasın
 $= 16 + 16 = 32$

vi) En az bir sesli harf bulunur?

= Tom durumlar - hepsi sessiz harf
 $= 2^6 - 2^4$ (a ve e çıkarılırsa)
 $= 64 - 16 = 48$

vii) En çok bir sesli harf bulunur?

yani a ve e birlikte (iki sesli harf) olmasın dıyorsa
 $= 2^6 - 2^4 = 48$

EŞİT VE DENK KÜME

EŞİT KÜME: Elemanlarının tümü aynı olan kümelere denir ve "=" sembolü ile gösterilir.

($A \subset B$ ve $B \subset A$) ise $A = B$ dir.

DENK KÜME: Eleman sayıları eşit olan kümelere denir ve "=" sembolü ile gösterilir.

$s(A) = s(B)$ ise $A \equiv B$ dir.

2.YOL

a'yı çıkarıp

selemadan

oluşan tüm $2^5 = 32$ tane altkümenin yanına "a" eklenirse 32 tane içinde "a" bulunan altküme oluşur.

Örnek...13 :

$A = \{x : x^2 = 1, x \in Z\}$, $B = \{x : x^2 - 4 = 0, x \in Z\}$
 $C = \{x : |x| < 2, x \neq 0, x \in Z\}$, $D = \{x : |2-x| = 3\}$
 kümelerini eşit ve denk olmalarına göre karşılaştırınız.

$A = \{-1, 1\}$, $B = \{-2, 2\}$, $C = \{-1, 1\}$, $D = \{-1, 5\}$

Örnek...14: $A = C$ $A \equiv B \equiv C \equiv D$

"Bir A kümesinin tüm alt kümelerinin oluşturduğu kümeye A kümesinin kuvvet kümesi denir ve genellikle $P(A)$ ile gösterilir."
 Yukarıda verilen bilgiye göre, $A = \{a, b, c\}$ kümesinin kuvvet kümesini yazınız.

$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$

Örnek...15 :

$A = \{a, b, c\}$ kümesinin kuvvet kümesi olan kümenin alt küme sayısı kaçtır?

Kuvvet kümesi A'nın tüm alt kümelerinin kümesi olduğundan içinde A'nın alt kümeleri var. Onlar da $2^3 = 8$ tane //

n ELEMANLI BİR KÜMENİN r ELEMANLI ALT KÜMELERİ SAYISI

n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt kümelerinin (n nesnenin r tanesinin seçimi) sayısı da n'nin r'li kombinasyonudur. $C(n,r)$ veya $\binom{n}{r}$ ile gösterilir.

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \quad (r \leq n)$$

- $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$
- $\binom{n}{a} = \binom{n}{b}$ ise $a=b$ ya da $a+b=n$ dir.
- $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$
- $\binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1$
- $\binom{n}{n-1} = \binom{n}{1} = n$

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

$$= n \cdot (n-1)!$$

$$= n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!$$

Faktöriyel tanımı gereği, $0! = 1$ dir.

PRATİK YOL

$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ n'den başlayıp birer azaltarak r tane sağ yaz
 r'den başlayıp 1'e kadar olan sayıları yaz

örnek $\binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1}$

örnek $\binom{9}{2} = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1}$ gibi

KÜMELER - 1

(KÜME-LİSTE, ORTAK ÖZELLİK, ŞEMA YÖNTEMİ -ELEMEN SAYISI-BOŞ, SONLU, SONSUZ KÜME-ALT KÜME VE ÖZELLİKLERİ)

Örnek...16 :

A = { a, b, c, d, e } kümesinin 2 elemanlı kaç alt kümesi vardır?
 seçilebilecek eleman sayısı = $S = n$
 istenen eleman sayısı = $2 = r$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 10 //$$

Örnek...17 :

A = { a, b, {b,c}, {b,c,d} } kümesinin 3 elemanlı alt küme sayısı ile 1 elemanlı alt küme sayısının toplamı kaçtır?

$S(A) = 4$

$$\binom{4}{3} + \binom{4}{1} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{4}{1} = 4 + 4 = 8 //$$

Örnek...18 :

Özalt küme sayısı 127 olan bir kümenin 4 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

$2^n - 1 = 127$
 $2^n = 128$
 $2^n = 2^7$
 $n = 7$
 elemanlı

$$\binom{7}{4} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35 //$$

Örnek...19 :

$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$ olmak üzere, 11 elemanlı bir kümenin 5 elemanlı ve 6 elemanlı alt kümeleri sayısı toplamı kaçtır?

$$\binom{11}{5} + \binom{11}{6} = \binom{11+1}{6} = \binom{12}{6} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 2 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 7 = 924 //$$

Örnek...20 :

Bir A kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı 5 elemanlı alt kümelerinin sayısına eşit olduğuna göre,

a) A kümesi kaç elemanlıdır?

$$\binom{n}{3} = \binom{n}{5} \text{ ise } n = 3 + 5 = 8 \text{ elemanlı} //$$

b) A kümesinin 4 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

$$\binom{8}{4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 2 \cdot 5 = 70 //$$

c) A kümesinin **en çok** 2 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

en çok iki elemanlı demek = $\binom{8}{0} + \binom{8}{1} + \binom{8}{2}$
 $= 1 + 8 + \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 1 + 8 + 28 = 37 //$

1. YOL

en az 3 elemanlı demek

$$= \binom{8}{3} + \binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8}$$

d) A kümesinin **en az** 3 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

Yukarıda hesaplanacak çok sayı var.
 2. YOL = Tüm durumlar - $\binom{8}{0} - \binom{8}{1} - \binom{8}{2}$ de aynıdır.
 $= 2^8 - 1 - 8 - 28 = 219 //$

Örnek...21 :

A = { a, b, c, d, e } kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde e bulunur, b bulunmaz?

bu boşluğa e ve b harra kalan 3 elemenden 2 tane seçilmelidir.

$$\binom{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 3$$

Örnek...22 :

A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 } kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 3 veya 7 bulunur?

Tüm 3 elemanlı alt kümeleri - içinde 3 ve 7 bulunmayan 3 elemanlı alt kümeleri

$$= \binom{7}{3} - \binom{5}{3} \text{ (3 ve 7 çıkarıldı)} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35 - 10 = 25 //$$

Örnek...23 :

A = { 1, 2, 3, ..., n } kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin 66' sında 1 ve 2 var; ama 4 yoksa n kaçtır?

{ 1, 2, -, - }
 1 ve 2 bulunduğu için 4 de bulunmaması için kmeden çıkarılır.
 n elemenden geriye kalan (n-3) elemenden boşluk için 2 tane seçilir.

$$\binom{n-3}{2} = 66$$

$$\frac{(n-3)(n-4)}{2 \cdot 1} = 66$$

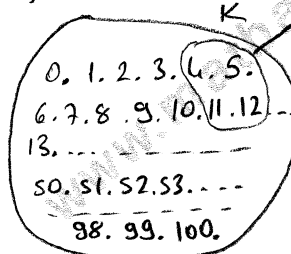
$$(n-3) \cdot (n-4) = 132$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 12 & \cdot 11 \end{matrix}$$

n = 15 //

Örnek...24 :

Doğal sayıların bir K alt kümesinin en büyük elemanı 100' dür. K kümesinin herhangi bir alt kümesi L olsun. L herhangi iki elemanının toplamını içermediğine göre, L kümesi en çok kaç elemanlıdır?



mesela L kümesi bu olsa herhangi iki elemanı olan $11+5=16$ 'yı içermiyor. Yani L bu olabilir. Ama en çok elemanlı L'yi istiyor.
 $L = \{50, 51, 52, \dots, 100\}$
 $s(L) = 51$ elemanlı.

Mesela burada L için başka bir küme de olabilir. $L = \{1, 3, 5, 7, \dots, 99\}$ alsak herhangi iki teriminin toplamı çift olacağından L'de bulunmaz. Fakat eleman sayısı $s(L) = 50$ olduğundan bunu almıyoruz.

KÜMELER – 1

(KÜME–LİSTE, ORTAK ÖZELLİK, ŞEMA YÖNTEMİ –ELEMEN SAYISI–BOŞ, SONLU, SONSUZ KÜME–ALT KÜME VE ÖZELLİKLERİ)

DEĞERLENDİRME – 1

- 1) Aşağıda verilen cümlelerdeki noktalı yerleri doğru bir şekilde doldurunuz.
- a) Küme matematiğin tanımsız bir kavramdır.
- b) Kümeyi oluşturan nesnelerin her birine eleman denir.
- c) Kümede her eleman bir kez yazılır.
- d) x elemanı K kümesine ait ise x ∈ K biçiminde yazılır.
- e) x elemanı K kümesine ait değilse x ∉ K biçiminde yazılır.
- f) Kümeler üç farklı şekilde gösterilir. Bunların isimleri liste yöntemi, Venn şeması yöntemi ve ortak özellik yöntemidir.
- g) A kümesinin eleman sayısı s(A) biçiminde gösterilir.
- h) Hiç elemanı olmayan kümeye boş küme denir, ∅ ya da { } şeklinde gösterilir.
- i) Bir A kümesinin eleman sayısı doğal sayı ise, A ya sonlu küme denir.
- j) Nicelik sayısı doğal sayı olmayan bir kümeye sonsuz küme denir.
- k) Yalnızca eleman sayıları birbirine eşit olan kümeler denk küme denir. A ve B kümeleri denk ise A = B şeklinde yazılır.
- l) Tüm elemanları aynı olan kümeler eşit küme denir. A ve B kümeleri eşit ise A = B şeklinde yazılır.
- m) A kümesinin her elemanı B kümesinin de bir elemanı ise A kümesine B kümesinin alt kümesi denir ve A ⊂ B şeklinde yazılır.
- n) A kümesinin her elemanı B kümesinin de bir elemanı ise B kümesi A kümesini kapsar denir ve B ⊃ A şeklinde yazılır.
- o) A kümesinin tüm alt kümelerinin oluşturduğu kümeye A kümesinin kuvvet kümesi denir ve P(A) şeklinde gösterilir.
- p) Bir kümenin kendisinden farklı olan her alt kümesine bu kümenin özalt kümesi denir.

Kullanacağınız kelime listesi

sonlu	sonsuz	=	eşit	B	A	eşit
eleman	liste	boş	denk	P(A)	{ }	3
kuvvet	özalt	=	bir defa	B	x ∉ K	A
x ∈ K	denk	A	ortak özellik	A	B	⊃
∅	tanımsız	s(A)	Venn şeması			

- 2) Aşağıdaki tabloda verilen ifadelerin küme belirtenlerini " ✓ ", belirtmeyenlerini " x " ile işaretleyiniz.

Küme Adayı İfade	Küme
Doğal sayılar.	✓
Güzel filmler.	x
Yeryüzünde yaşayan tüm canlılar.	✓
Ankara Milli Kütüphanedeki bazı kitaplar.	x
Uzaydaki tüm yıldızlar yığını.	✓
Bir çiftlikteki gagalı canlılar topluluğu.	✓
iki rakamlı negatif tam sayılar topluluğu.	✓
Ankara Milli Kütüphanedeki tüm kitaplar.	✓

- 3) Aşağıda verilen bilgilerde noktalı yerlere, doğru ise "D", yanlış ise "Y" yazınız.

Bir kümede elemanların yerleri değiştiğinde kümenin ismi değişmez.	..D..
Boş kümenin öz alt kümesi yoktur.	..D..
n elemanlı bir kümenin alt küme sayısı C(n,2) tanedir.	..Y..
Alt küme ve öz alt küme adetleri toplamı daima asaldır.	..Y..
Boş kümenin alt kümesi yoktur.	..Y..
Kanatlı insanlar topluluğu küme belirtir.	..D..
A={3, 7, 11, 15,, 91 } ise s(A)=23 tür.	..D..

KÜMELER - 1

(KÜME-LİSTE, ORTAK ÖZELLİK, ŞEMA YÖNTEMİ -ELEMEN SAYISI-BOŞ, SONLU, SONSUZ KÜME-ALT KÜME VE ÖZELLİKLERİ)

- 4) $A = \{1, 2, \{1,2\}, 3, 4, \{3,4\}, 5\}$ kümesine göre, aşağıda verilen bilgilerde noktalı yerlere, doğru ise "D", yanlış ise "Y" yazınız.

..Y..	$\{1\} \in A$	$\{1,2\} \notin A$..Y..
..D..	$5 \in A$	$s(A) = 9$..Y..
..D..	$\{3, 4\} \in A$	$\{1,2\} \subset A$..D..
..Y..	$\{1,2,5\} \in A$	$2,3,4 \subset A$..Y..
..D..	$\{1,2\} \in A$	$\{3, 4\} \subset A$..D..
..D..	$\{2, \{3,4\}\} \subset A$	$\{\{1,2,5\}\} \subset A$..D..
..D..	A'nın eleman sayısı 7 dir.		

- 5) Aşağıda ortak özellik yöntemiyle verilen kümelerin elemanlarını liste yöntemiyle yazınız.

a) $A = \{a : (a-2) \cdot (a-1) \cdot a \cdot (2a+1) \cdot (a+2) = 0, a \in \mathbb{Z}\}$

$$A = \{2, 1, 0, -2\}$$

b) $B = \{b : b, 10 \text{ un katı olan iki basamaklı doğal sayılar}\}$

$$B = \{10, 20, 30, \dots, 90\}$$

c) $C = \{c : |c-3| = 9, c \in \mathbb{Z}\}$

$$C = \{-6, 12\}$$

$$\begin{aligned} |c-3| &= 9 \\ c-3 &= 9 & c-3 &= -9 \\ c &= 12 & c &= -6 \end{aligned}$$

d) $D = \{d : (d^2-16) \cdot (d^2+9) = 0, d \in \mathbb{Z}\}$

$$D = \{-4, 4\}$$

$$\begin{aligned} d^2-16 &= 0 & d^2+9 &= 0 \\ d^2 &= 16 & d^2 &= -9 \\ d &= \pm 4 & & \end{aligned}$$

- 6) Aşağıdaki kümelerin eleman sayıları kaçtır?

a) $A = \{x : 2^{x+3} \leq 128, x \in \mathbb{N}\}$

$$2^{x+3} \leq 2^7$$

$$x+3 \leq 7$$

$$x \leq 4, x \in \mathbb{N}$$

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$s(A) = 5 //$$

b) $B = \{x : \sqrt{x-2} \leq 3, x \in \mathbb{N}\}$

$$\sqrt{x-2} \leq 3$$

$$x-2 \leq 9$$

$$x \leq 11$$

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$s(B) = 10 //$$

c) $C = \{x : |x-3| \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$

$$|x-3| \leq 3$$

$$-3 \leq x-3 \leq 3$$

$$0 \leq x \leq 6$$

$$C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$s(C) = 7 //$$

- 7) Aşağıdaki kümelerin eleman sayılarını hesaplayınız.

a) $A = \{x : 13 \leq x \leq 94, x=2k, k \in \mathbb{Z}\}$

$$A = \{14, 16, 18, \dots, 92\} \quad \text{Terim Sayısı} = \frac{92-14}{2} + 1 = 40$$

$$s(A) = 40 //$$

b) $B = \{x : -4 \leq x \leq 105, x=3k, k \in \mathbb{Z}\}$

$$B = \{-3, 0, 3, 6, 9, \dots, 105\} \quad \text{Terim Sayısı} = \frac{105-(-3)}{3} + 1$$

$$T.S = 37$$

$$s(B) = 37 //$$

c) $C = \{x : -40 < x \leq 85, x=5k, k \in \mathbb{Z}\}$

$$C = \{-35, -30, -25, \dots, 75, 80, 85\}$$

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{85-(-35)}{5} + 1 = \frac{120}{5} + 1 = 25$$

$$s(C) = 25 //$$

d) $D = \{x : x < 127, x=5k+2, k \in \mathbb{Z}^+\}$

$$D = \{7, 12, 17, \dots, 122\}$$

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{122-7}{5} + 1 = 24 \quad s(D) = 24 //$$

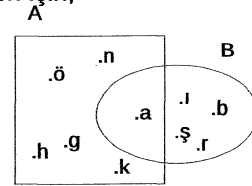
e) $E = \{x : x=4k-1, 5 < k \leq 33, k \in \mathbb{Z}^+\}$

$$E = \{23, 27, 31, 35, \dots, 131\}$$

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{131-23}{4} + 1 = 28$$

$$s(E) = 28 //$$

- 8) Aşağıdaki şekilde Venn şeması verilen A ve B kümeleri için;



- a) A ve B kümelerini liste yöntemiyle yazınız.

$$A = \{\text{ö, n, h, g, k, a}\}$$

$$B = \{i, b, r, s\}$$

- b) $s(A) \times s(B)$ çarpımı kaçtır?

$$6 \cdot 5 = 30 //$$

KÜMELER – 1

(KÜME-LİSTE, ORTAK ÖZELLİK, ŞEMA YÖNTEMİ –ELEMEN SAYISI-BOŞ, SONLU, SONSUZ KÜME-ALT KÜME VE ÖZELLİKLERİ)

DEĞERLENDİRME – 2

- 1) Aşağıdaki kümelerin elemanlarını liste yöntemiyle yazınız.

a) $A = \{x : x, 12 \text{ den küçük } 12 \text{ nin pozitif bölenleri}\}$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

b) $B = \{x : x < 30 \text{ ve } x \text{ asal sayı}\}$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$$

- 2) Aşağıda verilen kümeleri ortak özellik yöntemiyle yazınız.

a) $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{Z}^+\}$

b) $B = \{\dots -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$
 $= \{x \mid x = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$

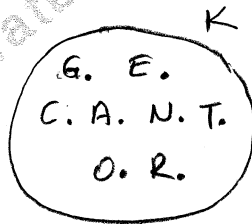
c) $C = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36\}$
 $= \{x \mid x = k^2, 0 \leq k \leq 6, k \in \mathbb{N}\}$

d) $D = \{4, 9, 14, 19, 24, 29, 34\}$
 $= \{x \mid x = 5k - 1, 1 \leq k \leq 7, k \in \mathbb{Z}\}$

- 3) Aşağıdaki tabloda verilen kümelerin boş küme belirtenlerini "✓", belirtmeyenlerini "x" ile işaretleyiniz.

Küme	Boş Küme
$A = \{x : x, \text{negatif asal sayılar}\}$	✓
$B = \{x : x^2 + 4 = 0, x \in \mathbb{Z}\}$	✓
$C = \{x : x + 6 = 0, x \in \mathbb{Z}\}$	x
$D = \{x : x + 6 = 0, x \in \mathbb{N}\}$	✓
$K = \{\emptyset\}$	x

- 4) $A = \{\text{GEORG CANTOR isminin harfleri}\}$ kümesini Venn şeması ile gösteriniz.



- 5) Aşağıdaki kümelerin hangilerinin sonlu ya da sonsuz olduklarını yazınız.

Küme	Sonlu / Sonsuz
$A = \{\text{Bir yıl içindeki haftalar kümesi}\}$	sonlu
$B = \{x : x, 2012 \text{ yılında doğan çocuklar}\}$	sonlu
$C = \{x : 3 < x < 4, x \in \mathbb{R}\}$	sonsuz
Doğru parçası üzerindeki noktalar kümesi.	sonsuz
$D = \{\}$	sonlu
Dünyadaki tüm canlılar kümesi.	sonlu
$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$	sonsuz
$K = \{a, b, c, d, e, f\}$	sonlu
$M = \{x \mid x \text{ tamsayı ve } 0 \leq x \leq 500\}$	sonlu
$N = \{x \mid x, 5 \text{ ile bölünebilen doğal sayı}\}$	sonsuz

- 6) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesinin 2'yi eleman kabul eden kaç alt kümesi vardır?

2'yi sonradan eklemek üzere kmeden alınır.
 geriye kalan 8 elemanın oluşturduğu $2^8 = 256$ alt küme 2'yi eklersek içinde 2 olan 256 tane alt küme olur.

- 7) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesinin 2 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

$$n = 9 \quad r = 2 \quad \binom{9}{2} = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} = 36 //$$

- 8) $A = \{x : x \text{ bir rakamdır}\}$ kümesinin kaç alt kümesinde en az bir asal sayı bulunur?

$$A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$$

$$\text{Asal rakamlar} = \{2, 3, 5, 7\}$$

en az bir asal sayı bulunması = TSM rakam bulunmayan

$$= 2^{10} - 2^6 \quad (2, 3, 5, 7 \text{ alınmazsa})$$

$$= 1024 - 64$$

$$= 960 // 718$$

KÜMELER - 1

(KÜME-LİSTE, ORTAK ÖZELLİK, ŞEMA YÖNTEMİ -ELEMEN SAYISI-BOŞ, SONLU, SONSUZ KÜME-ALT KÜME VE ÖZELLİKLERİ)

DEĞERLENDİRME - 3

- 1) $B = \{x : |x| < 4, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında 0 veya 1 vardır?

$$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

0 veya 1 olması = Tüm alt kümeler - içinde 0 veya 1 olmayanlar

$$= 2^7 - 2^5$$

$$= 128 - 32 = 96 //$$

- 2) Asal rakamlar kümesinin, alt kümelerinin kaçında ne 2 ne de 3 vardır?

Asal rakamlar $A = \{2, 3, 5, 7\}$

Alt kümeler sadece 5 ve 7 ile oluşturulmalıdır.

$$= 2^2 = 4 //$$

- 3) Alt kümelerinin sayısı 512 olan A kümesinin iki elemanı 1 ve 2 dir. A kümesinin kaç alt kümesinde 1 eleman olarak bulunurken, 2 bulunmaz?

$$2^n = 512 \quad A = \{1, 2, \dots\} \text{ ve 9 elemanlı}$$

$$2^n = 2^9 \quad 1 \text{ sonradan eklemek üzere, 2 de}$$

$$n = 9 \quad \text{bulunmasın diye k=meden çıkarılırsa}$$

geriye kalan 7 elemandan oluşan

$$2^7 = 128 \text{ tane alt kümeye 1}$$

eklenirse içinde 1 olan ve 2

olmayan 128 tane alt küme elde edilmiş olur.

- 4) Bir kümenin elemanlarını 2 arttırınca alt küme sayısı yüzde kaç artar?

$S(A) = n$ olsun. alt küme sayısı $= 2^n$ Buna 100 dersin

$S(A) = n+2$ olursa alt küme sayısı $= 2^{n+2}$

$$= 2^n \cdot 2^2$$

$$= 2^n \cdot 4$$

$$= 100 \cdot 4$$

$$= 400 \text{ olur.}$$

100'den 400'e 300 artmış.

%300 artış //

- 5) Alt kümelerinin ve özalt kümelerinin sayıları toplamı 2047 olan A kümesinin **en çok** 2 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

$$2^n + (2^n - 1) = 2047$$

$$2^n + 2^n = 2048$$

$$2 \cdot 2^n = 2048$$

$$2^n = 1024$$

$$2^n = 2^{10}$$

$$n = 10$$

en çok 2 elemanlı alt kümeleri

$$= \binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2}$$

$$= 1 + 10 + \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1}$$

$$= 56 //$$

- 6) 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı ile 5 elemanlı alt kümelerinin sayısı birbirine eşit olan bir kümenin özalt küme sayısı kaçtır?

$$S(A) = n \quad \binom{n}{3} = \binom{n}{5} \text{ ise } n = 3 + 5 = 8$$

$$\text{özalt küme sayısı} = 2^8 - 1$$

$$= 255 //$$

- 7) 5 elemanlı bir kümenin birbirini kapsamayacak şekilde **en çok** kaç alt kümesi vardır? $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ olsun.

alt kümelere bir elemanlı alt kümeleri ekleyemeyiz. eklersek sonra yatacağıımız 2, 3, ... elemanlıları onları kapsar.

5 elemanlıları da ekleyemeyiz, oda yatacağıımız herşeyi kapsar.

Bu tür durumlarda ortadıkları almıyoruz.

$$\binom{5}{0}, \binom{5}{1}, \binom{5}{2}, \binom{5}{3}, \binom{5}{4}, \binom{5}{5} \text{ ve } \binom{5}{5} \text{ 'den } \binom{5}{2} \text{ si}$$

veya $\binom{5}{3}$ 'si seçilebilir.

cevap 10 tane //

- 8) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$ veriliyor. $B \subset K \subset A$ koşulunu sağlayan, A ve B den farklı kaç K kümesi yazılabilir?

$$B \subset K \subset A$$

$$\{1, 2, 3\}$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

K kümesi içinde 1, 2, 3 kesin bulunan yanına da 4, 5, 6, 7'den bir ve birkaçının gelmesiyle oluşan alt kümelerdir.

1, 2, 3 bulunsun diye k=meden çıkarırsak geriye kalan 4, 5, 6, 7'nin oluşturduğu $2^4 = 16$ tane alt kümenin yanına $\{1, 2, 3\}$ eklenirse içinde 1, 2, 3 bulunan 16 tane alt küme yazılabilir.

A ve B'den farklı dediği için $16 - 2 = 14$ küme yazılabilir.