

TÜREV - 2

(SABİTİN, POLİNOMUN, TOPLAMANIN, ÇARPIMIN VE BÖLÜMÜN TÜREVİNİ ALMA KURALLARI)

TÜREV ALMA KURALLARI BÖLÜM 2

TÜREV KURALLARI :

Takip eden türev kurallarının hepsi türevin limit tanımını kullanılarak bulunmuştur. Biz bunlardan sadece ilk ikisinin ispatını vereceğiz.

SABİT FONKSİYONUN TÜREVİ

$f(x)=c \in \mathbb{R}$ ise $f'(x)=0$ olur.

İSPAT

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{c-c}{h} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{0}{h} \right) = 0$$

Örnek...1 :

$f(x)=-7$ ise $f'(x)=?$ 0 //

Örnek...2 :

$f(x)=-3\frac{\pi}{2}$ ise $f'(x)=?$ 0 //

x 'e bağlı değil. $-3\frac{\pi}{2}$ sabit
sayı kabul edilir.

Örnek...3 :

$f(x)=\sin^2 x + \cos^2 x$ ise $f'(x)=?$ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 //$

$$f(x) = 1$$

$$f'(x) = 0 //$$

KUVVET FONKSİYONUN TÜREVİ

$f(x)=x^n$ ise $f'(x)=n \cdot x^{n-1}$

İSPAT

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^{n-1} + (x+h)^{n-2} \cdot x + (x+h)^{n-3} \cdot x^2 + \dots + x^{n-1}}{1}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left[(x+h)^{n-1} + (x+h)^{n-2} \cdot x + (x+h)^{n-3} \cdot x^2 + \dots + (x+h)^0 \cdot x^{n-1} \right]$$

Örnek...4 :

$f(x)=x$ ise $f'(x)=?$

$$f(x)=x^1 \Rightarrow f'(x)=1 \cdot x^{1-1} = 1 \cdot x^0 = 1 //$$

Örnek...5 :

$f(x)=x^3$ ise $f'(x)=?$ $3x^2 //$

Örnek...6 :

$f(x)=\frac{1}{x}$ ise $f'(x)=?$

$$f(x)=x^{-1} \Rightarrow f'(x)=(-1) \cdot x^{-1-1} = (-1) \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2} //$$

Örnek...7 :

$f(x)=\sqrt{x}$ ise $f'(x)=?$

$$f(x)=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}} //$$

Örnek...8 :

$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ ise $f'(x)=?$

$$f(x)=\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{-\frac{1}{3}}$$

$$f'(x)=-\frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{1}{3}-1} = -\frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{4}{3}} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x^{\frac{4}{3}}}$$

$$= -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}} = -\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^4}} //$$

UYARI

f türevlenebilen bir fonksiyon ve $c \in \mathbb{R}$ ise $(c \cdot f)' = c \cdot f'$ olur.

Örnek...9 :

$f(x)=9x^3$ ise $f'(x)=?$ $9 \cdot 3x^2 = 27x^2 //$

Örnek...10 :

$f(x)=\frac{5}{3}\sqrt[3]{x^2}$ ise $f'(x)=?$

$$f(x)=\frac{5}{3} \cdot x^{\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(x)=\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{2}{3}-1}$$

$$f'(x)=\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot x^{-\frac{1}{3}}$$

$$f'(x)=\frac{10}{9} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{10}{9 \cdot \sqrt[3]{x}} //$$

TÜREV - 2

(SABİTİN, POLİNOMUN, TOPLAMANIN, ÇARPIMIN VE BÖLÜMÜN TÜREVİNİ ALMA KURALLARI)

Örnek...11 :

$$f(x) = \frac{12}{\sqrt[3]{x}} \text{ ise } f'(x) = ?$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{12}{x^{\frac{1}{3}}} = 12 \cdot x^{-\frac{1}{3}} = 12 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) x^{-\frac{1}{3}-1} \\ &= (-4) \cdot x^{-\frac{4}{3}} = (-4) \cdot \frac{1}{x^{\frac{4}{3}}} \\ &= (-4) \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}} = -\frac{4}{x \cdot \sqrt[3]{x}} // \end{aligned}$$

TOPLAM VEYA FARKIN TÜREVİ

f ve g türevlenebilen iki fonksiyon ise $f \pm g$ de f ve g nin türevlenebildiği noktalarda türevlenebilir ve $(f \pm g)' = f' \pm g'$

Örnek...12 :

$$f(x) = x^3 + x^2 \text{ ise } f'(x) = ?$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x //$$

Örnek...13 :

$$f(x) = 3x^7 - 2x^6 \text{ ise } f'(x) = ?$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3 \cdot 7 \cdot x^6 - 2 \cdot 6 \cdot x^5 \\ &= 21x^6 - 12x^5 // \end{aligned}$$

Örnek...14 :

$$f(x) = 6x^3 - 7x^2 + \frac{1}{x} \text{ ise } f'(1) = ?$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 6x^3 - 7x^2 + x^{-1} \\ f'(x) &= 6 \cdot 3x^2 - 7 \cdot 2x - \frac{1}{x^2} \\ f'(x) &= 18x^2 - 14x - \frac{1}{x^2} // \end{aligned}$$

Örnek...15 :

$$f(x) = ax^b + bx^a \text{ ise } f'(x) = ?$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= a \cdot b \cdot x^{b-1} + b \cdot a \cdot x^{a-1} \\ f'(x) &= ab(x^{b-1} + x^{a-1}) // \end{aligned}$$

Örnek...16 :

$$f(x) = (x^3 + x^2)(4x - 3) \text{ ise } f'(x) = ?$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 4x^4 - 3x^3 + 4x^3 - 3x^2 \\ f(x) &= 4x^4 + x^3 - 3x^2 \\ f'(x) &= 4 \cdot 4x^3 + 3 \cdot x^2 - 3 \cdot 2x^1 \\ f'(x) &= 16x^3 + 3x^2 - 6x // \end{aligned}$$

Örnek...17 :

$$f(x) = \frac{4x^3 - 3x^2 - 6x + 5}{x^2} \text{ ise } f'(x) = ?$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{4x^3}{x^2} - \frac{3x^2}{x^2} - \frac{6x}{x^2} + \frac{5}{x^2} \\ f(x) &= 4x - 3 - \frac{6}{x} + \frac{5}{x^2} = 4x - 3 - 6x^{-1} + 5x^{-2} \\ f'(x) &= 4 - 0 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) + 5 \cdot (-2) \cdot x^{-3} \\ f'(x) &= 4 + \frac{6}{x^2} - \frac{10}{x^3} // \end{aligned}$$

Örnek...18 :

$$f(x) \text{ polinom fonksiyon ve } f'(x) + f(x) = 2x^2 - 3x + 2 \text{ ise } f(0) = ?$$

HATA
Burada $f'(x) + f(x)$ olmalı.

$$\begin{aligned} f'(x) + f(x) &= 2x^2 - 3x + 2 \text{ ise } f(x) \text{ 2.derece bir polinom olmalı.} \\ f(x) &= ax^2 + bx + c \text{ olsun.} \\ f'(x) &= 2ax + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) + f(x) &= ax^2 + (2a+b)x + (b+c) = 2x^2 - 3x + 2 \\ a &= 2 \\ 2a+b &= -3 \\ 2 \cdot 2 + b &= -3 \\ b &= -7 \\ b+c &= 2 \\ -7+c &= 2 \\ c &= 9 \end{aligned}$$

Örnek...19 :

$$f(x) = \sum_{k=0}^{30} (-x)^{1+k} \text{ ise } f'(1) = ?$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (-x)^1 + (-x)^2 + (-x)^3 + \dots + (-x)^{30} + (-x)^{31} \\ f(x) &= -x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots + x^{30} - x^{31} \\ f'(x) &= -1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - \dots + 30x^{29} - 31x^{30} \\ f'(1) &= \underbrace{-1 + 2 - 3 + 4 - \dots + 30 - 31}_{15 \text{ tane}} // \end{aligned}$$

$$f'(1) = 15 \cdot 1 - 31 = -16 //$$

TÜREV - 2

(SABİTİN, POLİNOMUN, TOPLAMANIN, ÇARPIMIN VE BÖLÜMÜN TÜREVİNİ ALMA KURALLARI)

Örnek...20 :

$$f(x) = \sum_{i=1}^{30} \left(\frac{1}{x}\right) \text{ ise } f'(1) = ?$$

$$f(x) = \frac{1}{x^1} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^{30}} = x^{-1} + x^{-2} + x^{-3} + \dots + x^{-30}$$

$$f'(x) = (-1) \cdot x^{-2} + (-2) \cdot x^{-3} + (-3) \cdot x^{-4} + \dots + (-30) \cdot x^{-31}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4} - \dots - \frac{30}{x^{31}}$$

$$f'(1) = -1 - 2 - 3 - \dots - 30 = -\left(\frac{15 \cdot 31}{2}\right) = -465 //$$

Örnek...21 :

$$f(x) = \sum_{n=0}^2 \left(\frac{x^n}{n!}\right) \text{ ise } f'(1) = ?$$

$$f(x) = \left(\frac{x^0}{0!}\right) + \left(\frac{x^1}{1!}\right) + \left(\frac{x^2}{2!}\right) = \frac{1}{1} + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + x + 1$$

$$f'(x) = \frac{2x}{2} + 1 + 0$$

$$f'(x) = x + 1 \Rightarrow f'(1) = 1 + 1 = 2 //$$

ÇARPIMIN TÜREVİ

f ve g iki fonksiyon olmak üzere, f, g fonksiyonu da f ve g nin türevlenebildiği noktalarda türevlenebilir ve

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Örnek...22 :

$$f(x) = x^2(4x-3) \text{ ise } f'(x) = ?$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^2)'(4x-3) + x^2(4x-3)' \\ &= 2x(4x-3) + x^2(4) \\ &= 8x^2 - 6x + 4x^2 \\ &= 12x^2 - 6x // \end{aligned}$$

Örnek...23 :

$$f(x) = (x^2-x)(x^2+1) \text{ ise } f'(-2) = ?$$

$$f(x) = (x^2-x)(x^2+1)$$

$$f'(x) = (x^2-x)'(x^2+1) + (x^2-x)(x^2+1)'$$

$$f'(x) = (2x-1)(x^2+1) + (x^2-x)(2x)$$

$$f'(-2) = (-4-1)(4+1) + (4-2)(-4)$$

$$\begin{aligned} f'(-2) &= (-5) \cdot 5 + 2 \cdot (-4) \\ &= -25 - 8 \\ &= -33 // \end{aligned}$$

Örnek...24 :

$$f(x) = (x^2+2x+4)(x-2) \text{ ise } f'(x) = ?$$

HATA!

Burada çarpma olmalı.

$$f(x) = (x^2+2x+4)(x-2)$$

$$f'(x) = (x^2+2x+4)'(x-2) + (x^2+2x+4)(x-2)'$$

$$f'(x) = (2x+2)(x-2) + (x^2+2x+4)(1)$$

İsteyen bu ifadeyi dağıtma özelliğine göre dağıtıp düzenleyebilir.

Örnek...25 :

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) \text{ ise } f'(4) = ?$$

Bu tür ifadeleri sırasıyla önce birinci sonra ikinci sonra üçüncü... terimin türevleri alınıp diğer terimleri aynen yazarak kolayca bulabiliriz.

$$f'(x) = (x-1)'(x-2)(x-3) + (x-1)(x-2)'(x-3) + (x-1)(x-2)(x-3)'$$

$$f'(x) = 1 \cdot (x-2)(x-3) + (x-1) \cdot 1 \cdot (x-3) + (x-1)(x-2) \cdot 1$$

$$f'(4) = 2 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 11 //$$

Örnek...26 :

$$f(x) = \prod_{k=1}^{14} (x^{2k}+1) \text{ ise } f'(0) = ?$$

$$f(x) = (x^2+1)(x^4+1)(x^6+1) \dots (x^{28}+1)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x(x^4+1)(x^6+1) \dots (x^{28}+1) \\ &+ (x^2+1)(4x^3)(x^6+1) \dots (x^{28}+1) \\ &+ (x^2+1)(x^4+1)(6x^5) \dots (x^{28}+1) \\ &\vdots \\ &+ (x^2+1)(x^4+1)(x^6+1) \dots (28x^{27}) \end{aligned} \Rightarrow f'(0) = 2 \cdot 0 \dots + 1 \cdot 4 \cdot 0^3 \dots + 1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 0^5 \dots + 1 \cdot 1 \cdot 1 \dots 0$$

$$f'(0) = 0 + 0 + \dots 0 = 0 //$$

BÖLÜMÜN TÜREVİ

f ve g iki fonksiyon olmak üzere $\frac{f}{g}$ de f ve g nin türevlenebildiği noktalarda türevlenebilir ve

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

Örnek...27 :

$$f(x) = \frac{2x^2+1}{1+x} \text{ ise } f'(x) = ?$$

$$f'(x) = \frac{(2x^2+1)'(1+x) - (2x^2+1)(1+x)'}{(1+x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4x(1+x) - (2x^2+1)(1)}{(1+x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4x + 4x^2 - 2x^2 - 1}{(x+1)^2} = \frac{2x^2 + 4x - 1}{(x+1)^2} //$$

TÜREV - 2

(SABİTİN, POLİNOMUN, TOPLAMANIN, ÇARPIMIN VE BÖLÜMÜN TÜREVİNİ ALMA KURALLARI)

Örnek...28 :

$$f(x) = \frac{3x-1}{x+5} \text{ ve } f^{-1}(x) = h(x) \text{ ise } h'(x) = ?$$

$$f^{-1}(x) = h(x) = \frac{-5x-1}{x-3}$$

$$h'(x) = \frac{(-5x-1)' \cdot (x-3) - (-5x-1) \cdot (x-3)'}{(x-3)^2}$$

$$h'(x) = \frac{(-5)(x-3) - (-5x-1) \cdot (1)}{(x-3)^2}$$

$$h'(x) = \frac{-5x + 15 + 5x + 1}{(x-3)^2}$$

$$h'(x) = \frac{16}{(x-3)^2} //$$

Örnek...29 :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+1}} \text{ ise } f'(x) = ?$$

Kısayol

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\sqrt[3]{x})' = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{(\sqrt{x})' \cdot (\sqrt[3]{x+1}) - \sqrt{x} \cdot (\sqrt[3]{x+1})'}{(\sqrt[3]{x+1})^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (\sqrt[3]{x+1}) - \sqrt{x} \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}\right)}{(\sqrt[3]{x+1})^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{\sqrt[3]{x+1}}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}}{(\sqrt[3]{x+1})^2} //$$

Örnek...30 :

$$f(x) = \frac{3x^5 - 5x^3 + 1}{x^3 - 1} \text{ ise } f'(0) = ?$$

$$f'(x) = \frac{(15x^4 - 15x^2)(x^3 - 1) - (3x^5 - 5x^3 + 1) \cdot (3x^2)}{(x^3 - 1)^2}$$

$$f'(0) = \frac{0 \cdot (0 - 1) - (0 + 1) \cdot 0}{(0 - 1)^2} = \frac{0}{1} = 0 //$$

TÜREV - 2

(SABİTİN, POLİNOMUN, TOPLAMANIN, ÇARPIMIN VE BÖLÜMÜN TÜREVİNİ ALMA KURALLARI)

DEĞERLENDİRME

Hatırlatma 1) $f(x) = \sin^2 2x - \cos^2 2x + \cos 4x$ ise $f'(x) = ?$

$$\begin{aligned} \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a \\ f(x) &= -(\cos^2(2x) - \sin^2(2x)) + \cos 4x \\ f(x) &= -\cos 4x + \cos 4x \\ f(x) &= 0 \\ f'(x) &= 0 // \end{aligned}$$

2) $f(x) = \sum_{k=0}^3 (x)^{-k+2}$ ise $f'(1) = ?$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^{-0+2} + x^{-1+2} + x^{-2+2} + x^{-3+2} \\ f(x) &= x^2 + x^1 + x^0 + x^{-1} \\ f'(x) &= 2x + 1 + 0 - \frac{1}{x^2} // \end{aligned}$$

3) $f(x) = \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})$ ise $f'(64) = ?$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (\sqrt{x})'(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) + \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})' \\ f'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) + \sqrt{x} \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right) \\ f'(64) &= \frac{1}{2\sqrt{64}}(\sqrt{64} - \sqrt[3]{64}) + \sqrt{64} \left(\frac{1}{2\sqrt{64}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{64^2}} \right) \\ &= \frac{1}{2 \cdot 8}(8 - 4) + 8 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 8} - \frac{1}{3 \cdot 16} \right) \\ &= \frac{4}{16} + 8 \cdot \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{48} \right) = \frac{1}{4} + 8 \cdot \left(\frac{2}{48} \right) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{7}{12} // \end{aligned}$$

4) $f(x)$ polinom fonksiyon ve $f(x) \cdot f'(x) = 2x^3 - x^2 + 10x + 2$ ise bu polinomun sabit terimi katsayılar toplamından kaç fazladır?

$f(x)$ 2. dereceden olmalı ki $f(x), f'(x)$ 3. dereceden olsun.

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c \\ f'(x) &= 2ax + b \\ f(x) \cdot f'(x) &= (ax^2 + bx + c)(2ax + b) \\ &= 2a^2x^3 + abx^2 + 2abx^2 + b^2x + 2acx + cb \\ &= 2a^2x^3 + 3abx^2 + (b^2 + 2ac)x + cb = 2x^3 - x^2 + 10x + 2 \end{aligned}$$

5) $f(x) = (x^3 + x^2)(4x - 3)$ ise $f'(1) = ?$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (3x^2 + 2x)(4x - 3) + (x^3 + x^2) \cdot 4 \\ f'(1) &= (3 + 2)(4 - 3) + (1 + 1) \cdot 4 \\ f'(1) &= 5 \cdot 1 + 8 \\ f'(1) &= 13 // \end{aligned}$$

6) $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-10)$ ise $f'(4) = ?$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \cdot (x-2)(x-3)\dots(x-10) + (x-1) \cdot 1 \cdot (x-3)\dots(x-10) + \dots + (x-1)(x-2)\dots(x-3) \cdot 1 \\ f'(4) &= 0 + 0 + 0 + \dots + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 \\ f'(4) &= 0 + 0 + 0 + [3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-6)] + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 \\ f'(4) &= 6 \cdot 720 = 4320 // \end{aligned}$$

7) $f(x) = \frac{3x^2 - x}{x^2 + 1}$ ise $f'(1) = ?$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(6x-1)(x^2+1) - (3x^2-x)(2x)}{(x^2+1)^2} \\ f'(1) &= \frac{5 \cdot 2 - 2 \cdot 2}{2^2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} // \end{aligned}$$

8) $f(x) = \frac{\sum_{k=1}^5 x^{2k}}{\sum_{k=1}^5 x^{2k-1}}$ ise $f'(1) = ?$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10}}{x^1 + x^3 + x^5 + x^7 + x^9} \\ f'(x) &= \frac{(2x + 4x^3 + 6x^5 + 8x^7 + 10x^9)(x^1 + x^3 + x^5 + x^7 + x^9) - (x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10})(1 + 3x^2 + 5x^4 + 7x^6 + 9x^8)}{(x^1 + x^3 + x^5 + x^7 + x^9)^2} \\ f'(1) &= \frac{(2+4+6+8+10)(1+1+1+1+1) - (1+1+1+1+1)(1+3+5+7+9)}{(1+1+1+1+1)^2} \\ f'(1) &= \frac{30 \cdot 5 - 5 \cdot 25}{5^2} = \frac{5(30-25)}{5^2} = \frac{5}{5} = 1 // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2a^2 &= 2 & 3ab &= -1 & b^2 + 2ac &= 10 & c \cdot b &= 2 \\ a^2 &= 1 & & & & & & \\ a &= 1 & \Rightarrow 3 \cdot 1 \cdot b &= -1 & \Rightarrow \frac{1}{3} + 2 \cdot 1 \cdot c &= 10 & \Rightarrow \frac{89}{18} - \frac{1}{3} &\neq 2 \\ & \text{veya} & b &= -\frac{1}{3} & c &= \frac{89}{18} & & \\ a &= -1 & \Rightarrow 3 \cdot (-1) \cdot b &= -1 & \Rightarrow \frac{1}{3} + 2 \cdot (-1) \cdot c &= 10 & \Rightarrow -\frac{89}{18} - \frac{1}{3} &\neq 2 \end{aligned}$$

Boyle bir polinom bulunamadi.