

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR – 4

(FONKSİYON TÜRLERİ)

FONKSİYONLAR BÖLÜM 4

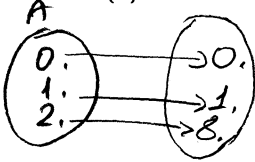
FONKSİYON TÜRLERİ:

BİRE-BİR FONKSİYON

$f:A \rightarrow B$ fonksiyonu için $x_1 \neq x_2$ için $f(x_1) \neq f(x_2)$ oluyorsa ; yani farklı elemanların görüntüleri de farklı ise f fonksiyonuna bire-bir fonksiyon denir.

Örnek...1 :

$A=\{0,1,2\}$ kümesinden reel sayılara tanımlı $f(x)=x^3$ fonksiyonu bire bir midir?

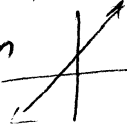


$$\begin{aligned} f(0) &= 0^3 = 0 \\ f(1) &= 1^3 = 1 \\ f(2) &= 2^3 = 8 \end{aligned}$$

Örnek...2 :

1. YOL Reel sayılara tanımlı $f(x)=3x+5$ fonksiyonu bire bir midir?

$f(x)=3x+5$ Doğrusal bir fonksiyon olduğu için birebirdir.



2. YOL

$x_1 \neq x_2$ için

$f(x_1) \neq f(x_2)$ oluyorsa birebirdir.

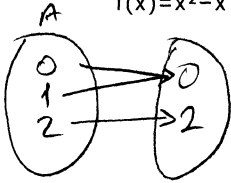
$$x_1 \neq x_2$$

$$3x_1 \neq 3x_2$$

$$3x_1 + 5 \neq 3x_2 + 5$$

$$f(x_1) \neq f(x_2) \text{ birebir}$$

Örnek...3 : $A=\{0,1,2\}$ kümesinden reel sayılara tanımlı $f(x)=x^2-x$ fonksiyonu bire bir midir?



$$f(0) = 0^2 - 0 = 0$$

$$f(1) = 1^2 - 1 = 0$$

$$f(2) = 2^2 - 2 = 2$$

Birebir değil.

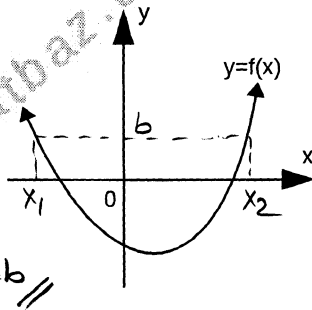
Örnek...4 :

Şekilde grafiği verilen fonksiyon R de bire-bir midir?

Birebir değil.

Şekilden de görüldüğü gibi farklı seçilen

x_1 ve x_2 için $f(x_1) = f(x_2) = b$

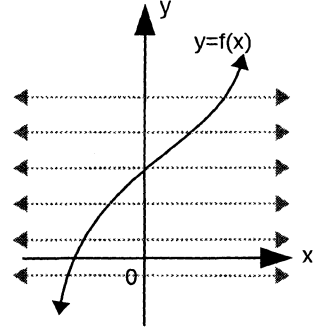


UYARI

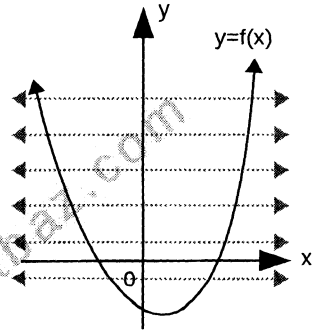
Bir fonksiyonun grafiğinden bire-bir olup olmadığını anlamak için verilen tanım aralığında çizilen yatay doğruların sadece bir defa grafiği kesmesini isteriz

Örneğin;

Şekildeki gibi grafiği olan f , bire-bir fonksiyondur



Şekildeki gibi grafiği olan f , bire-bir fonksiyon değildir.

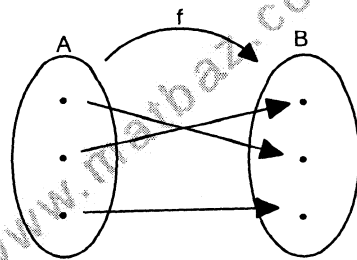


UYARI

A dan A ya (kısaca A 'da) tanımlı birebir fonksiyona **permütasyon** fonksiyonu da denir.

ÖRTEN FONKSİYON

$f:A \rightarrow B$ fonksiyonu için $f(A)=B$ ise f fonksiyonu örten bir fonksiyondur. Tanıma göre f fonksiyonun, B kümesinin tüm elemanlarını A kümesinin elemanlarıyla eşleştirdiği sonucunu çıkarırız.



ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR - 4

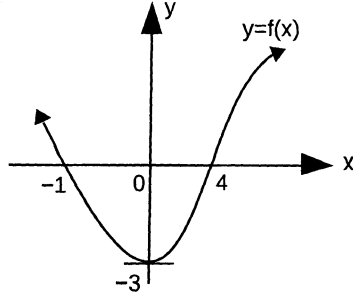
(FONKSİYON TÜRLERİ)

UYARI

Bir fonksiyonun grafiğinden örten olup olmadığını anlamak için verilen değer kümesinin her değeri için çizilen yatay doğruların grafiği en az bir defa kesmesini isteriz.

Örnek...5 :

Şekilde grafiği verilen fonksiyon reel sayılarda tanımlıdır. Bu fonksiyonun örten olması için değer kümesi ne olmalıdır?



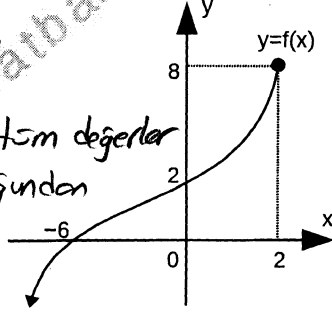
Alınan değer olarak -3 ve üstünde değer alınmış. Örten olması için değer kümesi $[-3, \infty)$ olmalı.

Örnek...6 :

$f: (-\infty, 2] \rightarrow K$
fonksiyonu örtense en geniş K kümesini yazınız.

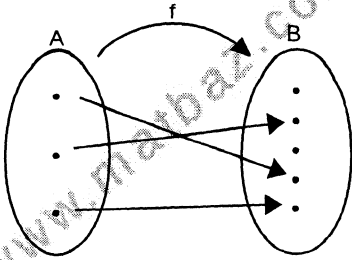
Fonksiyonda alınan tüm değerler 8 ve altında olduğundan

$$K = (-\infty, 8]$$



İÇİNE FONKSİYON :

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu için $f(A) \neq B$ ise f fonksiyonu içine bir fonksiyondur. Tanıma göre f fonksiyonun B kümesinde A kümesinin elemanlarıyla eşleştirmedeği elemanlar içerdiği sonucunu çıkarırız.



UYARI

İçinelik ve Örtenlik birbirinin tersidir.

Örnek...7 :

Fonksiyonları inceleyiniz, örten olup olmadıklarını belirtiniz

1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

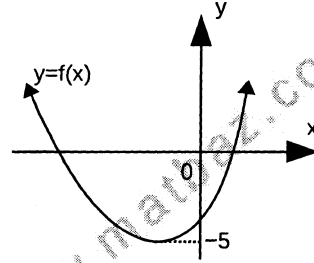
2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[3]{x}$ Örten dir

$x, +\infty$ ya doğru arttıkça $\sqrt[3]{x}$ de $+\infty$ ya doğru artar. $-\infty$ ya doğru arttıkça $\sqrt[3]{x}$ de $-\infty$ ya doğru azalır.

$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+1} - \frac{2}{x^2+1} = 1 - \frac{2}{x^2+1}$
 x^2+1 daima pozitif olduğundan $1 - \frac{2}{x^2+1}$ 'in alacağı değerler daima 1'den küçük olur. $(-\infty, 1)$ örten değil.

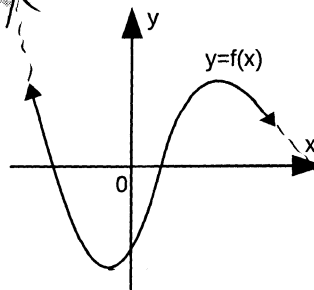
Örnek...8 : Grafikleri inceleyiniz. Tanım aralıklarında verilen fonksiyonların örten veya içine olup olmadıklarını belirtiniz

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



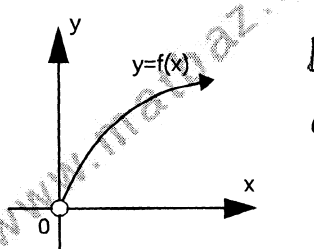
Tanım Kümesi $= (-\infty, \infty)$
Değer Kümesi $= (-\infty, \infty)$
Görüntü Kümesi $= [-5, \infty)$
İçine fonksiyon.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



Tanım Kümesi $= (-\infty, \infty)$
Değer Kümesi $= (-\infty, \infty)$
Görüntü Kümesi $= (-\infty, \infty)$
Örten fonksiyon

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$



Tanım kümesi $= (0, \infty)$
Değer Kümesi $= (0, \infty)$
Görüntü Kümesi $= (0, \infty)$
Örten fonksiyon.

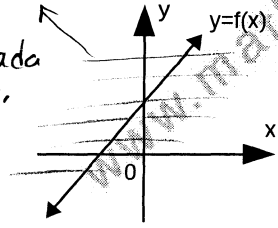
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR - 4

(FONKSİYON TÜRLERİ)

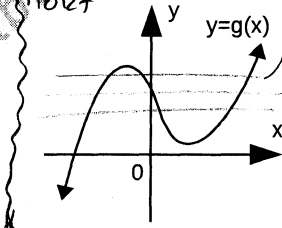
Örnek...9 :

Hangileri reel sayılar kümesinde birebir ve örtendir?

Yatay çizgiler
Grafikler
tek bir noktada
kesiyor.
Birebir

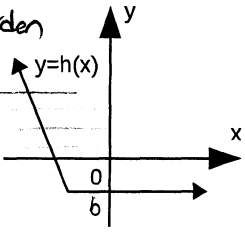


Değer kümesi $= (-\infty, \infty)$
Görüntü kümesi $= (-\infty, \infty)$
Örten fonksiyon



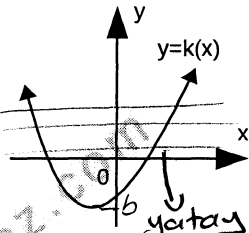
Değer kümesi $= (-\infty, \infty)$
Görüntü kümesi $= (-\infty, \infty)$
Örten fonksiyon

Yatay çizgilerden
 $y=b$ olan
grafikler
sonsuz
noktada
kesiyor.



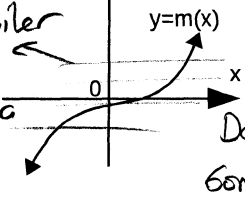
Birebir değil.

Değer kümesi $= (-\infty, \infty)$
Görüntü kümesi $= (b, \infty)$
Örten değil



Değer kümesi $= (-\infty, \infty)$
Görüntü kümesi $= (b, \infty)$
Örten değil

Yatay çizgiler
grafikler
tek bir noktada
kesiyor
Birebir.

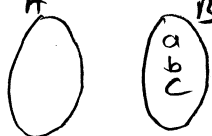


Değer kümesi $= (-\infty, \infty)$
Görüntü kümesi $= (-\infty, \infty)$
Örten fonksiyon.

Örnek...10 :

$s(A)=n^2-n$ ve $s(B)=5n$ A kümesinden B kümesine tanımlı bir f fonksiyonu birebir değil ama örtense ise $s(A)$ en az kaçtır?

Bunu modelleyelim



$$\begin{aligned} n^2 - n &> 5n \\ n^2 - 6n &> 0 \\ n(n-6) &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= 0 \\ n_2 &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|c} 0 & 6 \\ + & - \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} A \\ B \end{array}$$

"n" en az 7 olmalı.
 $s(A) = 7^2 - 7 = 42$ olmalı.

$s(B) = 3$ elemanlı ise
A kümesinde örtten olması için en az 3 eleman olmalı. Eğer A'da 2 eleman olsaydı, birisi B'de iki elemanla eşlenmek zorunda kalırdı $s(A)=3$ olsa bu sefer

birebir olurdu. Oysa birebir değil diyor. Demek ki $s(A) > s(B)$ olmalı.

SABİT FONKSİYON

Tanım kümesinin her elemanının görüntüsü aynı olan fonksiyona sabit fonksiyon denir.
Örnek; $A=\{0,1,2\}$ kümesinden reel sayılara tanımlı $f(x)=5$ fonksiyonu sabit fonksiyondur.

Örnek...11 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (k-2)x^3 + (m+3)x + k^m$ fonksiyonu sabit fonksiyon ise $f(-23)=?$

Sabit fonksiyonda değişken bulunmamalı. Yoksa x yerine değişik sayı yazdığımızda sabit değil değişken sonuçlar elde ederiz. değişkeni yoketmenin yolu da katsayısını sıfır yapmaktır.

$$\begin{aligned} k-2 &= 0 \\ k &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m+3 &= 0 \\ m &= -3 \end{aligned}$$

$$f(x) = 0 + 0 + 2^{-3}$$

$$f(-23) = 2^{-3} //$$

Örnek...12 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{4x^2 - (a-2)x + b + 2}{x^2 + x + 5}$

fonksiyonu sabit fonksiyon ise $a+b=?$

Hem pay'da hem de paydadada değişken varsa katsayılar orantılı olmalı ki sadeleşsin ve sabit bir sayı kalsın.

$$\frac{4}{1} = \frac{-a+2}{1} = \frac{b+2}{5}$$

$$\begin{aligned} -a+2 &= 4 & b+2 &= 20 \\ a &= -2 & b &= 18 \end{aligned}$$

$$a+b = -2+18 = 16 //$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{4x^2 + 4x + 20}{x^2 + x + 5} \\ f(x) &= \frac{4(x^2 + x + 5)}{x^2 + x + 5} \\ f(x) &= 4 \text{ sabit fonk} \end{aligned}$$

Örnek...13 :

$A = \{x, x \in \mathbb{Z}, |x-2| \leq 2\}$ olmak üzere A kümesinde kaç tane sabit fonksiyon tanımlanır?

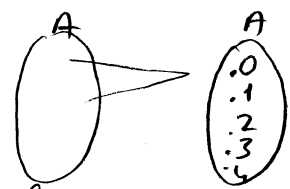
$$|x-2| \leq 2$$

$$-2 \leq x-2 \leq 2$$

$$-2+2 \leq x-2+2 \leq 2+2$$

$$0 \leq x \leq 4$$

Demek ki A'nın elemanları
 $A = \{0,1,2,3,4\}$



Bu fonksiyonların

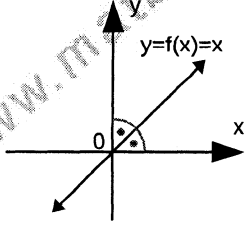
görüntüde 5 farklı eleman var. Demek ki 5 sabit fonksiyon tanımlanabilir.

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR - 4

(FONKSİYON TÜRLERİ)

BİRİM FONKSİYON

A kümesinden A kümesine tanımlı bir f fonksiyonu her elemanı kendisiyle eşliyorsa f fonksiyonuna sabit fonksiyon denir. Birim fonksiyon genellikle $I(x)$ ile gösterilir.



Birim fonksiyon

$f(x)=x$ şeklinde

olmalıdır. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=(k^2-4)x^2+(k+3)x+k-m$

Yani x^2 'li fonksiyonu birim fonksiyon ise $f(k^m)=?$

terimin katsayısı 1,

geri kalan $x^2, x^3, x^4, \dots$

terimlerin katsayıları,

ile sabit terim

Sıfır olmalıdır.

Örnek...14:

$$\begin{aligned} k^2-4 &= 0 & k+3 &= 1 & k-m &= 0 \\ k &= 2 & k &= -2 & -2-m &= 0 \\ & & & & m &= -2 \end{aligned}$$

$$f(x)=x \Rightarrow f(k^m)=k^m$$

$$f(k^m)=(-2)^{-2}=\frac{1}{4}$$

Örnek...15:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)$ fonksiyonu birim fonksiyon ve $f(g(x))+f(x^3)+x=x^3-4x+7$ ise $g(1)$ kaçtır?

$$f(x)=x$$

$$f(g(x))=g(x)$$

$$f(x^3)=x^3$$

$$g(x)+x^3+x=x^3-4x+7$$

$$g(x)=-5x+7$$

$$g(1)=-5.1+7$$

$$g(1)=2 //$$

$$f(x)=ax+b$$

$$f(2)=2a+b=6$$

$$f(3)=3a+b=9$$

$$\begin{aligned} 2a+b &= 6 \\ 3a+b &= 9 \end{aligned}$$

$$a=3$$

$$b=0$$

$$f(x)=ax+b=3x$$

$$f(0)=3.0=0 //$$

DOĞRUSAL FONKSİYON

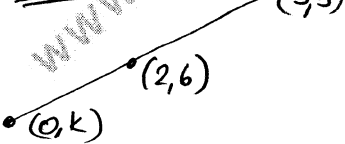
$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ koşuluyla $y=f(x)=ax+b$ biçimindeki fonksiyonlara doğrusal fonksiyon denir.

Doğrusal fonksiyonların grafikleri düzlemde doğru belirtir.

Örnek...16:

$y=f(x)$ doğrusal fonksiyon ve $f(2)=6$ ve $f(3)=9$ ise $f(0)$ değerini hesaplayınız.

2.YOL



$$\begin{aligned} \text{eğimden} \\ \frac{9-6}{3-2} &= \frac{6-k}{2-0} \\ \frac{3}{1} &= \frac{6-k}{2} \end{aligned}$$

$$6=6-k$$

$$k=0$$

$$f(0)=k=0 //$$

UYARI

1. Doğrusal fonksiyonlar reel sayılarda bire-bir ve örten fonksiyonlardır.

2. $y=f(x)=ax+b$ fonksiyonun grafiğini çizmek için iki nokta bulur ve grafiği bu noktalardan geçecek şekilde çizeriz.

Örnek...17:

$y=f(x)=3x-6$ fonksiyonun grafiğini çiziniz 2.YOL

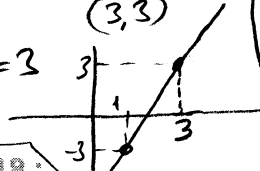
1.YOL

$x=1$ için

$$f(1)=3.1-6=-3 \quad (1, -3)$$

$x=3$ için

$$f(3)=3.3-6=3 \quad (3, 3)$$

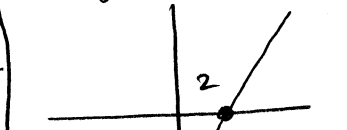


$x=0$ için $f(0)=-6$

$y=0$ için $3x-6=0$

$x=2$

Bunlar eksenleri kestiği noktalarıdır.



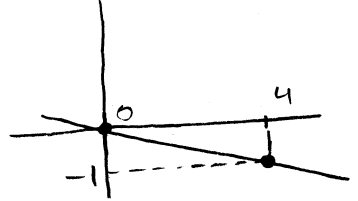
Örnek...18:

$y=f(x)=\frac{-x}{4}$ fonksiyonun grafiğini çiziniz

$x=4$ için $f(4)=\frac{-4}{4}=-1 \quad (4, -1)$

$x=0$ için $f(0)=\frac{-0}{4}=0 \quad (0, 0)$

Bu iki çizim de aynıdır.



Örnek...19:

Yanda ki grafik $y=f(x)$ in grafiği olmak üzere, $g(x)=f(x-6)$ biçiminde tanımlanan g fonksiyonunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

2 yolu var. Kısa

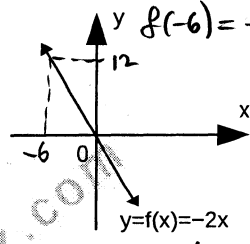
Yol

$g(x)=f(x-6)$ fonksiyonu

$f(x)$ 'in 6 birim

6 birim sağa kaydırılmış

halidir.



2.YOL

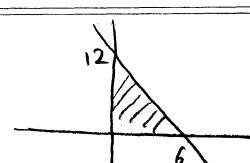
$f(x)=-2x$ ise

$f(x-6)=-2(x-6)$

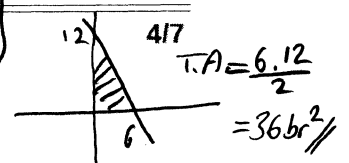
$g(x)=-2x+12$

$x=0$ için $y=12$

$y=0$ için $x=6$



$$T.A = \frac{6.12}{2} = 36 \text{ birim}^2 //$$



$$T.A = \frac{6.12}{2} = 36 \text{ birim}^2 //$$

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR - 4

(FONKSİYON TÜRLERİ)

UYARI

Çizilmiş doğrusal fonksiyonların kuralını bulmak için

a) noktalar sıradan noktalar ise $y=f(x)=mx+n$ ifadesinde noktalar yerine konur ve m ile n bulunur.

b) eksenleri kestiği noktalar $A(a,0)$ ve $B(0,b)$ olan noktalar ise $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ eşiliğinden $f(x)$ çekilebilir.

Örnek...20 :

Grafiği verilen fonksiyonun kuralını bulunuz

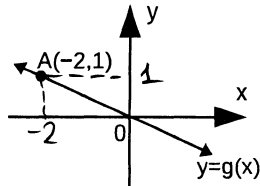
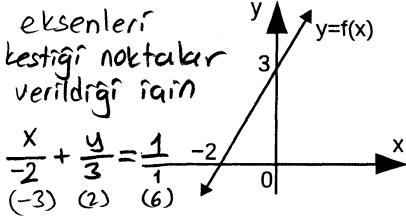
eksenleri kestiği noktalar verildiği için

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$-3x + 2y = 6$$

$$y = \frac{3x+6}{2}$$

$$f(x) = \frac{3x+6}{2}$$



orijinden geçen doğruların denklemleri $g(x)=mx$ şeklindedir. $(-2,1)$ 'den geçiyorsa

$$g(-2) = -2m = 1$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

$$g(x) = -\frac{x}{2}$$

PARABOLİK FONKSİYONLAR

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ koşuluyla $y=f(x)=ax^2+bx+c$ biçimindeki fonksiyonlara parabolik fonksiyon denir. Parabolik fonksiyonların grafikleri düzlemde parabol belirtir.

Örnek...21 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=(a+3)x^3+(b-2)x^2+bx+b-3$ fonksiyonun grafiği orijinden geçen bir parabol ise bu grafiğin x eksenini kestiği diğer noktayı bulunuz.

parabolde x^3 'l's terim olmamalı. $a+3=0$ $a=-3$

$$f(x) = (b-2)x^2 + bx + b-3$$

$$f(0) = (b-2)0^2 + b \cdot 0 + b-3 = 0$$

$$b=3$$

$(0,0)$ noktasını sağlar.

$$f(x) = x^2 + 3x$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(x+3) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -3$$

ekseni kestiği diğer nokta -3'tür. //

HATIRLATMA

$$y=f(x)=ax^2+bx+c \text{ fonksiyonları } r = \frac{-b}{2a}$$

doğrusuna göre simetrik olup yine x' 'e bu değer verildiğinde "a" sayısına bağlı olarak en büyük veya en küçük değerini alır.

Örnek...22 :

Reel sayılarda tanımlı $y=f(x)=x^2+6x+1$ fonksiyonunun görüntü kümesinin en küçük değeri kaçtır?

$f(x)=x^2+6x+1$ parabolünde x^2 'nin işareti pozitif olduğundan kolları yukarıdır.

$$r = -\frac{b}{2a}$$

$$r = -\frac{6}{2 \cdot 1} = -3$$

$$f(k) = f(-3) = (-3)^2 + 6(-3) + 1$$

$$f(k) = 9 - 18 + 1$$

$$f(k) = -8 //$$

Tepe noktası (r,k) olan parabolün en küçük değeri $f(r)=k$ 'dir.

HATIRLATMA

Parabol grafiğini çizmek için 3 noktaya yeterlidir. (Bazen tepe noktası ve çukurluğun yönü de yeterli olabilir) Grafiğin genel şekli "u" ile "v" arasındadır (kollar yukarı durumlu ise). Bu noktalar genellikle grafiğin eksenleri kestiği noktalar ve tepe noktasıdır

Örnek...23 :

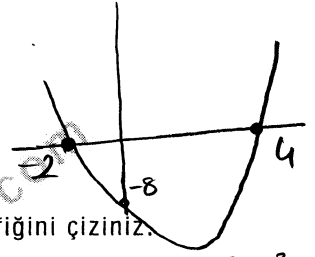
$y=f(x)=x^2-2x-8$ fonksiyonun grafiğini çiziniz

$$x=0 \text{ için } f(0)=-8 \text{ y eksenini kestiği noktadır.}$$

$$f(x) = (x+2) \cdot (x-4)$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 4$$

eksenleri kestiği noktalar -2 ve 4'tür.



Örnek...24 :

$y=f(x)=x^2$ fonksiyonun grafiğini çiziniz.

x	-2	-1	0	1	2	3	...
f(x)=x^2	4	1	0	1	4	9	...



ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR - 4

(FONKSİYON TÜRLERİ)

HATIRLATMA

Parabollerin tanım kümeleri sınırlandırılmazsa bire bir de değildir, örten de değildir. Tanım ve değer kümelerine göre bire bir veya örten yapılabilirler.

Örnek...25:

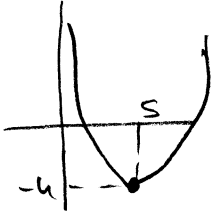
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 10x + 21$ fonksiyonun görüntü kümesini bulunuz?

Kollar yukarı

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-10)}{2 \cdot 1} = 5$$

$$k = f(r) = f(5) = 5^2 - 10 \cdot 5 + 21$$

$$f(5) = -4$$



Görüntü kümesi $[-4, \infty)$

Örnek...26:

$f: (3,8) \rightarrow \mathbb{K}$, $f(x) = x^2 - 4x + 10$ fonksiyonun görüntü kümesinde kaç farklı tamsayı vardır?

$$r = -\frac{b}{2a}$$

$$r = -\frac{(-4)}{2 \cdot 1} = 2$$

Simetri merkezi

$x=2$ doğrusu

$(3,8)$ aralığında değil.

$$f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 10$$

$$f(3) = 7$$

$$f(8) = 8^2 - 4 \cdot 8 + 10$$

$$f(8) = 42$$

Görüntü kümesi $(7, 42)$

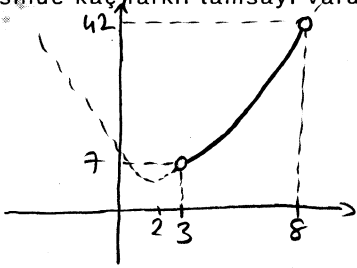
$= \{8, 9, 10, 11, \dots, 41\}$

Görüntü kümesindeki

tamsayıların sayısı

$$= (41 - 8) + 1$$

$$= 34 //$$



PERMÜTASYON FONKSİYONU

$f: A \rightarrow A$ fonksiyonu bire bir ve örten bir fonksiyona f ye A da bir permütasyon fonksiyonu denir.

Örneğin $A = \{a, b, c\}$ de tanımlı $f = \{(a, b), (b, c), (c, a)\}$ fonksiyonu bire bir ve örten olduğu için bir permütasyon

fonksiyonudur. Bu fonksiyon $f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$ olarak da sıklıkla belirtilir.

Örnek...27:

$A = \{a, b, c\}$ kümesinde tanımlı $f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$ permütasyon fonksiyonu için $\{f(b), f(c)\}$ kümesini yazınız?

$f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$ fonksiyonunda $a \downarrow c$ 'ye gitti mi?

$b \downarrow a$ 'ya gitti mi? $c \downarrow b$ 'ye gitti mi?

Son,

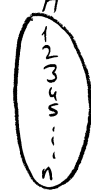
$$f(b) = a$$

$$f(c) = b$$

$$\Rightarrow \{f(b), f(c)\} = \{a, b\} //$$

Örnek...28:

$s(A) = n$ olmak üzere A da kaç tane permütasyon fonksiyonu tanımlanabilir?



Tanım kümesindeki

1. eleman görüntü kümesindeki n elemandan birine

2. " " " kalan $(n-1)$ " "

3. " " " kalan $(n-2)$ " "

1

n . " " " kalan 1 elemana gidiyor

$$\text{permütasyon fonk. sayısı} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1 = n!$$

NOT

$S(A) = n$ elemanlı bir küme için A 'dan A 'ya tanımlanacak

Permütasyon fonksiyon sayısı $= n!$ 'dir.

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR - 4
(FONKSİYON TÜRLERİ)

DEĞERLENDİRME

1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{(p-2)x^3 + 3x^2 - (a-2)x + k}{x^2 + x + 5}$

fonksiyonu sabit fonksiyon ise $f(k) = ?$

aynı dereceli x değişkenlerinin katsayıları oranlı olmalı. Aynı dereceli olmayan x değişkenlerinin katsayıları da sıfır olmalı.

$p-2=0$
 $p=2$

$\frac{3}{1} = \frac{-a+2}{1} = \frac{k}{5}$

$3 = -a+2$ $k=15$
 $a=-1$

$f(x) = \frac{3x^2 + 3x + 15}{x^2 + x + 5} = \frac{3(x^2 + x + 5)}{x^2 + x + 5}$

$f(x) = 3$

$f(k) = f(15) = 3 //$

2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$f(20x^2 + 6x + 2) = (k^2 + 4)x^2 + (m+3)x + c - m$

Birim fonksiyon fonksiyonu birim fonksiyon ise k.m.c en az kaç olabilir?

$f(x) = x$ şeklinde

ise $f(20x^2 + 6x + 2) = 20x^2 + 6x + 2$ olmalı.

$k^2 + 4 = 20$ $m+3=6$ $c-m=2$

$k^2=16$ $m=3$ $c-3=2$

$k=-4$ $c=5$

$k=4$

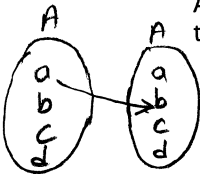
k.m.c en az

$-4.3.5 = -60 //$

3) $s(A)=5$ olmak üzere A da tanımlanabilecek en fazla kaç değişik permütasyon fonksiyonu tanımlanabilir?

$s(A)=5$ ise A'da tanımlı permütasyon fonksiyon sayısı $5! = 120$ tane dir.

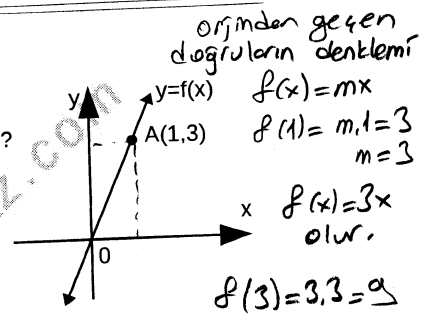
4) $A=\{a,b,c,d\}$ olmak üzere $f(a)=b$ olacak şekilde A kümesinde kaç tane birebir fonksiyon tanımlanır. Birebir olması için



$b \rightarrow$ geri kalan 3 elemandan birine
 $c \rightarrow$ " " 2 " "
 $d \rightarrow$ " " 1 elemana q.dır.

Birebir fonksiyon sayısı $= 3.2.1 = 6 //$

5) Grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için $f(f(f(3))) = ?$



$f(f(f(3))) = f(f(9))$
 $= f(27)$
 $= 81 //$

6) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x - 15$ fonksiyonun simetri eksenini belirleyiniz ve grafiğini çiziniz.

Bu bir parabol fonksiyon olduğundan simetri eksenini $x = -\frac{b}{2a}$ ile bulunur.

$x = -\frac{(-2)}{2.1} = 1$

$x=1$ doğrusu simetri eksenidir.

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$x^2 - 5x + 3 = 0$

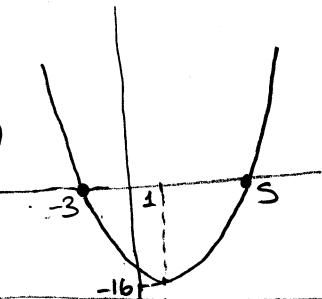
$(x-5)(x+3) = 0$

$x_1=5$ $x_2=-3$

$k=f(r)=f(1)$

$k=1^2-2.1-15$

$k=-16$



7) $f: [3,8] \rightarrow K$, $f(x) = x^2 - 2x + 4$ fonksiyonu bire bir ve örtense K kümesi ne olabilir?

$r = \frac{b}{2a} = \frac{(-2)}{2.1} = 1$

$r=1 \notin [3,8]$

olduğundan $f(x)$ 'in alacağı en küçük değer $f(3)$, en büyük değer $f(8)$ olur.

NOT parabolün kolları yukarı doğru.

$f(3) = 3^2 - 2.3 + 4$
 $= 9 - 6 + 4$
 $= 7$

$f(8) = 8^2 - 2.8 + 4$
 $= 64 - 16 + 4$
 $= 52$

$K = [7, 52] //$

