

FONKSİYONLAR BÖLÜM 3

GRAFİK

$f: A \rightarrow B$ olarak verilen fonksiyonda yer alan $(x, f(x))$ noktalarına düzlemde karşılık gelen noktalar kümesine f fonksiyonun grafiği denir. Grafiği verilen fonksiyonda ikililer x ve y yi birbirine bağlayan bağıntıda yerine yazılarak noktaların görüntüleri elde edilebilir.

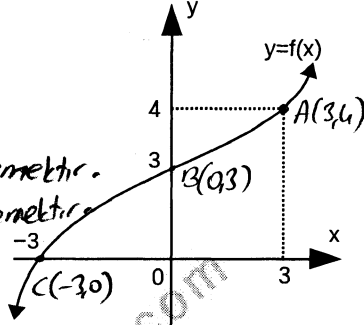
Örnek...1 :

Yanda grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için $f(3) \cdot f(0)$ değeri kaçtır?

$A(3,4)$ olduğundan $f(3)=4$ demektir.

$B(0,3)$ olduğundan $f(0)=3$ demektir.

$$f(3) \cdot f(0) = 4 \cdot 3 = 12 //$$



Örnek...2 :

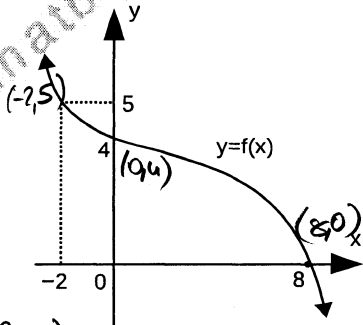
Yanda grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için $f(8) - f(0) \cdot f(-2)$ değeri kaçtır?

$(-2,5)$ için $f(-2)=5$

$(0,4)$ için $f(0)=4$

$(8,0)$ için $f(8)=0$

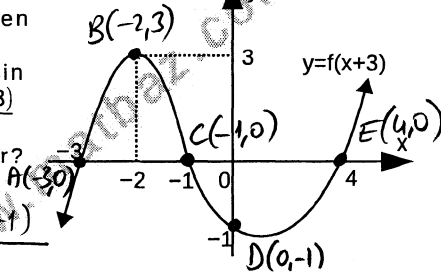
$$f(8) - f(0) \cdot f(-2) = 0 - 4 \cdot 5 = -20 //$$



Örnek...3 :

Grafiği verilen $y=f(x+3)$ fonksiyonu için $f(0) \cdot f(7) + f(3)$ değeri kaçtır?

$$= \frac{0 \cdot f(7) + (-1)}{3} = -\frac{1}{3} //$$

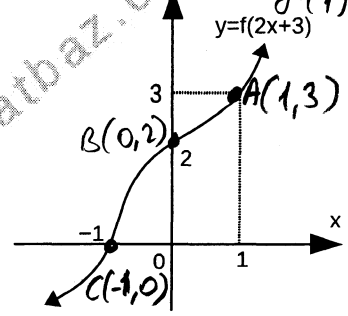


$B(0,2)$ için $x=0$ dersen $f(2 \cdot 0 + 3) = 2$
 $(-1,0)$ için $x=-1$ dersen $f(3) = 2$
 Örnek...4 : $f(2 \cdot (-1) + 3) = 0$
 $f(1) = 0$

Yanda verilen grafiğe göre

$f(1) \cdot f(6) - f(3)$ değeri kaçtır?

$$= 0 \cdot f(6) - 2 = 0 - 2 = -2$$



Örnek...5 :

Grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için,

$f(9 - f(1+2x)) = 4$ ise x kaçtır?

Bu soru içten dışa yapılmalıdır.

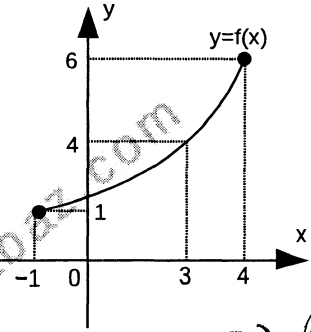
$$f(9 - f(1+2x)) = 4 \text{ ise } \text{kaç olmalı}$$

$f(3) = 4$ olduğundan

demek ki: $9 - f(1+2x) = 3$ olmalı,

$$6 = f(1+2x) \text{ olmalı}$$

$f(4) = 6$ olduğundan demek ki: $1+2x = 4$ olmalı.
 $2x = 4 - 1$
 $2x = 3$
 $x = \frac{3}{2} //$



Örnek...6 :

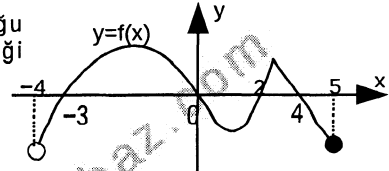
Tanımlı olduğu aralıkta grafiği şekildeki gibi olan $y=f(x)$ için görüntüleri pozitif olan x tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

gören tamsayılar pozitif olan aralıklar

$(-3,0) \cup (2,4)$ dir.

Bu aradaki tamsayılar $\{-2, -1, 3\}$

Toplamları da 0 //



$A(-3,0)$ için $x=-3$ dersen $f(x+3)$ olduğundan $f(0)=0$

$D(0,-1)$ için $x=0$ dersen $f(0+3) = -1 \Rightarrow f(3) = -1$

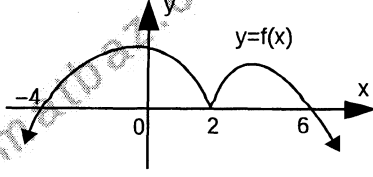
$B(-2,3)$ için $x=-2$ dersen $f(-2+3) = 3 \Rightarrow f(1) = 3$

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR - 3

(FONKSİYON GRAFİĞİ)

Örnek...7 :

Şeklindeki grafiğe sahip olan $y=f(x)$ fonksiyonun işaretini işaret tablosunda özetleyiniz.



İşaret tablosundaki bölge (x eksenini kesenler) tabloya işaretlenerek görüntü'lerin işaretleri tabloya yansıtılır.

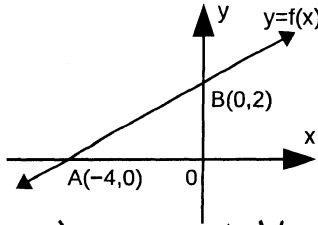
-4	2	6
-	+	+

NOT

Burada 2'nin durumu tartışılabilir. Teget mi, ağıt kat mı diye. Soru onunla ilgili olmadığı için burada o konuya girmeye gerek yok.

Örnek...

Yanda grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için $f(x) \cdot f(x^2-2x-11) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?



Burada $f(x)$ ve $f(x^2-2x-11)$ bulmuş tablo düzenlenir.

$$\begin{aligned} & \frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1 \\ & -x + 2y = 4 \\ & y = \frac{x+4}{2} \\ & f(x) = \frac{x+4}{2} \\ & \text{Kökler bulalım.} \\ & \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 32 \\ & x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{32}}{2 \cdot 1} = 1 \pm 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

	$-\infty$	-4	$1-2\sqrt{2}$	$1+2\sqrt{2}$	∞
$f(x)$	-	0	+	+	+
$f(x^2-2x-11)$	+	+	-	-	+
Çarpımları	-	+	-	+	+

$$\text{Doğrunun denklemi}$$

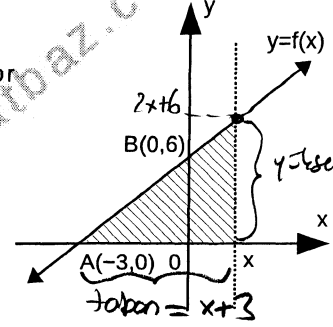
$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{6} = 1$$

$$\begin{aligned} -2x + y &= 6 \\ y &= 2x + 6 \\ f(x) &= 2x + 6 \end{aligned}$$

Örnek...9 :

$f: [-3, \infty), \rightarrow \mathbb{R}$

$f: x \rightarrow$ "taralı alan" olarak tanımlanıyor ise $f(x)$ fonksiyonunun x türünden eşiti nedir?



$x \rightarrow$ (taralı alan) ise demek ki $f(x) = x$ 'e kadar olan üçgenin taralı alanı

$$f(x) = \frac{\text{taban} \cdot \text{yükseklik}}{2}$$

$$f(x) = \frac{(x+3) \cdot (2x+6)}{2}$$

$$f(x) = \frac{(x+3) \cdot 2(x+3)}{2}$$

$$f(x) = (x+3)^2 //$$

NOT

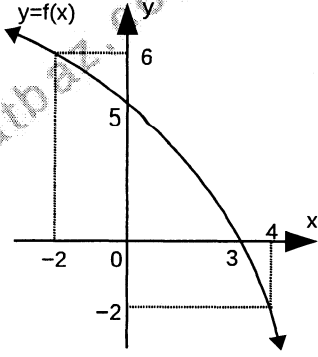
Yükseklik $= f(x) = 2x+6$ demek x ekseninde sağ taraftaki x'in eksenine kadar olan yüksekliği demektir. Bu da x'in görüntüsü, yani $f(x)$ demektir. O da $f(x) = 2x+6$ 'dır.

$$GK = (-\infty, -4] \cup [1-2\sqrt{2}, 1+2\sqrt{2}] //$$

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR - 3
(FONKSİYON GRAFİĞİ)

DEĞERLENDİRME

- 1) Yanda grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için $\frac{f(2) \cdot f(3) - f(4)}{f(-2)}$ değeri kaçtır?

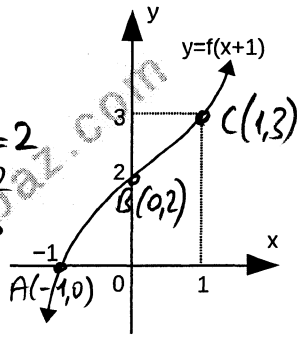


$(-2, 6)$ ise $f(-2) = 6$
 $(0, 5)$ ise $f(0) = 5$
 $(3, 0)$ ise $f(3) = 0$
 $(4, -2)$ ise $f(4) = -2$

Buna göre

$$\frac{f(2) \cdot f(3) - f(4)}{f(-2)} = \frac{f(2) \cdot 0 - (-2)}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- 2) Yanda grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için $\frac{f(1)}{f(2)}$ değeri kaçtır?



$B(0, 2)$ için $x=0$ verirse $f(0+1) = 2$

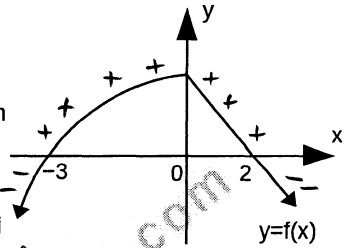
$f(1) = 2$

$C(1, 3)$ için $x=1$ verirse $f(1+1) = 3$

$f(2) = 3$

$$\frac{f(1)}{f(2)} = \frac{2}{3}$$

- 3) Şekildeki grafiğe sahip olan $y=f(x)$ fonksiyonu için $\frac{f(x)}{x^2-4} \geq 0$ eşitsizliğini çözüm kümesi nedir?



$f(x)$ 'in kökleri -3 ve 2

$x^2-4=0$
 $(x-2) \cdot (x+2)=0$
 $x_1=2$ $x_2=-2$
 kökleri

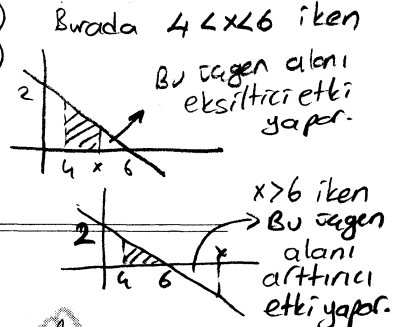
	$-\infty$	-3	-2	2	∞
$f(x)$	-	+	+	-	-
x^2-4	+	+	-	-	+
$\frac{f(x)}{x^2-4}$	-	+	-	+	-

$AK = [-3, -2)$

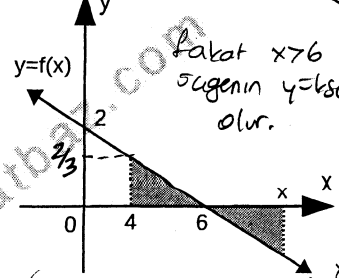
NOT
 -2 ve 2 payda'yı sıfır (tanımsız) yaptığından AK 'ne dahil edilmez,

$f(x)$ 'in grafiğini bulalım.

6/ $\frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 1$
 $x + 3y = 6$
 $y = \frac{-x+6}{3}$
 $\Rightarrow f(4) = \frac{-4+6}{3} = \frac{2}{3}$

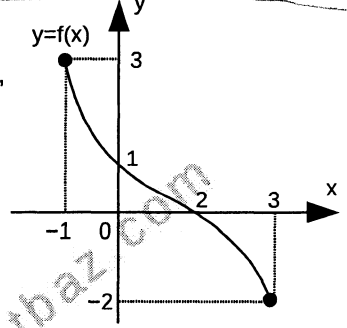


- 4) $f: [4, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$
 $f: x \rightarrow$ "taralı alanların cebirsel toplamı" olarak tanımlanıyor. $f(x)$ fonksiyonunun x türünden eşiti nedir?



$f(x) = \frac{(6-4) \cdot \frac{2}{3}}{2} - \frac{|x-6| \cdot f(x)}{2}$
 $f(x) = \frac{2}{3} - \frac{|x-6| \cdot f(x)}{2}$
 Bu şağı alanı arttırıcı ettiyi yapar. Fakat $x > 6$ için $f(x)$ şağı alanın y -kselliği negatif olur. $x > 6$ için $f(x)$ negatif olacak ve bu eksiyi + yaparak alanların toplamını sağlayacaktır.

- 5) Şekilde verilen $y=f(x)$ in grafiğine göre,



$f(-1 + f(4 + f(6x-15))) = 3$ denklemini çözünüz?

Tersten gidelim. $f(-1) = 3$ olduğundan

$f(-1 + f(4 + f(6x-15))) = 3$ ifadesinde

$-1 + f(4 + f(6x-15)) = -1$ olmalıdır.

$f(4 + f(6x-15)) = 0$ için de $f(2) = 0$ olduğundan

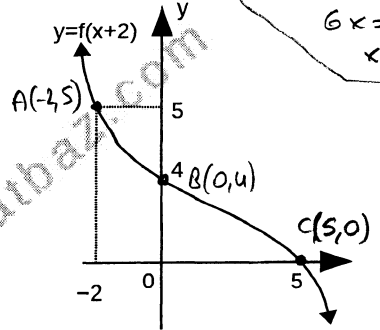
$4 + f(6x-15) = 2$ olmalı.

$f(6x-15) = -2$ için de $f(3) = -2$ olduğundan

$6x-15 = 3$ olmalı.
 $6x = 18$
 $x = 3$

- 6) Şekilde verilen grafiğe göre, $\frac{f(7)+f(2)}{f(0)}$ kesirinin değeri kaçtır?

$\frac{0+4}{5} = \frac{4}{5}$



$A(-2, 5)$ için $x=-2$ dersek $f(-2+2) = 5$
 $f(0) = 5$

$B(0, 4)$ için $x=0$ dersek $f(0+2) = 4$
 $f(2) = 4$

$C(5, 0)$ için $x=5$ dersek $f(5+2) = 0$
 $f(7) = 0$