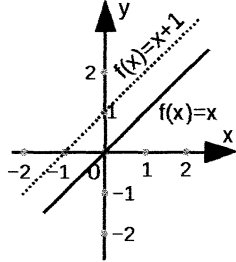


FONKSİYONLAR BÖLÜM 14
FONKSİYONLARDA ÖTELEME VE SİMETRİ

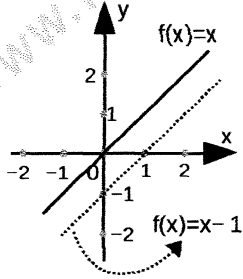
FONKSİYONLARDA ÖTELEME

1. Y EKSENİNDE ÖTELEMELER

a) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x)+k$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y ekseninde k birim yukarı yönde ötelenir. Burada (x,y) noktası yerine $(x,y+k)$ noktası gelmiştir.

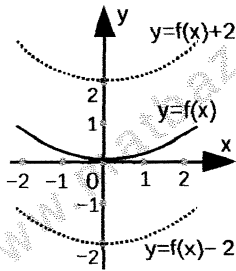


b) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x)-k$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y ekseninde k birim aşağı yönde ötelenir. Burada (x,y) noktası yerine $(x,y-k)$ noktası gelmiştir.



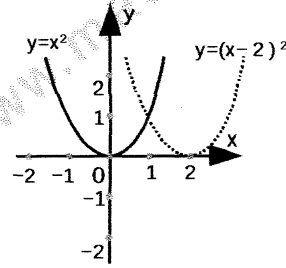
Örnek...1 :

Şekilde $y=f(x)$ fonksiyonu y ekseninde 2 şer birim yukarı ve aşağıya kaydırılmıştır.

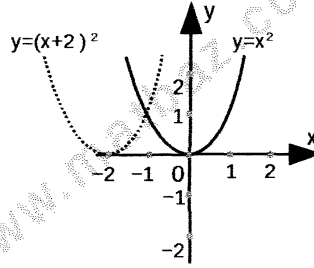


2. X EKSENİNDE ÖTELEMELER

a) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x-k)$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_x ekseninde k birim sağ yönde ötelenir. Burada (x,y) noktası yerine $(x+k,y)$ noktası gelmiştir.



b) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x+k)$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_x ekseninde k birim sol yönde ötelenir. Burada (x,y) noktası yerine $(x-k,y)$ noktası gelmiştir.



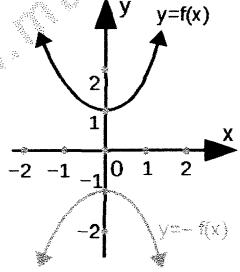
EKSENLERE GÖRE SİMETRİ

1. X EKSENİNE GÖRE SİMETRİ

$y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $y=-f(x)$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y eksenine göre simetriği alınır. Burada (x,y) noktası yerine $(x,-y)$ noktası gelmiştir.

NOT

$y=f(x)$ kuralı ile verilirse x 'e göre simetriği için $f(x)$ 'in kuralını "-" ile çarpmalıyız.

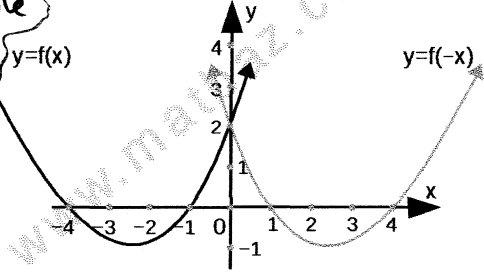


2. Y EKSENİNE GÖRE SİMETRİ

$y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $y=f(-x)$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y eksenine göre simetriği alınır. Burada (x,y) noktası yerine $(-x,y)$ noktası gelmiştir.

NOT

$y=f(x)$ kuralı ile verilirse y 'ye göre simetriği için x yerine $-x$ yazılır. $y=f(-x)$ 'in kuralını alınız.

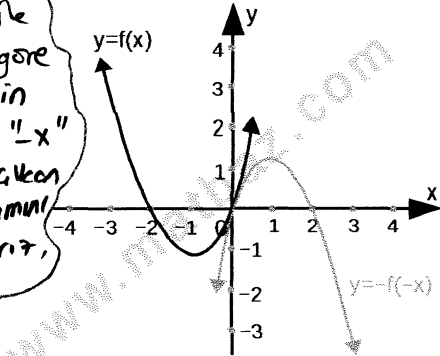


3. ORJİNE GÖRE SİMETRİ

$y=-f(-x)$ fonksiyonu $y=f(x)$ fonksiyonunun orjine göre simetriği alınarak çizilir. Burada (x,y) noktası yerine $(-x,-y)$ noktası gelmiştir.

NOT

$y=f(x)$ kuralı ile verilirse orjine göre simetriği için önce x yerine $-x$ yazılır sonra çıkan kuralında tamamını "-" ile çarpılır. $y=-f(-x)$



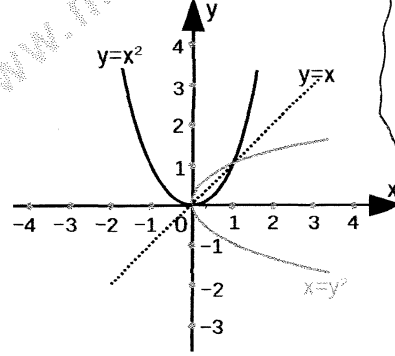
AÇIORTAYLARA GÖRE SİMETRİ

1. Y=X E GÖRE SİMETRİ

$y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $x=f(y)$ bağıntısını çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği $y=x$ doğrusuna göre simetriği alınır. Burada (x,y) noktası yerine (y,x) noktası gelmiştir. Birbirinin tersi olan fonksiyonlar $y=x$ e göre simetriktir.

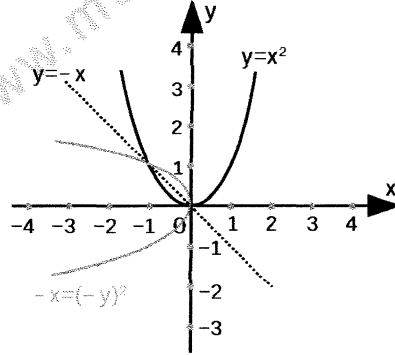
NOT

$y=f(x)$ ile verilirse $y=f(x)$ göre simetriği için $x=f(y)$ alınır. Sonra y yalnız bırakılarak yeni bağıntı kuralı bulunur. Aynı zamanda $f^{-1}(x)$ ile aynıdır. Yani baştan çıkarak tersini de bulabilirsiniz.



2. Y=-X E GÖRE SİMETRİ

$y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $-x=f(-y)$ bağıntısını çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği $y=-x$ doğrusuna göre simetriği alınır. Burada (x,y) noktası yerine $(-y,-x)$ noktası gelmiştir.

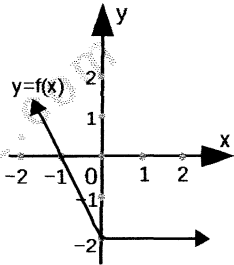


NOT

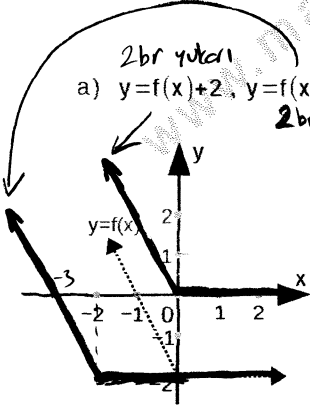
$y=f(x)$ kuralıyla verilirse $y=-x$ 'e göre simetriğini almak için y yerine $-x$, x yerine de $-y$ yazılır. Sonra $-x=f(-y)$ ifadesinde y yalnız bırakılır (yani fonksiyonun tersi alınır) (uygun tanım aralıklarında fonk dallara ayrılabilir)

Örnek...2 :

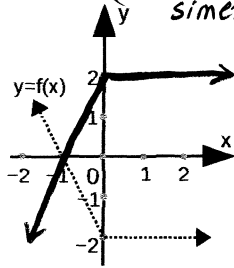
$y=f(x)$ veriliyor.
Buna göre, şıklarda
verilen bağıntıların
grafiklerini çiziniz?



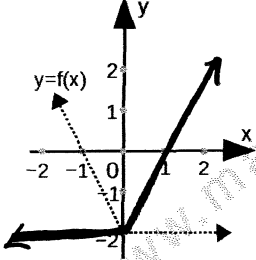
a) $y=f(x)+2$, $y=f(x+2)$
2br yukarı
2br sola



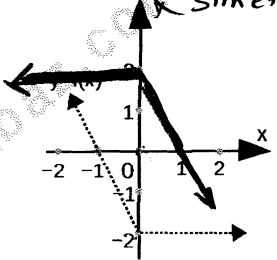
b) $y=-f(x)$
(x'e göre simetri)



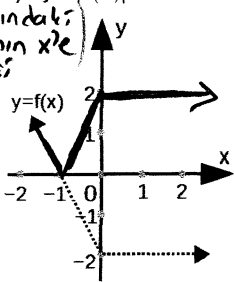
c) $y=f(-x)$
(y'ye göre simetri)



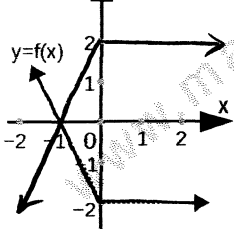
d) $y=-f(-x)$
(orjine göre simetri)



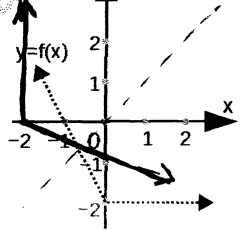
e) $y=|f(x)|$
(x eksenini altındaki
negatif kısmın x'e
göre simetrisi
alınır.)



g) $|y|=|f(x)|$
(x eksenine göre simetrisi
alınır orijinaliyle birlikte
çizilir.)

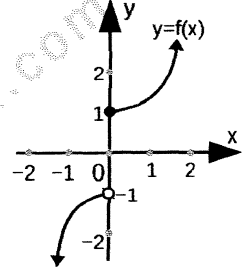
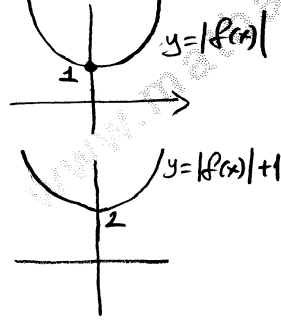


h) $x=f(y)$
(tersi, y=x'e göre
simetrisi)



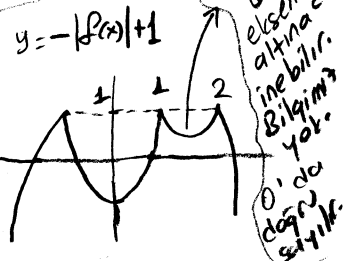
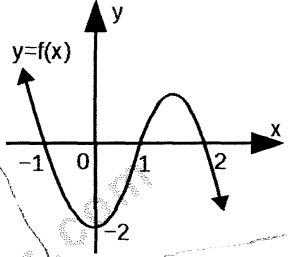
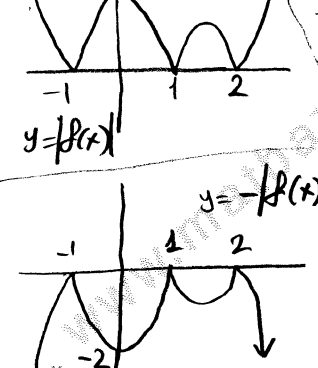
Örnek...3 :

$y=f(x)$ veriliyor .
 $y=|f(x)|+1$ bağıntısının
grafliğini çiziniz.



Örnek...4 :

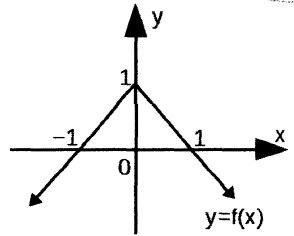
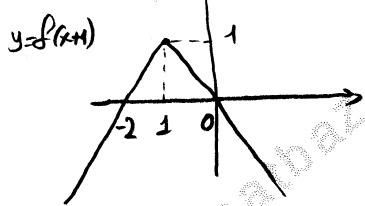
$y=f(x)$ veriliyor.
 $y=-|f(x)|+1$
bağıntısının grafiğini
çiziniz.



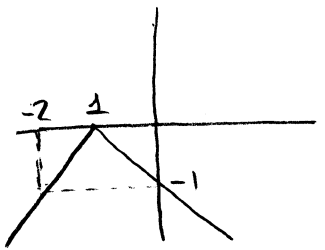
NOT
Burada bu
boyu belli
değil.
eksenini
altına da
inebilir.
Bilginiz
yok.
0' da
dışarı
gidebilir.

Örnek...5 :

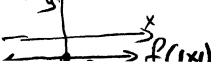
$y=x$ veriliyor.
 $y=f(x+1)-1$ grafiğini
çiziniz?



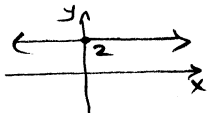
$y=f(x+1)-1$



Önce $f(|x|)$ alınır.
Bu da x'in pozitif
tarafındaki grafiğin
y'ye göre simetrisidir.



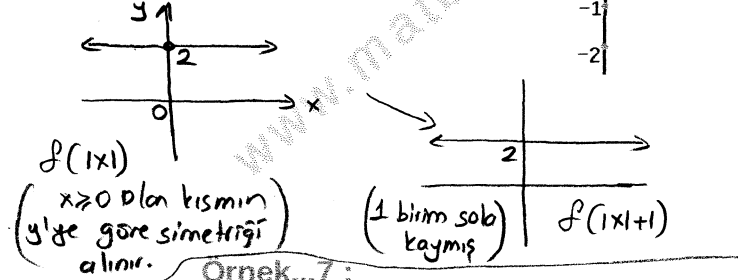
Sonra bunun mutlak
değeri için y'nin altında
kalın grafiğin y'ye
göre simetrisi alınarak
 $y=|f(|x|)|$ bulunur.



Örnek...6 :

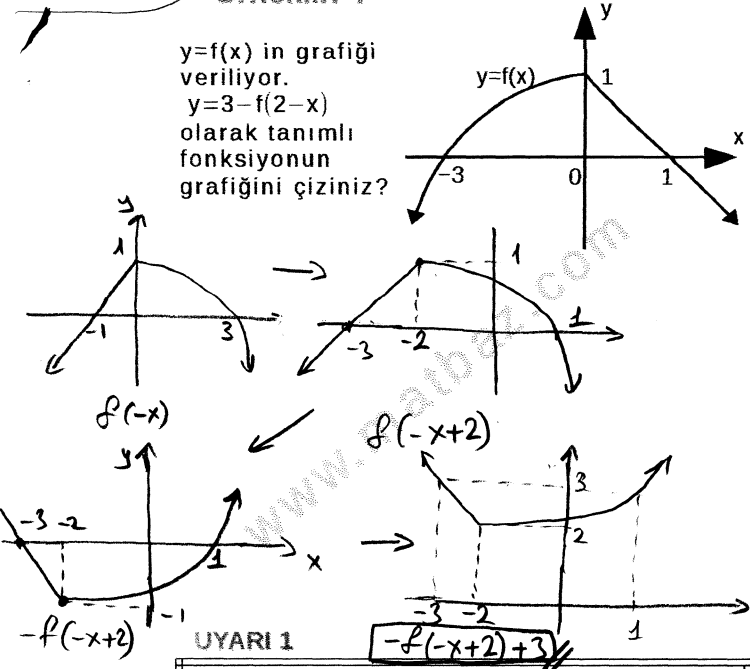
$y=f(x)$ in grafiği veriliyor.
 $y=f(|x|+1)$ olarak tanımlı
fonksiyonun grafiğini
çiziniz?

Adım adım çizelim



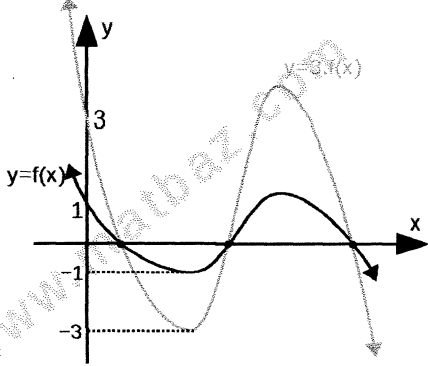
Örnek...7 :

$y=f(x)$ in grafiği
veriliyor.
 $y=3-f(2-x)$
olarak tanımlı
fonksiyonun
grafiğini çiziniz?

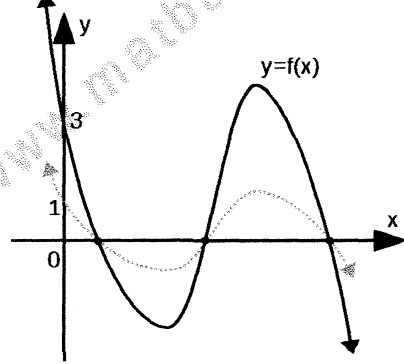


UYARI 1

$y=f(x)$ verildiğinde $a>1$ koşuluyla verilen
 $y=a.f(x)$ fonksiyonu $y=f(x)$ fonksiyonunun
dikey gerilmiş (uzatılmış)ıdır. Şekli
inceleyiniz.

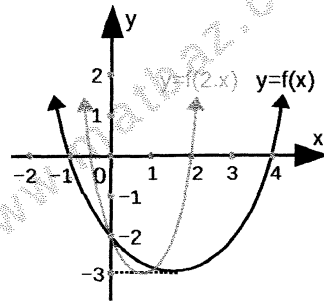


Aynı mantıkla $0<a<1$ ise $y=f(x)$ in
bastırılmışı elde edilir.
Örneğin, $y=f(x)$ in grafiğinden
yararlanarak $y=\frac{1}{3}.f(x)$ in grafiğini
çizelim.

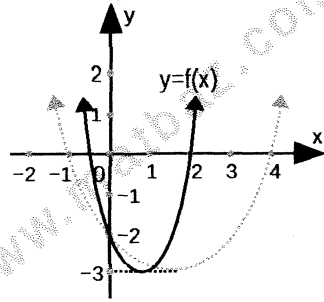


UYARI 2

$y=f(x)$ verildiğinde $a>1$ koşuluyla verilen
 $y=f(a.x)$ fonksiyonu $y=f(x)$ fonksiyonunun
yatayda sıkıştırılmışıdır. Şekli
inceleyiniz.

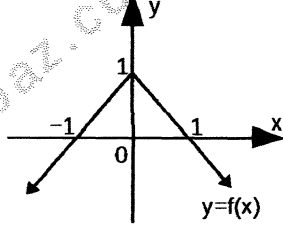


Aynı mantıkla $0<a<1$ ise $y=f(a.x)$
fonksiyonu $y=f(x)$ fonksiyonunun yatayda
gerilmiş (uzatılmış)ı elde edilir.
Örneğin, $y=f(x)$ in grafiğinden
yararlanarak $y=f(\frac{1}{2}.x)$ in grafiğini
çizelim.



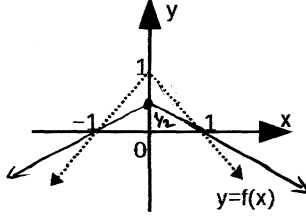
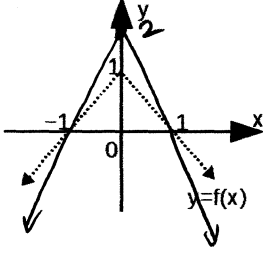
Örnek...8 :

$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor. Buna göre, şıklarda verilen fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.



a) $y=2f(x)$

b) $y=\frac{f(x)}{2}$



c) $y=f(2x)$

d) $y=f(\frac{x}{2})$

