

FONKSİYONLAR BÖLÜM 12

MUTLAK DEĞER FONKSİYONU

$|f(x)| = \begin{cases} f(x) , & f(x) \geq 0 \text{ ise} \\ -f(x) , & f(x) < 0 \text{ ise} \end{cases}$
biçiminde tanımlanmış $y = |f(x)|$ fonksiyonuna $f(x)$ fonksiyonun mutlak değer fonksiyonu denir. Mutlak değerli ifadelerde mutlak değerini içini sıfır yapan değerlere kritik nokta denir. Her mutlak değerli ifade kritik noktasına göre parçalı fonksiyon olarak yazılabilir.

Örnek...1 :

$f(x) = |x^2 + 1| + |2 - 7x| + x - 5$
fonksiyonu için $f(2) = ?$

$$f(2) = |2^2 + 1| + |2 - 7 \cdot 2| + 2 - 5$$

$$f(2) = 5 + 12 + 2 - 5 = 14 //$$

Örnek...2 :

$f(x) = |x + 5| - 7$ ve $g(x) = |4 - x|$
fonksiyonları için $(g \circ f)(3) = ?$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(8) = |4 - 8| = |-4| = 4 //$$

Örnek...3 :

$y = f(x) = |x + 2|$
fonksiyonunu parçalı biçimde yazınız?

$x + 2 = 0$ için $x = -2$ kritik noktadır.

$$y = f(x) = \begin{cases} x + 2 , & x \geq -2 \\ -x - 2 , & x < -2 \end{cases}$$

Örnek...4 :

$f(x) = |x + 5| + |x - 4|$
fonksiyonu parçalı biçimde yazınız?

$$x + 5 = 0$$

$$x = -5$$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 + x - 4 , & 4 \leq x \\ x + 5 - x + 4 , & -5 \leq x < 4 \\ -x - 5 - x + 4 , & x < -5 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 , & x \geq 4 \\ 9 , & -5 \leq x < 4 \\ -2x - 1 , & x < -5 \end{cases} //$$

Örnek...5 :

$$f(x) = |x + 2| - |6 - x|$$

fonksiyonu hangi x değerleri için sabit fonksiyon olur?

$$\begin{array}{|l|l|l|} \hline f(x) = (-x - 2) - (6 - x) & f(x) = (x + 2) - (6 - x) & f(x) = (x + 2) - [- (6 - x)] \\ \hline f(x) = -x - 2 - 6 + x & f(x) = x + 2 - 6 + x & f(x) = x + 2 + 6 - x \\ \hline f(x) = -8 & f(x) = 2x - 4 & f(x) = 8 \end{array}$$

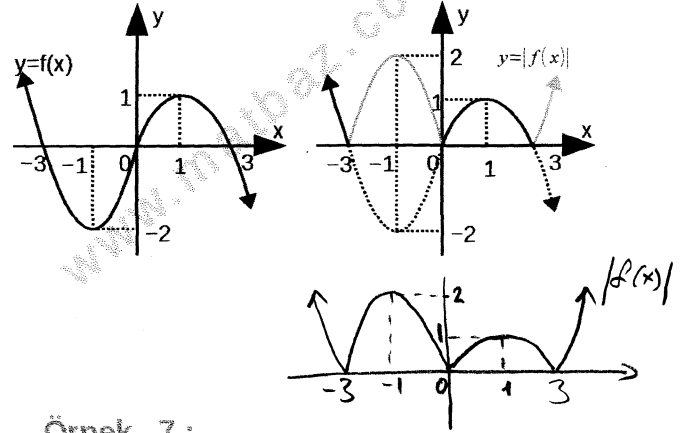
$$x \in (-\infty, -2) \cup (6, \infty) \text{ veya } x \in \mathbb{R} - [-2, 6] //$$

NOT

$y = f(x)$ verildiğinde $y = |f(x)|$ fonksiyonunu çizmek için $y = f(x)$ in grafiğinde x ekseninin altında kalan parçaların x eksenine göre simetriğini alırsınız. Aşağıdaki 2 örneği inceleyiniz.

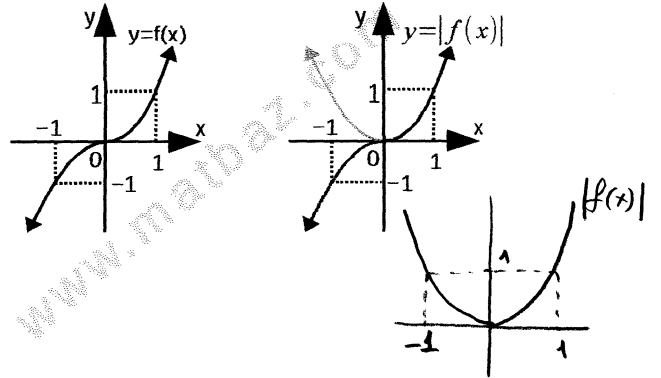
Örnek...6 :

$y = f(x)$ grafiği aşağıdaki gibi olan fonksiyon için $y = |f(x)|$ grafiği çizilmiştir inceleyiniz.



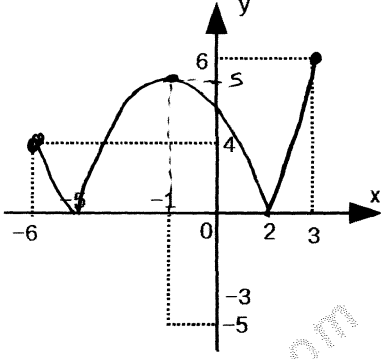
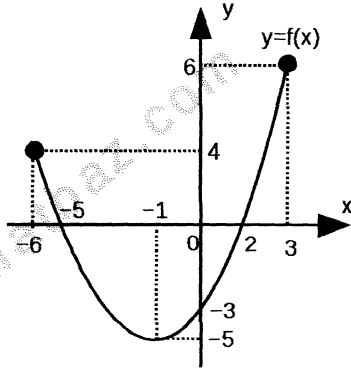
Örnek...7 :

$y = f(x)$ grafiği aşağıdaki gibi olan fonksiyonları için $y = |f(x)|$ grafiği çizilmiştir inceleyiniz.



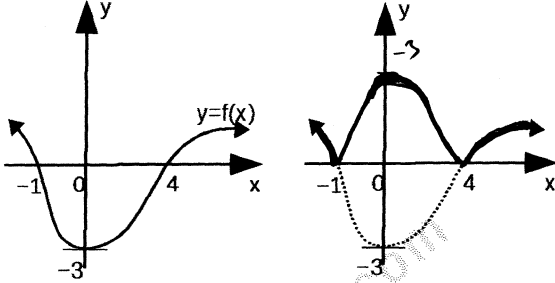
Örnek...8 :

$y=f(x)$ veriliyor.
Buna göre
 $y=|f(x)|$
fonksiyonunu
çiziniz.



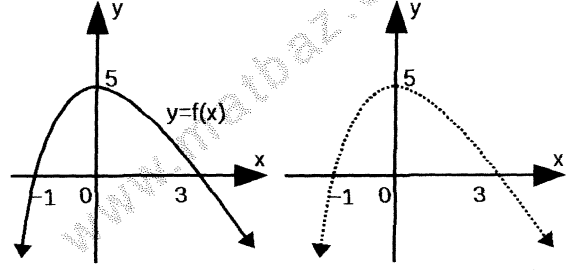
Örnek...9 :

$y=f(x)$ in grafiği solda veriliyor. Buna göre
 $y=|f(x)|$ fonksiyonunun grafiğini sağa çiziniz.



Örnek...10 :

$y=f(x)$ in grafiği solda veriliyor. $g(x)=\frac{|f(x)|+f(x)}{2}$
fonksiyonunun grafiğini sağa çiziniz.

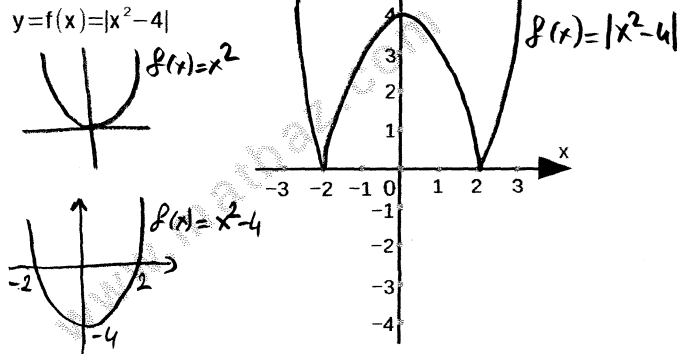


$$f(x) \geq 0 \text{ için} \\ g(x) = \frac{f(x) + f(x)}{2} = f(x)$$

$$f(x) < 0 \\ g(x) = \frac{-f(x) + f(x)}{2} = 0$$

Örnek...11 :

Mutlak değerli fonksiyonların grafiklerini
çiziniz?



$$y=f(x)=\frac{|x|}{x}$$

$x > 0$ için

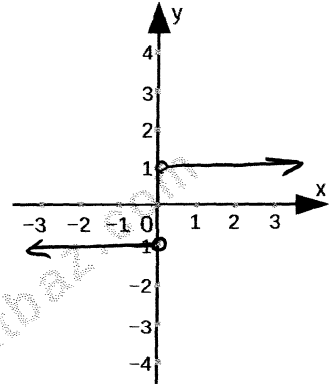
$$y=f(x)=\frac{x}{x}=1$$

$x < 0$ için

$$y=f(x)=\frac{-x}{x}=-1$$

$x=0$ için

tanım dışı



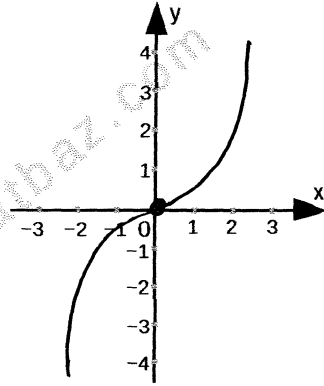
$$y=f(x)=|x|.x$$

$x \geq 0$ için

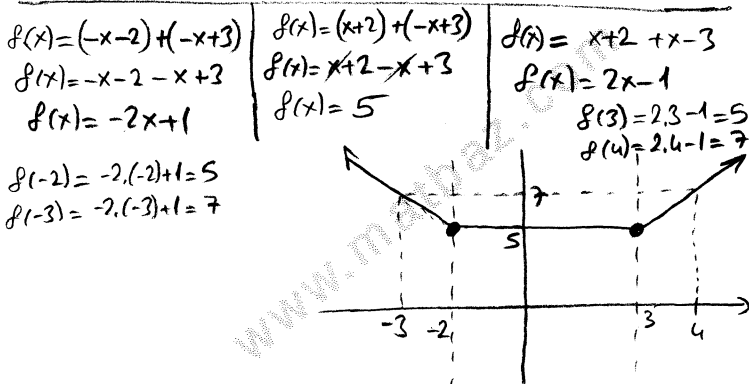
$$y=f(x)=x.x=x^2$$

$x < 0$ için

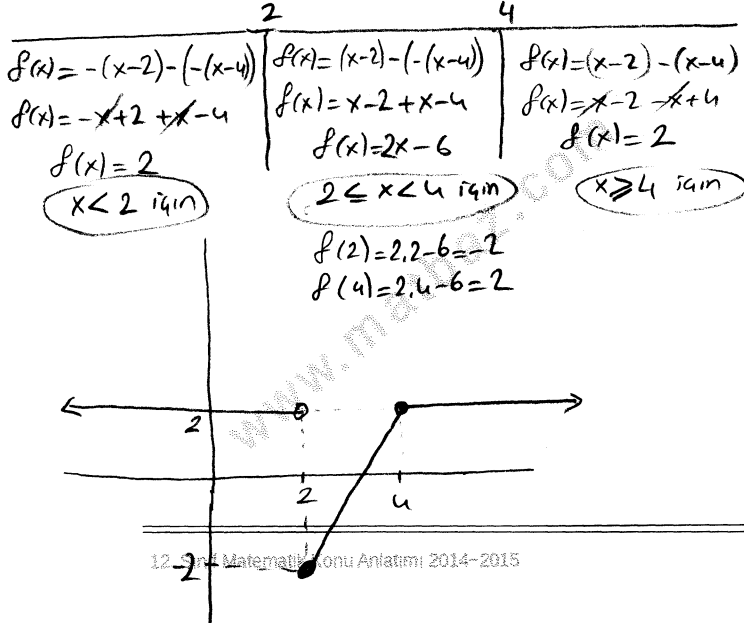
$$y=f(x)=(-x).x=-x^2$$



Örnek...12 : $x=-2$ $x=3$
 $y=f(x)=|x+2|+|x-3|$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



Örnek...13 : $x=2$ $x=4$
 $y=f(x)=|x-2|-|x-4|$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



Örnek...14 :

$y=f(x)=|x+3|-5$
fonksiyonun ile 3. bölgede eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

$$f(x)=\begin{cases} x-2, & x \geq -3 \\ -x-8, & x < -3 \end{cases}$$

C noktasının ordinatı
y-keskinlik olur. Bulalım.

$$x-2=-x-8$$

$$2x=-6$$

$$x=-3$$

$$y=x-2 \text{ den}$$

$$y=-3-2$$

$$y=-5$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

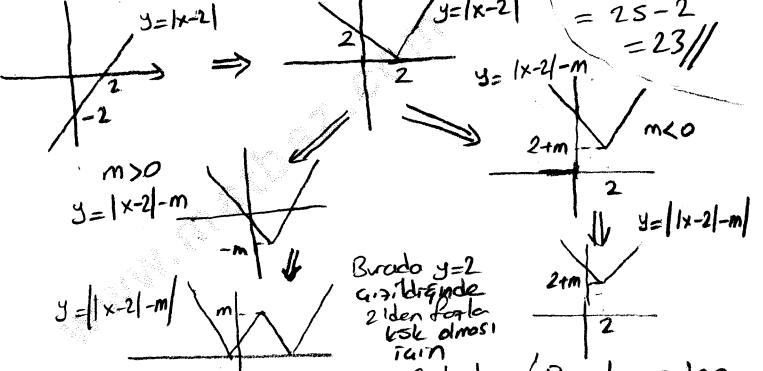
$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

$$h=5 \text{ dir.}$$

Örnek...15 : $A(\triangle ABC) - A(\triangle BOD) = \frac{|AB|.h}{2} - \frac{|OB|.pD}{2}$

$y=f(x)=|x-2|-m$ ile $y=2$ fonksiyonu 2 den fazla noktada kesişiyorsa m kaçtır?

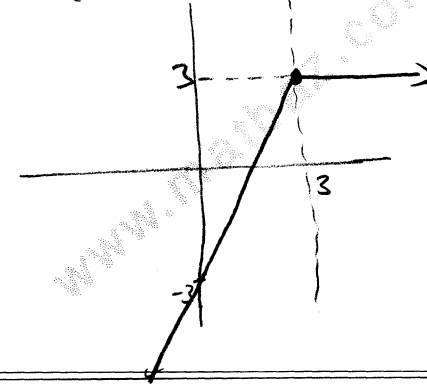


Örnek...16 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $y=f(x)=x-\sqrt{x^2-6x+9}$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz?

$$f(x)=x-\sqrt{(x-3)^2}=x-|x-3|$$

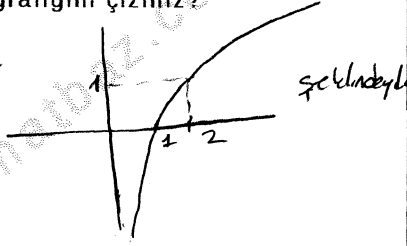
$$f(x)=\begin{cases} x-x+3=3, & x \geq 3 \\ x+x-3=2x-3, & x < 3 \end{cases}$$



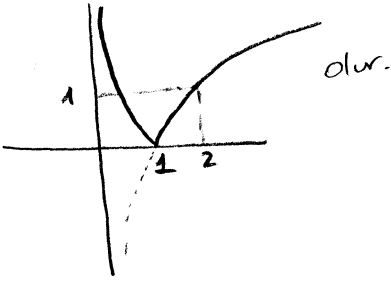
Örnek...17 :

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ $y=f(x)=|\log_2 x|$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz?

$y=\log_2 x$ ın grafiği



$y=|\log_2 x|$ ise



Örnek...18 :

$y=f(x)=x^2-mx+3$
fonksiyonunun grafiği kırılmasız (köşelere sahip değilse) ise m hangi aralıktadır?

Kırılmasız ise bu parabol x ekseninin altına hiç geçmiyor demektir. örnekte böyle olsaydı

Özaman demek ki bu x^2-mx+3 parabolü daima pozitif ki görüntüler hep x ekseninin üzerinde kalıyor.

Daima pozitif olma şartı

① x^2 'nin katsayısı pozitif olmalı. (Burda pozitif)

② x^2-mx+3 ın kökü olmayacağı. ($\Delta < 0$)

$$\Delta = (-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 < 0$$

$$m^2 - 12 < 0$$

$$m^2 < 12$$

$$-2\sqrt{3} < m < 2\sqrt{3} \text{ ise } \mathcal{K} = (-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}) //$$

Örnek...19 :

$y=f(x)=\sqrt{2-|x-a|}$
fonksiyonunun en geniş tanım kümesi $[c,9]$ ise a.c kaçtır?

demek ki $[c,9]$ aralığında sadece $2-|x-a| \geq 0$ durur. Buradan

$$2 \geq |x-a| \text{ olur.}$$

$$|x-a| \leq 2 \text{ ise}$$

$$-2 \leq x-a \leq 2$$

$$-2+a \leq x \leq 2+a$$

$$[-2+a, 2+a] = [c,9] \text{ olmalı.}$$

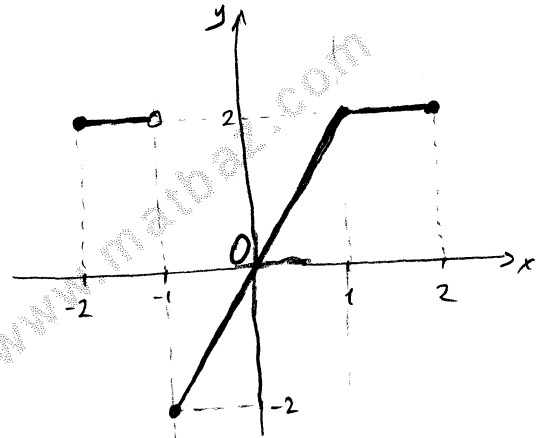
$$\begin{aligned} 2+a &= 9 \\ a &= 7 \\ -2+a &= c \\ -2+7 &= c \\ c &= 5 \end{aligned}$$

$$a, c = 7, 5 = 35 //$$

Örnek...20 :

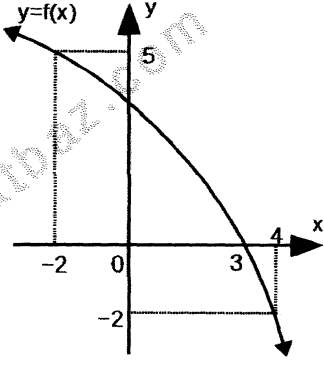
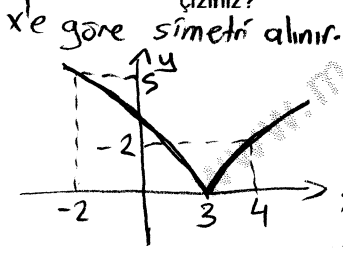
$f: [-2,2] \rightarrow \mathbb{R}$ $y=f(x)=|1+x|-|x-1|$
fonksiyonun grafiği ile x eksenini arasında kalan bölgenin çevresi kaç birimdir?

$x < -1$ için $f(x) = -(1+x) - (-(x-1))$ $f(x) = -1-x+x-1$ $f(x) = -2$	$-1 \leq x < 1$ için $f(x) = (1+x) - (-(x-1))$ $f(x) = 1+x+x-1$ $f(x) = 2x$	$x \geq 1$ için $f(x) = (1+x) - (x-1)$ $f(x) = 1+x-x+1 = 2$ $f(x) = 2$
---	--	---

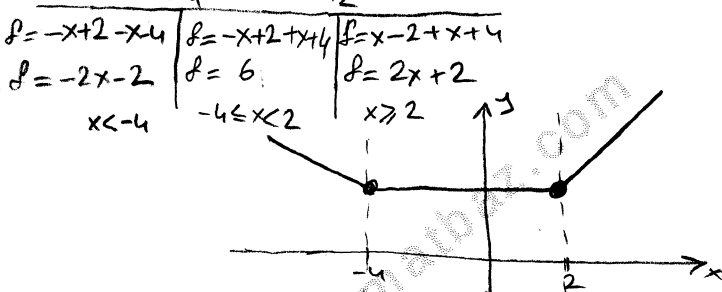


DEĞERLENDİRME

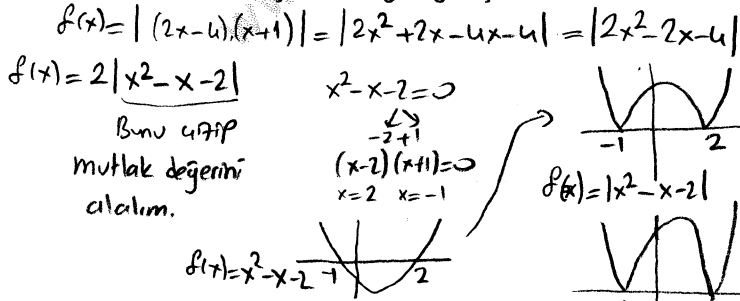
- 1) $y=f(x)$ veriliyor.
Buna göre
 $y=|f(x)|$
fonksiyonunu
çiziniz?



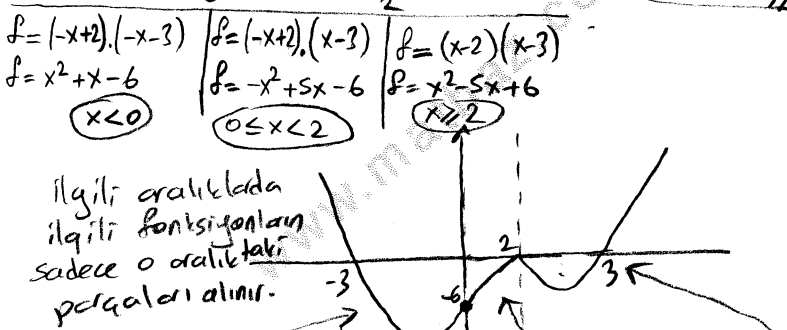
- 2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $y=f(x)=|x-2|+|x+4|$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



- 3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $y=f(x)=|2x-4| \cdot |x+1|$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz?

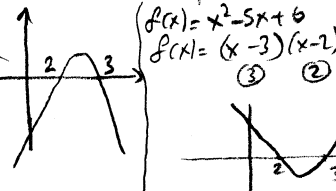


- 4) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $y=f(x)=|x-2| \cdot (|x|-3)$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



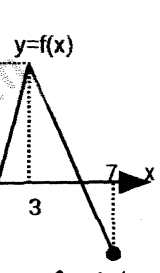
12. Sınıf Matematik Konu Anlatımı 2014-2015

$f(x) = x^2+x-6 = (x+3)(x-2)$
 $f(x) = -x^2+5x-6 = -(x^2-5x+6) = -(x-2)(x-3)$
 $f(x) = -(x-3)(x-2)$

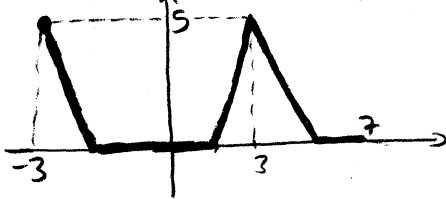


- 5) Grafiği verilen
 $y=f(x)$ fonksiyonu
için
 $g(x) = \frac{|f(x)|+f(x)}{2}$
in grafiğini
çiziniz?

$f(x) > 0$ için $y=f(x)$ fonksiyonu
gösteren sıfır veya pozitif
olduğu yerlerde
 $g(x) = \frac{f(x)+f(x)}{2} = \frac{2f(x)}{2} = f(x)$
yani fonksiyon $f(x)$ ile
aynı, değişmez.

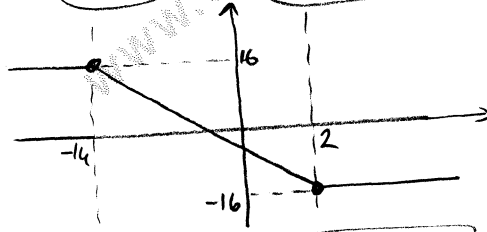


$f(x) < 0$ için
yani gösteren negatif
olduğu yerlerde
 $g(x) = \frac{-f(x)+f(x)}{2} = \frac{0}{2} = 0$
 $g(x) = 0$ yani sabit fonk



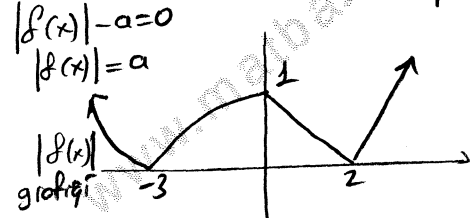
- 6) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $y=f(x)=|x-2|-|x+14|$ fonksiyonun
alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

$f(x) = (-x+2)-(-x-14)$ $f(x) = (-x+2)-(x+14)$ $f(x) = (x-2)-(x+14)$
 $f(x) = -x+2+x+14$ $f(x) = -x+2-x-14$ $f(x) = x-2-x-14$
 $f(x) = 16$ $f(x) = -2x-12$ $f(x) = -16$
 $x < -14$ $-14 \leq x < 2$ $x \geq 2$



Şekilden de gördüğümüz
gibi fonksiyonun
alabileceği değerler
-16 ile +16 arasında
değişir. $[-16, 16]$
33 farklı tamsayı
değeri vardır.

- 7) Şekilde $y=f(x)$
fonksiyonunun
grafiği veriliyor.
 $|f(x)|-a=0$
denkleminin iki
kökü varsa a 'nın
en geniş seçim
aralığını
bulunuz?



$|f(x)| = a$ demek
 $y=|f(x)|$ ile $y=a$ 'nın
kesişimi demektir.
İki kesim ver demek
iki noktada kesişiyor
demektir.
oda ancak $y=a=0$
doğrusu olursa

a 'nın aralığı
 $(1, \infty) \cup \{0\}$

