

Örnek...6 :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - a & x > 1 \\ x + c & x \leq 1 \end{cases}$$

fonksiyonun grafiğinde bir parçanın bittiği noktadan diğer parça başlıyorsa $a+c$ kaçtır?

$x=1$ için $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

$$1^2 - a = 1 + c \Rightarrow a + c = 0$$

Örnek...7 :

$$f(x) = \begin{cases} 2x+2 & x \leq 0 \\ 1-2x & x > 0 \end{cases}$$

fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz?

$$x \leq 0 \Rightarrow 2x \leq 0 \quad 2x+2 \leq 2$$

$$f((-\infty, 0]) = (-\infty, 2] \rightarrow \text{üst parçanın görüntüsü}$$

$$x > 0 \Rightarrow -2x < 0 \quad 1-2x < 1$$

$$f((0, \infty)) = (-\infty, 1) \rightarrow \text{alt parçanın görüntüsü}$$

$$(-\infty, 2] \cup (-\infty, 1) = (-\infty, 2]$$

Örnek...8 :

$$f(x) = \begin{cases} 2x-3 & x > 4 \\ x+1 & x \leq 4 \end{cases} \rightarrow (x+1) \text{ dağak}$$

biçiminde tanımlanan f fonksiyonunun $f^{-1}(x)$ tersinin kuralını bulunuz.

$$x > 4 \Rightarrow 2x > 8 \quad 2x-3 > 5$$

$$x \leq 4 \Rightarrow x+1 \leq 5 \quad \leftarrow \text{tersten tanımlanıyor}$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{2} & x > 5 \\ x-1 & x \leq 5 \end{cases}$$

Burada $f(x) = 2x-3$ $(4, \infty) \rightarrow (5, \infty)$ ve $f(x) = x+1$ $(-\infty, 4] \rightarrow (-\infty, 5]$ olduğundan bu kısımlar yer değiştiriyor!!!

Örnek...9 :

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & x > 3 \\ 2x-1 & x \leq 3 \end{cases} \text{ ve } g(x) = \begin{cases} x^2+2x & x > 1 \\ 4-3x & x \leq 1 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan f ve g fonksiyonları için $(f+g)(x) = ?$

	$-\infty$	1	3	$+\infty$
f	$2x-1$	$2x-1$	$-x+2$	
g	$4-3x$	x^2+2x	x^2+2x	
$f+g$	$-x+3$	x^2+4x-1	x^2+x+2	

Kritik Nokta her iki ifadede ortak olan birinde bile yoksa okunmaz

$$f+g = \begin{cases} -x+3 & x \leq 1 \\ x^2+4x-1 & 1 < x \leq 3 \\ x^2+x+2 & x > 3 \end{cases}$$

Örnek...10 :

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases} \text{ ve } g(x) = \begin{cases} 3x-2 & x < 0 \\ x-1 & x \geq 0 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor. Buna göre $(f \circ g)(x) = ?$

x	$-\infty$	0	1
f	$2x$	$2x$	x^2
g	$3x-2$	$x-1$	$x-1$
$f \circ g$	$6x^2-4x$	$2x^2-2x$	x^3-x^2

$$f \circ g = \begin{cases} 6x^2-4x & x < 0 \\ 2x^2-2x & 0 \leq x \leq 1 \\ x^3-x^2 & x > 1 \end{cases}$$

Örnek...11 :

$$g(x) = \begin{cases} 3x-4 & x < 2 \\ 2x+3 & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. $g(x-3)$ fonksiyonunun kuralını bulunuz

$$g(x-3) = \begin{cases} 3(x-3)-4 & x-3 < 2 \\ 2(x-3)+3 & x-3 \geq 2 \end{cases}$$

$$g(x-3) = \begin{cases} 3x-13 & x < 5 \\ 2x-3 & x \geq 5 \end{cases}$$

Örnek...12 :

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - \cos x & \frac{\pi}{4} < x \leq \pi \\ \tan x & 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

fonksiyonu için $f([0, \pi]) = ?$

$$x \in [0, \frac{\pi}{4}) \Rightarrow f(x) = \tan x \in [0, 1) \quad \text{tan } 45^\circ$$

$$x \in (\frac{\pi}{4}, \pi] \Rightarrow f(x) = \sin x - \cos x \in (0, \sqrt{2}]$$

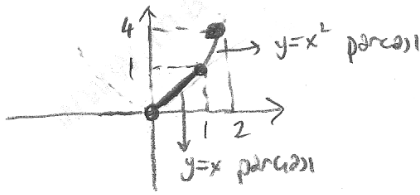
Not Bu aralıkta $\sin x > \cos x$ ve $x = 135^\circ$ için $f(x) = \sqrt{2}$ maksimumudur. minimum değer $x = \frac{\pi}{4}$ olduğu için 0 olacaktır.

$$f([0, \pi]) = [0, \sqrt{2}]$$

Örnek...13 :

$f(x) = \max(x^2, x)$ ise $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz

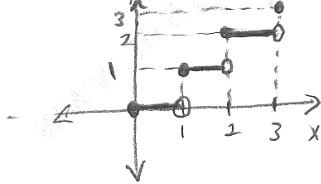
$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq 1 & \quad f(x) = x & \begin{cases} 0 \text{ ve } 1 \text{ için fark etmez} \\ (0, 1) \text{ aralığında } x < x^2 \\ \text{den büyüktür !!} \end{cases} \\ 1 < x \leq 2 & \quad f(x) = x^2 \end{aligned}$$



Örnek...14 :

n bir tamsayı olmak üzere, $f(x) = n, n \leq x < n+1$ ise $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

$$\begin{aligned} n=0 & \Rightarrow f(x) = 0 & 0 \leq x < 1 \\ n=1 & \Rightarrow f(x) = 1 & 1 \leq x < 2 \\ n=2 & \Rightarrow f(x) = 2 & 2 \leq x < 3 \\ n=3 & \Rightarrow f(x) = 3 & x \leq 3 \end{aligned}$$

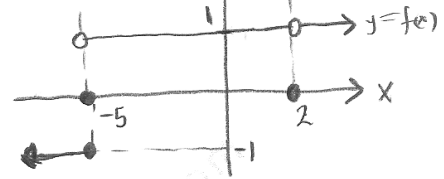
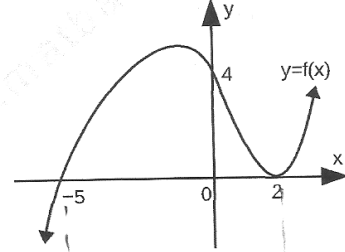


Örnek...15 :

$$\Omega(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

olarak tanımlanıyor.

Grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için $\Omega(f(x))$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



$$\Omega[f(x)] = \begin{cases} 0 & x = -5 \vee x = 2 \\ 1 & x \in (-5, 0) - \{2\} \\ -1 & x < -5 \end{cases}$$

YA DA

$$\begin{aligned} x & \text{ ekseninin üstündeki parçalar için } y=1 \\ x & \text{ " altındaki " " } y=-1 \\ x & \text{ " üstündeki " " } y=0 \end{aligned}$$

DEĞERLENDİRME

1) $f(x) = \begin{cases} 2x-2 & x \equiv 0 \pmod{3} \\ x+4 & x \equiv 1 \pmod{3} \\ x^2-1 & x \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$

ise $f(f(6)) = ?$

$6 \equiv 0 \pmod{3}$

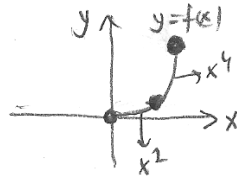
$f[f(6)] = f[2 \cdot 6 - 2] = f(10)$

$10 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow f(10) = 10 + 4 = 14$

2) $f(x) = \max(x^2, x^4)$ ise $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, 2]$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz?

$0 \leq x \leq 1 \quad x^2 > x^4$

$1 \leq x \leq 2 \quad x^4 > x^2$



3) $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < 7 \\ x+6 & x \geq 7 \end{cases}$

tersinin kuralını bulunuz?

$x < 7 \Rightarrow 2x < 14 \quad 2x-1 < 13$

$x \geq 7 \Rightarrow 2x \geq 14 \quad 2x-1 \geq 13$

$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & x < 13 \\ x-6 & x \geq 13 \end{cases}$

4) $f(x) = \begin{cases} 2x^2-x & x \leq 1 \\ x^2+4 & x > 1 \end{cases}$

$g(x) = \begin{cases} 3x-x^2 & x < 0 \\ 4x+2 & x \geq 0 \end{cases}$

fonsiyonları veriliyor. Buna göre $(f+g)(x) = ?$

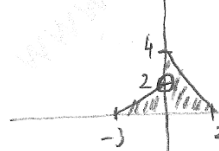
	$x < 0$	$0 \leq x \leq 1$	$x > 1$
f	$2x^2-x$	$2x^2-x$	x^2+4
g	$3x-x^2$	$4x+2$	$4x+2$
	x^2+2x	$2x^2+3x+2$	x^2+4x+6

5) Reel sayılarda $f(x) = \begin{cases} 4-2x & 0 < x \leq 2 \\ \frac{2}{3}x+2 & -3 < x < 0 \end{cases}$

biçiminde tanımlanan fonksiyon ile x ekseninde kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

$y = 4-2x$
 $x \mid 0 \mid 2$
 $y \mid 4 \mid 0$

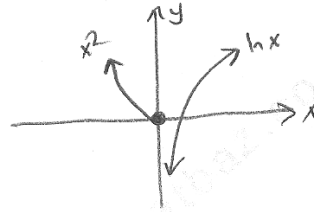
$y = \frac{2}{3}x+2$
 $x \mid 0 \mid -3$
 $y \mid 2 \mid 0$



$\frac{3 \cdot 2}{2} + \frac{4 \cdot 2}{2} = 3 + 4 = 7 \text{ br}^2$

6) $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ \ln x & x > 0 \end{cases}$

fonsiyonunun grafiğini çiziniz?



7) n bir tamsayı olmak üzere, $f(x) = nx, n-1 \leq x < n$ ise $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

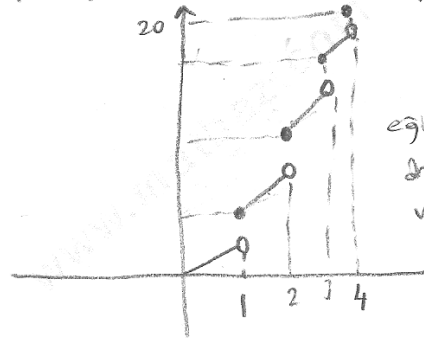
$n=1 \Rightarrow 0 \leq x < 1 \quad f(x) = x$

$n=2 \Rightarrow 1 \leq x < 2 \quad f(x) = 2x$

$n=3 \Rightarrow 2 \leq x < 3 \quad f(x) = 3x$

$n=4 \Rightarrow 3 \leq x < 4 \quad f(x) = 4x$

$n=5 \Rightarrow 4 \leq x < 5 \quad f(x) = 5x$ (yani 20'ye kadar)



eğimleri giderek
2'nin 4'üne doğru
ve en sonunda
(4,20) noktası

$$g(x+2) = \begin{cases} x+5 & x < 2 \\ 2x-1 & x \geq 2 \end{cases}$$

$$f_{\text{ag}}(x) = \begin{cases} 6x^2 + 11 & x < 4 \\ 12x - 37 & x \geq 4 \end{cases}$$

interior $\begin{matrix} - \\ + \end{matrix} \downarrow$ veya $\begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix} \downarrow$ veya $\begin{matrix} 0 \\ + \end{matrix} \downarrow$

Değerleriyle böyle bir sistin oluşturduğundan $G = \phi$

↓
bunu gizli eklem altına ve ustara
göre kollar verebilirsiniz!
(örnek 15)