

LİMİT SÜREKLİLİK BÖLÜM 6

 $\frac{\infty}{\infty}$ BİÇİMİNDEKİ BELİRSİZLİKLER

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$ veya $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$ oluyorsa $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır denir. $f(x)$ ve $g(x)$ birer polinom fonksiyon ise bu belirsizliği kaldırmak için pay ve payda en büyük dereceli terimin parantezine alınır.

Örnek...1: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{7x^2 - 241} = ?$ dereceler eşit olduğundan sonuç katsayıların oranıdır.

Daha genel olarak $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = ?$ biçiminde iki polinomun oranı varsa :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \begin{cases} 0, & \text{der } P(x) < \text{der } Q(x) \\ \infty, & \text{der } P(x) > \text{der } Q(x) \\ \text{başkatsayılar oranı,} & \text{der } P(x) = \text{der } Q(x) \end{cases}$$

Örnek...2: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x}{x^3 - 1} = ?$ $\text{der}(x^2) < \text{der}(x^3)$ olduğundan

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x}{x^3 - 1} = 0 //$$

Örnek...3: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 5x + 2}{7x^2 + 4} = ?$ $\text{der}(x^5) > \text{der}(x^2)$ olduğundan

Örnek...4: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x^2 - 5x + 8)^3}{(6x^3 + 7)^2} = ?$ en büyük terimleri incelemek yeterli

Örnek...5: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^7 - x^3 + 2}{9x^2 - 1} = ?$ $\text{der}(x^7) > \text{der}(x^2)$

Örnek...6: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^3}{x^2 - 5x + 1} = ?$ $\text{der}(x^3) > \text{der}(x^2)$ olduğundan

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^3}{x^2 - 5x + 1} = -\infty //$$

Örnek...7: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{kx^2 + mx + n}{(m-2)x + 4} = 5$ ise m kaçtır?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx + n}{(m-2)x + 4} = 5$$

$$\frac{m}{m-2} = 5$$

$$m = 5m - 10$$

$$10 = 4m \Rightarrow m = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} //$$

Örnek...8: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{2m-3} + 5}{x^{-m+4} + 2} = k \in \mathbb{R}$ ise m kaç doğal sayı

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{2m-3} + 5}{x^{-m+4} + 2} = k \in \mathbb{R}$$

değeri alabilir?

1. DURUM

der.leri eşit olmalı ki bir limit bulunabilsin.

$$2m-3 = -m+4$$

$$3m = 7$$

$$m = \frac{7}{3} \notin \mathbb{N}$$

$$\emptyset$$

2. DURUM

der.eler sıfır olabilir.

$$2m-3=0 \text{ ve } -m+4=0$$

$$m = \frac{3}{2} \quad m = 4$$

ikisini de sıfır yapan bir m EN

Yok.

$$\emptyset$$

3. DURUM

üstteki derece küçük olup limit sıfır olabilir.

$$2m-3 < -m+4$$

$$3m < 7$$

$$m < \frac{7}{3}$$

$$m = \{0, 1, 2\}$$

$$3 \text{ değer} //$$

Örnek...9: Şekilde $y=f^{-1}(x)$ fonksiyonun grafiği veriliyor. Buna göre,

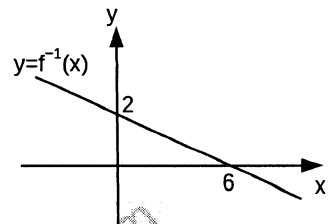
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = ?$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6-3x}{\frac{-x+6}{3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (-3x+6) \cdot \left(\frac{3}{-x+6} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-9x+18}{-x+6} \right) = \frac{-9}{-1} = 9 //$$



$$\frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 1$$

$$x+3y=6$$

$$y = \frac{-x+6}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-x+6}{3}$$

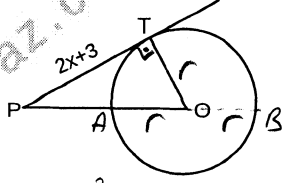
$$f(x) = 6-3x$$

LİMİT - 6

($\frac{\infty}{\infty}$ BELİRSİZLİĞİ)

Örnek...10 :

P noktasından çizilen teğet x yarıçaplı çembere T noktasında değmektedir.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|PT|}{|PO|} = ?$$

$$|PT|^2 = |PA| \cdot |PB|$$

$$|PT|^2 = (|PO| - r)(|PO| + r)$$

$$|PT|^2 = |PO|^2 - r^2$$

$$|PT| = \sqrt{|PO|^2 - r^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{|PT|^2 - r^2}}{|PT|}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|PT|}{|PT|} = 1 //$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + x^3 = \left[\frac{x \cdot (x+1)}{2} \right]^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + x^3 = \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$$

Örnek...11 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^x k^3}{\sum_{m=1}^x m^2} = ?$$

en b-yükte terimler hesaplanırsa

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{x^2}{2} \right)^2}{x \cdot \left(\frac{2x+1}{6} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^4}{4}}{\frac{x(2x+1)}{6}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^4}{4} \cdot \frac{6}{x(2x+1)} \right) = \frac{3}{4} //$$

f(x) veya g(x)den en az biri polinom fonksiyon değilse $x \rightarrow \pm\infty$
a) Köklü ifadelerde ifadeler benzediği parantez kuvvetleri ile değiştirilebilir. Örnek $x \rightarrow \pm\infty$ için

$$\sqrt{x^2 + 4x - 13} \sim \sqrt{x^2 + 4x + 4} = |x+2|$$

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4313} \sim \sqrt{x^2 + 4x + 4} = |x+2|$$

$$\sqrt{x^2 + 4x} \sim \sqrt{x^2 + 4x + 4} = |x+2|$$

Genel olarak

$$\sqrt{x^2 + mx + n} \sim \sqrt{\left(x + \frac{m}{2}\right)^2} = \left|x + \frac{m}{2}\right|$$

2. derece için en genel hal ise

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} \sim \sqrt{a} \left|x + \frac{b}{2a}\right| \quad (a > 0)$$

Örneğin; $\sqrt{4x^2 + 16x - 1} \sim 2 \cdot |x+2|$

Örnek...12 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 8x + 1}}{2x - 5} = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left|x + \frac{8}{2}\right|}{2x - 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 4}{2x - 5} = \frac{1}{2} //$$

Örnek...13 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 10x + 12345}}{\sqrt{x^2 - 10x - 6789345}} = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left|x + \frac{10}{2}\right|}{\left|x - \frac{10}{2}\right|} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 5}{x - 5} = \frac{1}{1} = 1 //$$

Örnek...14 :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 13}}{|8x - 3|} = ? \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left|x + \frac{1}{2}\right|}{|8x - 3|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - \frac{1}{2}}{-8x + 3} = \frac{-1}{-8} = \frac{1}{8} //$$

Örnek...15 :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 21} - \sqrt{4x^2 - 12x + 1}}{\sqrt{2x^2 - x}} = ? \quad \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{a} \left|x + \frac{b}{2a}\right|$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left|x + \frac{5}{2}\right| - \sqrt{4} \cdot \left|x - \frac{12}{2 \cdot 4}\right|}{\sqrt{2} \cdot \left|x - \frac{1}{2 \cdot 2}\right|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left|x + \frac{5}{2}\right| - 2 \left|x - \frac{3}{2}\right|}{\sqrt{2} \left|x - \frac{1}{4}\right|}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-x - \frac{5}{2} + 2x - 3}{\sqrt{2}x - \frac{\sqrt{2}}{4}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x - \frac{5}{2} - 3}{\sqrt{2}x - \frac{\sqrt{2}}{4}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} //$$

LİMİT - 6

($\frac{\infty}{\infty}$ BELİRSİZLİĞİ)

Örnek...16 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+3x+2}-4x}{x-2-\sqrt{x^2+11x}} = ? \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x+\frac{3}{2}| - 4x}{x-2 - |x+\frac{11}{2}|}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+\frac{3}{2}-4x}{x-2-\frac{11}{2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x+\frac{3}{2}}{-2-\frac{11}{2}} = +\infty //$$

pay'ın derecesi daha büyük olduğundan ($-\frac{\infty}{-\infty}$)

n. derece için en genel hal ise

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0} = \sqrt[n]{a_n} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \frac{a_{n-1}}{n \cdot a_n} \right)$$

Örnek...17 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-4x-44}}{\sqrt[3]{8x^3-x^2+4}} = ? \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x-2|}{\sqrt[3]{8} \cdot \left(x + \frac{-1}{3 \cdot 8} \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{2 \cdot \left(x - \frac{1}{24} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{2x - \frac{1}{12}} = \frac{1}{2} //$$

Örnek...18 :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{x^5-4x^4-44}}{\sqrt[3]{27x^3-x^2}} = ? \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{1} \left(x - \frac{4}{5 \cdot 1} \right)}{\sqrt[3]{27} \left(x - \frac{1}{3 \cdot 27} \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 \cdot \left(x - \frac{4}{5} \right)}{3 \left(x - \frac{1}{81} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \frac{4}{5}}{3x - \frac{1}{27}} = \frac{-\frac{1}{3}}{-3} = \frac{1}{3} //$$

Örnek...19 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^x (x+k)^2}{\sqrt[3]{8x^6-x^3+1234}} = ? \frac{14x^3 + \dots}{2x^2 \cdot \sqrt[3]{1 - \frac{1}{8x^3} + \frac{1234}{8x^6}}}$$

$$= \frac{\frac{7x^3}{3}}{2x^2 \cdot \sqrt[3]{1 + 0 + 0}} = \infty \text{ der } (x^3) \text{ der } (x^2)$$

$$\sqrt[3]{8x^6-x^3+1234} = \sqrt[3]{8x^6 \left(1 - \frac{1}{8x^3} + \frac{1234}{8x^6} \right)}$$

$$= 2x^2 \cdot \sqrt[3]{1 - \frac{1}{8x^3} + \frac{1234}{8x^6}}$$

12. Sınıf Matematik Konu Anlatımı 2014-2015

$$\sum_{k=1}^x (x+k)^2 = (x+1)^2 + (x+2)^2 + \dots + (x+x)^2$$

$$= (1^2+2^2+3^2+\dots+(2x)^2) - (1^2+2^2+3^2+\dots+x^2)$$

$$= \frac{(2x)(2x+1)(4x+1)}{6} - \frac{x(x+1)(2x+1)}{6} = \frac{16x^3+\dots}{6} - \frac{2x^3+\dots}{6} = \frac{14x^3+\dots}{6}$$

UYARI 1

a) Üstel fonksiyonlar içeriyorsa bu üstel ifadelerin büyüğünün parantezine alınabilir.

$$0 < r < 1 \text{ için } \lim_{x \rightarrow \infty} r^x = 0$$

$$r > 1 \text{ için } \lim_{x \rightarrow \infty} r^x = \infty$$

Örnek...20 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 2^{-x+1}}{2^x} = ? \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{\frac{1}{x}} + \frac{2}{2^x}}{2^x} = \frac{2^{\frac{1}{\infty}} + \frac{2}{2^{\infty}}}{2^{\infty}}$$

$$= \frac{2^0 + \frac{2}{\infty}}{\infty} = \frac{1+0}{\infty} = 0 //$$

Örnek...21 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 2^{x+1}}{3 \cdot 2^{x+2}} = ? \frac{2^x (1 + 2^1)}{2^x (3 \cdot 2^2)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} //$$

Örnek...22 :

$\pi > e > 3$ olduğundan en büyük terim π^x alınır.

$3 > 2$ olduğundan en büyük terim 3^{x+4} alınır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi^x + e^x - 3^{x+2}}{2^x + 3^{x+4}} = ? \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi^x}{3^x \cdot 3^4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{81} \cdot \left(\frac{\pi}{3} \right)^x$$

$$\frac{\pi}{3} > 1 = \frac{1}{81} \cdot \infty$$

olduğundan $= \infty //$

Örnek...23 :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\pi^x + e^x - 3^{x+2}}{2^x + 3^{x+4}} = ? \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\pi^x}{3^4 \cdot 3^x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{81} \cdot \left(\frac{\pi}{3} \right)^x$$

$$= \frac{1}{81} \cdot \left(\frac{\pi}{3} \right)^{-\infty}$$

$$= \frac{1}{81} \cdot \left(\frac{3}{\pi} \right)^{\infty}$$

$$= \frac{1}{81} \cdot 0 = 0 //$$

LİMİT - 6

($\frac{\infty}{\infty}$ BELİRSİZLİĞİ)

Örnek...24 :

en büyük terimler
alınırsa

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot \pi^{x+3} + \pi^{-x}}{6 \pi^{2+x} + \pi^{-x+4}} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot \pi^x \cdot \pi^3}{6 \cdot \pi^x \cdot \pi^2} = \frac{\pi}{3} //$$

Örnek...25 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^x}{6^x - 5 \cdot 7^{x-2}} = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^x}{-5 \cdot 7^x \cdot \frac{1}{7^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^x}{-\frac{5}{49} \cdot 7^x} = \frac{1}{-\frac{5}{49}} = -\frac{49}{5} //$$

Örnek...26 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15^x - 3^x}{2.50^x + 34^x} = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15^x}{2.50^x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left(\frac{15}{50} \right)^x$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0 = 0 //$$

Örnek...27 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot \pi^x + e^x - 3^x}{2^x + \pi^x} = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \pi^x}{\pi^x} = 2 //$$

UYARI 2

$$1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$$

Örnek...28 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^x} \right) = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{x+1}}{1 - \frac{1}{3}} \right) = \frac{1 - 0}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} //$$

Örnek...29 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{16^x} \right) = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} \right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{4} \right)^{2x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{2x+1}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1 - 0}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} //$$

$x^x > x! > n^x > x^n > x > \log x$
sırlaması unutulmamalıdır. Birden farklı türde fonksiyon içeren fonksiyonlarda en büyük terim parantezi ile sonuca gidilir.

Örnek...30 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x}{(x-5)!} = ? \quad \infty$$

$5^x > x! > (x-5)!$ olduğundan

Örnek...31 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2^x} = ? \quad \frac{1}{\infty} = 0 //$$

LİMİT - 6

($\frac{\infty}{\infty}$ BELİRSİZLİĞİ)

Örnek...32 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)! + (x+2)!}{3(x+2)!} = ?$$

Örnek...33 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^x + (x+2)!}{4(x^{x+2}) + 2^x} = ? \quad \frac{x^x + (x+2)!}{4x^{x+2} + 2^x}$$

$$x^x < 4 \cdot x^{x+2} \text{ olduğundan} \\ \frac{1}{\infty} = 0$$

Örnek...34 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{e^x} = ?$$

$$e^x = e^x, \ln e^x = \ln e^{e^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\ln e^{e^x}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$e^x > x \text{ 1. durum.}$$

$$e^{e^x} > e^x \text{ 2. durum.}$$

$$e^{e^x} > e^x > x \text{ 3. durum.} \rightarrow e^{e^x} > x \text{ olduğundan}$$

Örnek...35 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x} + \sqrt{x} + \sqrt{7x}}{\sqrt{x}} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4x}{x} + \frac{x}{x} + \frac{7x}{x}} = \sqrt{4 + \frac{x}{x^2} + \frac{7x}{x^4}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{7}{x^3}}$$

$$\sqrt{4 + \sqrt{\frac{1}{\infty}} + \sqrt{\frac{7}{\infty}}} = \sqrt{4} = 2$$

Örnek...36 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sec \frac{3}{x}} = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\frac{1}{\cos \frac{3}{x}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} (x \cos \frac{3}{x}) \\ = \infty \cdot \cos \left(\frac{3}{\infty} \right) \\ = \infty \cdot \cos(0) \\ = \infty \cdot 1 \\ = \infty //$$

Örnek...37 :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left| 2^{-x} + \left(\frac{3}{4} \right)^x + \left(\frac{mx+3}{2x-8} \right) \right| = 5 \text{ ise } m \text{ değerleri} \\ \text{çarpımı kaçtır?}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{2^x} + \left(\frac{3}{4} \right)^x + \left(\frac{mx+3}{2x-8} \right) \right| = 5 \\ \frac{1}{\infty} = 0 \quad \left(\frac{3}{4} \right)^{\infty} = 0 \quad \frac{m}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{m}{2} \right| = 5 \\ m = \pm 10 //$$

LİMİT - 6

($\frac{\infty}{\infty}$ BELİRSİZLİĞİ)

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 \quad | \quad x^2 + 3 \\ -x^3 + 3x \quad | \quad x - 3 \\ \hline -3x^2 - 3x \quad | \quad -3x + 9 \\ +3x^2 + 9 \quad | \quad -3x + 9 \\ \hline -3x + 9 \end{array}$$

DEĞERLENDİRME

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 - x^3 + 4}{4 - \frac{3x^2}{7}} = \infty //$

der(x³) > der(x²) olduğundan

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(12x^3 - 5x)(2x^5 - 3x + 4)}{(2x^2 + 5)^4} = \frac{24x^8 + \dots}{16x^8 + \dots} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} //$

dereceler eşit

$= \frac{24}{16} = \frac{3}{2} //$

$\sum_{k=1}^x k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + x^2 = \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$

$\sum_{k=1}^x k^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + x^3 = \left[\frac{x(x+1)}{2} \right]^2$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^x (5x-2)k^2}{\sum_{k=1}^x 8k^3} = \frac{(5x-2) \cdot \left(\frac{x(x+1)(2x+1)}{6} \right)}{8 \cdot \left(\frac{x(x+1)}{2} \right)^2}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5x-2) \cdot \left(\frac{2x^3 + \dots}{6} \right)}{8 \cdot \left(\frac{x^2 + \dots}{2} \right)^2}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{10x^4}{6}}{8 \cdot \frac{x^4}{4}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5x^4}{3} \cdot \frac{4}{8x^4}}{\frac{2x^4}{6}} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6} //$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - x^3 - \sqrt{7}}{7x^2 + 1} = ?$ der(x³) > der(x²) olduğundan

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^3}{7x^2} = -\infty //$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - 3x^2}{x^2 + 3} + mx + n \right) = 5$ ise (m,n)=?

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - 3 + \frac{-3x + 9}{x^2 + 3} + mx + n \right) = 5$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left((m+1)x + n - 3 + \frac{-3x + 9}{x^2 + 3} \right) = 5$

Limit olabilmesi için x olmamalı. Yani m = -1 olmalı

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(n - 3 + \frac{-3x + 9}{x^2 + 3} \right) = 5$

n - 3 + 0 = 5

n = 8

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{kx^3 + (m-1)x^2 + nx + p}{(3n+2)x + 4} = 3$ ise m kaçtır?

limit olabilmesi için

k = 0 m - 1 = 0 m = 1 //

(m,n) = (-1,8) //

7) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 13}}{|8x - 3|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x + \frac{1}{2}|}{|8x - 3|}$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - \frac{1}{2}}{-8x + 3} = \frac{-1}{-8} = \frac{1}{8} //$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 7x + 8!}}{\sqrt{x^2 - 13x - e^x}}$

Limit Yok //

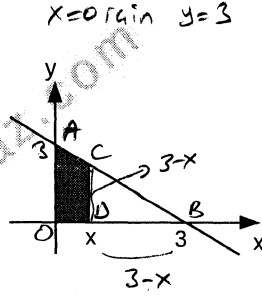
x → ∞ iken e^x > x² olduğundan (x² - 13x - e^x) negatif olacağından karekök içinde tanımlı değildir.

LİMİT - 6

(∞ BELİRSİZLİĞİ)

- 9) Reel sayılarda tanımlı
 $g(x)=3-x$
fonksiyonunun grafiği
verilmiştir.
 $f(x):[0,3] \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x):x \rightarrow$ "taralı alan"
olarak tanımlanıyor.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = ?$$



$$\text{Taralı Alan} = f(x) = A(\triangle OCB) - A(\triangle CDB)$$

$$f(x) = \frac{3 \cdot 3}{2} - \frac{(3-x) \cdot (3-x)}{2}$$

$$f(x) = \frac{9}{2} - \frac{9-6x+x^2}{2} = \frac{6x-x^2}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(6-x)}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{6-x}{2} = \frac{6-0}{2} = 3 //$$

$$12) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5^{2x+1} + 6^x + 7^{x+2}}{25^{1+x} + 50^x} = ?$$

en büyük terimler

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7^{x+2}}{50^x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7^2 \cdot 7^x}{50^x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} 49 \cdot \left(\frac{7}{50}\right)^x \\ &= 49 \cdot 0 \\ &= 0 // \end{aligned}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{\ln x} = ?$$

$e^x > \log x$ olduğundan

$$= \infty //$$

$$14) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[7]{x^7 - 2x^4 + 1}}{\sqrt[7]{32x^5 + 343x^2}} = ?$$

$\text{der}(x^7) > \text{der}(x^5)$ olduğundan

$$= \sqrt[7]{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^7 - 2x^4 + 1}{32x^5 + 343x^2} \right)} = \sqrt[7]{\infty} = \infty$$

HATA
Burası +
olacak.

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{C\left(\frac{x}{2}\right)}{\sqrt{x^4 + 2x^2 + 3}} = ? \quad \frac{x(x-1)}{2 \cdot 1} \quad |x^2 + 1|$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x}{2(x^2 + 1)} = \frac{1}{2} //$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16^{x+4} + 3^x + 4^{2x+2}}{16^{2+x} + 3^{x+20}} = ?$$

$4 > \pi > 3$
olduğundan

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^{2x+2}}{16^{2+x}} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^2 \cdot 4^{2x}}{16^2 \cdot 16^x} \\ &= \frac{16}{16 \cdot 16} = \frac{1}{16} // \end{aligned}$$

(*)

$$15) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{x+1} \right) = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \frac{1}{64} - \dots \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64} - \dots \right)$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right) \left[\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots \right) \right]$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^\infty}{1 - \frac{1}{4}} \right] = \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{\frac{3}{4}}\right)^{717}$$

$$= -\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{1}{3} //$$