

ADINIZ :

SOYADINIZ:

SINIFINIZ:

NUMARANIZ:

2014 - 2015 YILI
MATBAZ LİSESİ

1. DÖNEM

12. SINIF

MATEMATİK

1. YAZILI

NOT: HER SORUNUN TAM VE DOĞRU ÇÖZÜMÜ 10 PUANDIR.

ÇÖZÜM ADIMLARINIZ TAM OLMALIDIR. SADECE CEVABA PUAN VERİLMEZ

ALDIĞI PUAN:

BAŞARI DİLEKLERİMİZLE...

- 1) $K=[-4,4)$ kümesinden reel sayılara tanımlı $f(x)=x^2-12x+1$ fonksiyonunun görüntü kümesiyle tamsayılar kümesinin kesişmesiyle oluşan kümede kaç eleman vardır?

Görüntü kümesindeki tamsayıları bulalım

Parabolde sınır noktaları ve aralığa dahilse $T(r,k)$ incelenir. (2)

$$f(-4) = (-4)^2 - 12(-4) + 1 = 16 + 48 + 1 = 65 \quad (2)$$

$$f(4) = 4^2 - 12 \cdot 4 + 1 = 16 - 48 + 1 = -31 \quad (2)$$

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-12)}{2} = 6 \notin [-4, 4) \text{ bölünmez} \quad (2)$$

$$\therefore f: K = [-4, 4) \rightarrow (-31, 65] \quad (1)$$

Tamsayılar $-30, -29, -28, \dots, 65$. (1)
96 terim/eleman vardır.

- 2) $f: \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$f(x) = \frac{2x+3}{x-3}$ fonksiyonunun tersi olan $f^{-1}(x)$ fonksiyonunda koordinatlarının ikisi de tamsayı olan kaç ikili vardır?

Tanım kümesi $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ için $x=3$ için payda 0 olmalı $3-a=0 \Rightarrow a=3$ (2)

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+3}{x-2} \quad (2)$$

istenen $(x, \frac{3x+3}{x-2})$ bileşenleri tamsayı olsun

$$\frac{3x+3}{3x-6} \cdot \frac{x-2}{3} = \frac{3x+3}{x-2} = 3 + \frac{9}{x-2} \quad (2)$$

$x-2$ 9'ın böleni; 9 pozitif bölen sayısı
 $9=3^2 \Rightarrow$ pb=2+1=3 3 tane tamsayı bölen
 sayısı 6'dır. (2)

$\therefore$ 6 farklı x için y tamsayı olur.
 cevap 6 ikili // (2)

- 3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(4kx^2 + 6x + p) = (k^2 + 4)x^2 + (r+3)x + 3 - r$
 fonksiyonu birim fonksiyon ise k, r, p kaçtır?

birim fonksiyonda iç dış aynı olmalıdır. (2)

$$4kx^2 + 6x + p = (k^2 + 4)x^2 + (r+3)x + 3 - r \quad (2)$$

polinom eşitliğinden

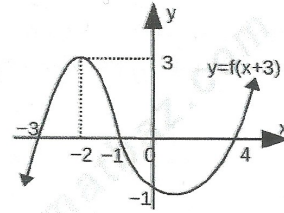
$$4k = k^2 + 4 \Rightarrow k^2 - 4k + 4 = 0 \Rightarrow (k-2)^2 = 0 \Rightarrow k=2 \quad (2)$$

$$6 = r+3 \Rightarrow r=3 \quad (1)$$

$$p = 3 - r \Rightarrow p = 3 - 3 = 0 \quad (1)$$

$$k, r, p = 2, 3, 0 = 6 // \quad (2)$$

4)

Grafiği verilen $y=f(x+3)$ fonksiyonu için $(f(6), f(0)+f(1))^{1/3}$ Grafiğe okunabilen ikilileri $y=f(x+3)$ de yazalım

$$(-3, 0) \rightarrow f(0) = 0$$

$$(-2, 3) \rightarrow f(1) = 3 \quad (5)$$

$$(-1, 0) \rightarrow f(2) = 0$$

$$(0, -1) \rightarrow f(3) = -1$$

$$(4, 0) \rightarrow f(7) = 0$$

$$\left[\frac{f(6) \cdot f(0) + f(1)}{? \cdot 0 + 3} \right]^{1/3} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

- 5) Uygun şartlar altında $f(x) = e^{x+3} + 5$ fonksiyonunun tersinin kuralını bulunuz.

$$y = e^{x+3} + 5 \Rightarrow y - 5 = e^{x+3} \quad (2)$$

$$\ln(y-5) = \ln e^{x+3} \quad (\text{her iki tarafın } \ln \text{ ni aldık})$$

$$\ln(y-5) = (x+3) \ln e \quad (2)$$

$$x = \ln(y-5) - 3 \quad (2)$$

$$f^{-1}(x) = \ln(x-5) - 3 \quad (2)$$

- 6) Uygun şartlarda $\text{gof}(x) = \frac{3x+4}{x-2}$,
 $\text{hof}(x) = 2x+3$ ise $\text{hog}^{-1}(2) = ?$

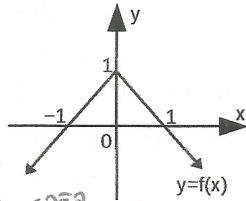
$$(\text{hof}) \circ (\text{f}^{-1} \circ \text{g}^{-1}) = \text{hog}^{-1} \quad (4)$$

$$\text{f}^{-1} \circ \text{g}^{-1}(x) = \frac{2x+4}{x-3} \rightarrow \text{hof da yerine yazalım}$$

$$\text{hog}^{-1}(x) = 2\left(\frac{2x+4}{x-3}\right) + 3 \quad (1)$$

$$\text{hog}^{-1}(2) = 2\left(\frac{2 \cdot 2 + 4}{2-3}\right) + 3 = -16 + 3 = -13 \quad (2) \quad (1)$$

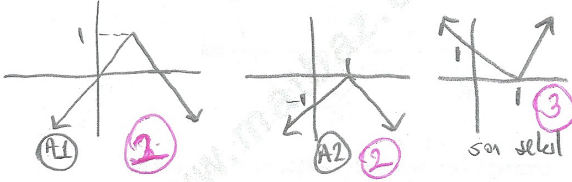
- 7) $y=f(x)$ veriliyor.
 $y=f(x-1)-1$
 grafiğini çiziniz?



Adım 1 $y=f(x)$ 1 birim sağa

A2 elde edilen 1 birim aşağı (3)

A3 elde edilen fonksiyonda x'eksenine altının x'eksenine göre simetrisi alınır.



Not $f(x-k)$, $y=f(x)$, $k>0$ için k birim sağa kayar!

- 8) $f: [p, 3] \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = (m-2)x^{35} + (r+1)\sin x + (n-3)x^2 + (p+n-5)x + 2$
 fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetrikse
 $f(p) = ?$

f çifttir. Tanım kümesi simetrik olacağından $p = -3$ tür. Kuvvetler tek dereceli terim bulunmaz (2)
 4 temel trigonometrik fonksiyondan $\cos x$ dışında term bulunmaz!

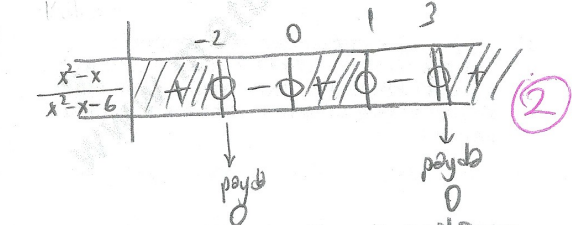
$$\Rightarrow \begin{aligned} m-2 &= 0 & r+1 &= 0 & p+n-5 &= 0 \\ m &= 2 & r &= -1 & -3+n-5 &= 0 \\ & & & & n &= 8 \end{aligned} \quad (1) \quad (1) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 5x^2 + 2 \\ f(-3) &= 5 \cdot (-3)^2 + 2 = 47 \end{aligned} \quad (2) \quad (1)$$

- 9) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-x}{x^2-x-6}} + \sqrt{-x}$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi nedir?

Kök derecesi çifttir içersisi ≥ 0 olmalı (2)

$$0,1 \leftarrow \frac{x^2-x}{x^2-x-6} \geq 0 \quad \text{ve} \quad -x \geq 0 \quad \text{sistemi dir.}$$



İki eşitlikte ortak değerler ise en geniş tanım kümesi $(-\infty, -2)$ olur! (2)

- 10) $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ 3x-1 & x > 1 \end{cases}$ fonksiyonunun tersinin kuralını bulunuz ve grafiğini çiziniz ?

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x/2 & x \leq 2 \\ \frac{x+1}{3} & x > 2 \end{cases} \quad (4)$$

Not $f(x) = 2x$ tanım kümesi $x \leq 1$ ise $f(x) = 2x \leq 2$ olmalıdır.

$f: (-\infty, 1] \rightarrow (-\infty, 2]$ ise f^{-1} için aralıkların yer değiştirdiğini unutmayınız!

$$y = \frac{x}{2} \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 2 \\ \hline y & 0 & 1 \end{array} \quad (1) \quad y = \frac{x+1}{3} \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & -1 \\ \hline y & 1/3 & 0 \end{array} \quad (1)$$

