

ADINIZ :
SOYADINIZ:
SINIFINIZ:
NUMARANIZ:

2014 - 2015 YILI
MATBAZ LİSESİ

1. DÖNEM
11. SINIF
MATEMATİK
1. YAZILI

NOT: HER SORUNUN TAM VE DOĞRU ÇÖZÜMÜ 10 PUANDIR.
ÇÖZÜM ADIMLARINIZ TAM OLMALIDIR. SADECE CEVABA PUAN VERİLMEZ.

ALDIĞI PUAN:

BAŞARI DİLEKLERİMİZLE...

- 1) $1+x+x^2+x^3+\dots+x^{n-1} = \frac{1-x^n}{1-x}$ doğruluğu biliniyor.
 $x=1-i$ için $x^2+x^3+\dots+x^{10}$ kaçtır?

$$x^2+x^3+\dots+x^{10} = x^2(1+x+\dots+x^8)$$

$$x^2 \left(\frac{1-x^9}{1-x} \right)$$

$$(1-i)^2 \cdot \left[\frac{1-(1-i)^9}{1-(1-i)} \right] = \frac{-2i}{i} \cdot \left[\frac{1-(-i)^9}{-2i} \right]$$

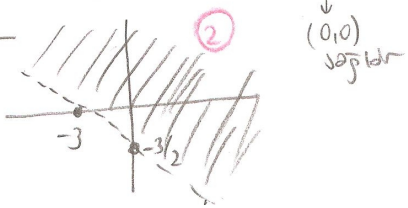
$$-2 \cdot [1 - 16(1-i)] = -2[-15+16i] = 30-32i$$

- 2) $z = x+iy$ olmak üzere; $|z-2i| < z+4$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarını düzlemde gösteriniz

$$|z-2i| < |z+4| \Rightarrow |x+iy-2i| < |x+iy+4|$$
$$\sqrt{x^2+y^2-4y+4} < \sqrt{x^2+y^2+8x+16}$$

$$-4y+4 < 8x+16$$
$$4y+8x+12 > 0$$

x	0	-3
y	-3/2	0



- 3) $\text{Arg}(z^3) = 270$, $|z| = 16$ ise z sayısının karesini bulunuz.

$$\text{Arg}(z^3) = 3\text{Arg} z = 270 \Rightarrow \text{Arg} z = 90^\circ$$

$$|z| = 16 \Rightarrow z = 16 \cos 90^\circ + i \sin 90^\circ = 16i$$

$$z^2 = (16i)^2 = -256$$

- 4) $z = 4 \text{cis} \frac{2\pi}{3}$ ise $z\sqrt{z}$ değerlerinden biri kaç olabilir?

$$\sqrt{z} = 2 \text{cis} \frac{\pi}{3} \quad \sqrt{z} = 2 \text{cis} \frac{4\pi}{3}$$

$$z_0 \sqrt{z} = 4 \text{cis} \frac{2\pi}{3} \cdot 2 \text{cis} \frac{\pi}{3}$$

$$= 8 \text{cis} \pi = -8$$

\sqrt{z} z'nin karekökü olup 2'dettir.

$z\sqrt{z}$ nın diğer değerini de

$$4 \text{cis} \frac{2\pi}{3} \cdot 2 \text{cis} \frac{4\pi}{3} = 8 \text{cis} 2\pi = 8$$

olarak bulunur.

- 5) $z = -\sin 190 - i \cos 10$ sayısının esas argümenti kaçtır?

$$\sin 190 = \sin(180+10) = -\sin 10$$

$$z = -(-\sin 10) - i \cos 10$$

$$z = \sin 10 - i \cos 10$$

$$z = \cos 80 - i \sin 80$$

$$\cos \rightarrow + \quad \sin \rightarrow - \quad 4. \text{ bölge}$$

360 ile yazılır,

$$z = \cos(360-80) + i \sin(360-80)$$

$$z = \cos 280$$

$$\text{Arg}(z) = 280$$

- 6) $\text{Arg}(z+3-4i) = \frac{3\pi}{4}$ koşulunu sağlayan z sayıları için $\text{Re}(z)+\text{Im}(z)$ kaçtır?

$$z = x+iy \text{ olsun.}$$

$$\text{Arg}(x+iy+3-4i) = \frac{3\pi}{4} \quad (2)$$

$$\tan \frac{3\pi}{4} = \frac{y-4}{x+3} \quad \left(\frac{\text{Im}(z)}{\text{Re}(z)} \right) \quad (3)$$

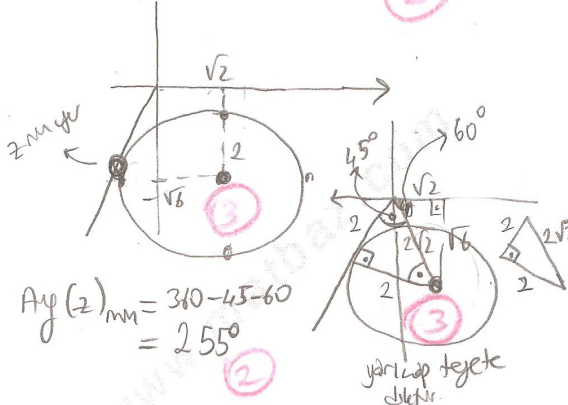
$$-1 = \frac{y-4}{x+3} \Rightarrow y-4 = -x-3 \quad (2)$$

$$x+y = 1 \quad (3)$$

$$\text{Re}(z)+\text{Im}(z) = 1$$

- 7) z karmaşık sayısı için $|z-\sqrt{2}+i\sqrt{6}|=2$ eşitliği sağlanıyorsa z sayısının argümenti en az kaç derece olur?

$$|z-\sqrt{2}+i\sqrt{6}| = |z-(\sqrt{2}-i\sqrt{6})| = 2 \quad (2)$$



$$\text{Arg}(z)_{\min} = 310 - 45 - 60 = 255^\circ \quad (2)$$

- 8) $z^2 = 4\sqrt{2}+2i$ denklemini sağlayan z sayılarına karşılık gelen noktalar düz bir çizgiyle birleştirildiğinde elde edilen doğru parçası kaç birim olur?

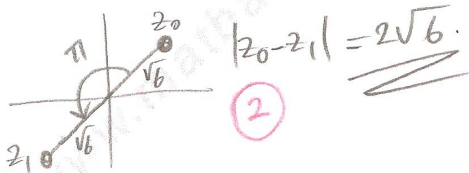
$$z^2 = 4\sqrt{2}+2i = |z| \cdot \cos \theta \quad (2)$$

$$|z| = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6 \quad (1)$$

$$z^2 = 6 \cos \theta \quad (2)$$

$$\Rightarrow z_0 = \sqrt{6} \cos \theta/2 \quad (3) \text{ orjine göre simetrik}$$

$$z_1 = \sqrt{6} \cos \left(\frac{\theta}{2} + \pi \right)$$



$$|z_0 - z_1| = 2\sqrt{6} \quad (2)$$

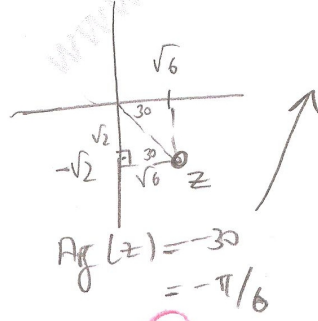
- 9) $z = \sqrt{6} - \sqrt{2}i$ karmaşık sayıları veriliyor. $\text{Arg}(-z^{-4})$ kaçtır?

$$\text{Arg}(-z^{-4}) = \pi + \text{Arg}(z^{-4}) \quad (3)$$

$$= \pi - 4 \cdot \text{Arg}(z) \quad (3)$$

$$= \pi - 4 \cdot \left(-\frac{\pi}{6} \right)$$

$$= \pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \quad (2)$$



$$\text{Arg}(z) = -30 = -\pi/6$$

$$(2)$$

- 10) $z = \sqrt{3}+i$ sayısının orjin etrafında negatif yönde 120° döndürülmesiyle elde edilecek sayı kaçtır?

$$(\sqrt{3}+i) \cdot \cos(-120) \quad (3)$$

$$(\sqrt{3}+i) \cdot \cos 240 \quad (1)$$

$$(\sqrt{3}+i) \cdot (\cos 240 + i \sin 240)$$

$$(\sqrt{3}+i) \cdot (-\cos 60 - i \sin 60) \quad (2)$$

$$(\sqrt{3}+i) \left(-\frac{1-i\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \frac{-\sqrt{3} - 3i - i - i^2\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$= \frac{-4i}{2} = -2i \quad (2)$$