

ADINIZ :

SOYADINIZ:

SINIFINIZ:

NUMARANIZ:

2014 - 2015 YILI

MATBAZ LİSESİ

CEVAP ANAHTARI

1. DÖNEM

11. SINIF

MATEMATİK

1. YAZILI

NOT: HER SORUNUN TAM VE DOĞRU ÇÖZÜMÜ 10 PUANDIR.

ÇÖZÜM ADIMLARINIZ TAM OLMALIDIR. SADECE CEVABA PUAN VERİLMEZ.

ALDIĞI PUAN:

BAŞARI DİLEKLERİMİZLE...

- 1) Karmaşık sayılar kümesinde tanımlı $f(x)=2x+1$ ve $g(x)=\bar{x}-ix$ fonksiyonları için $f \circ g(3-i)$ kaçtır?

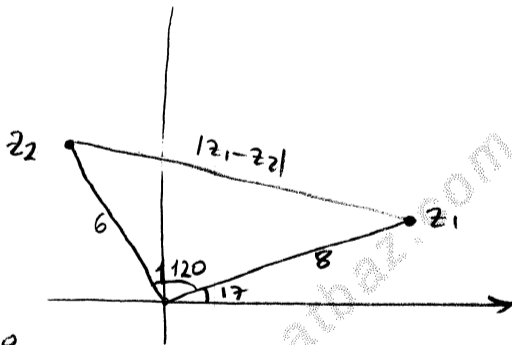
$$\begin{aligned} f \circ g(3-i) &= f(g(3-i)) \\ &= f(2-2i) \\ &= 2(2-2i)+1 \\ &= 4-2i+1 \\ &= 5-2i // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(3-i) &= \overline{3-i} - i(3-i) \\ g(3-i) &= 3+i - 3i + i^2 \\ g(3-i) &= 2-2i \end{aligned}$$

- 2) $z=2+i$ olduğuna göre $\left(\frac{z+\bar{z}}{z-\bar{z}}\right)^{80}$ nedir?

$$\begin{aligned} \left(\frac{2+i+2-i}{2+i-2-i}\right)^{80} &= \left(\frac{4}{2i}\right)^{80} = \left(\frac{2}{i}\right)^{80} \\ &= \frac{2^{80}}{i^{80}} = \frac{2^{80}}{1} = 2^{80} // \end{aligned}$$

- 3) $z_1=8\text{cis}17$ ve $z_2=6\text{cis}137$ ise $|z_1-z_2|$ kaçtır?



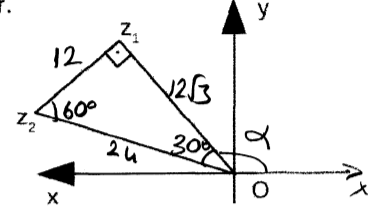
cos 120

$$\begin{aligned} |z_1-z_2| &= x \text{ dersek} \\ x^2 &= 6^2+8^2-2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot (\cos 120) \\ x^2 &= 100 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot (-\frac{1}{2}) \\ x^2 &= 100 + 48 \end{aligned}$$

$$x = \sqrt{148} \text{ br ise } |z_1-z_2| = \sqrt{148} //$$

- 4) z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için $|z_1-z_2|=12\sqrt{3}$ veriliyor. $m(\vec{z}_1, \vec{Oz}_2)=30^\circ$ ise $\frac{z_1}{z_2}$ kaçtır?

$$\begin{aligned} 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ \text{ açısında} \\ |z_2|=2u, |z_1|=12\sqrt{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$



$$m(\vec{x}, \vec{z}_1) = \alpha \text{ dersek}$$

$$z_1 = 12\sqrt{3} \cdot \text{cis } \alpha$$

$$z_2 = 2u \cdot \text{cis } (\alpha + 30^\circ) \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{12\sqrt{3}}{2u} \cdot \text{cis } (\alpha - (\alpha + 30^\circ)) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \text{cis } (-30^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \text{cis } 330^\circ // \end{aligned}$$

- 5) $z = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ sayısının kutupsal koordinatlarını bulunuz

Sayı 4. bölgede. 4. bölgede $\arg = 360 - \alpha$ idi.

$$\tan \alpha = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\arg(z) = 360 - 60 = 300^\circ$$

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$|z| = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{27}{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$$

$$z = 3 \cdot \text{cis } 300^\circ //$$

DÜZELTME

$z = x + yi$ diyelim.

6) $z \cdot \bar{z} + 2z = 6i + 16 + \bar{z}$ ise z sayısının reel ve sanal kısımları toplamı kaç olabilir?

$$(x+yi)(x-yi) + 2(x+yi) = 6i + 16 + (x-yi)$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 2yi - x + yi = 16 + 6i$$

$$(x^2 + y^2 + 2x - x) + 3yi = 16 + 6i$$

$$x^2 + 2^2 + x = 16 \quad 3y = 6$$

$$x^2 + x - 12 = 0 \quad y = 2$$

$$(x+4)(x-3) = 0$$

$$x_1 = -4 \quad x_2 = 3$$

$$z_1 = -4 + 2i$$

$$z_2 = 3 + 2i$$

reel ve sanal kısımların toplamı $-4 + 2 = -2$
 $3 + 2 = 5$ olabilir.

7) $\sqrt{3-4i} = ?$

$$\sqrt{3-4i} = z = x + yi \text{ diyelim}$$

$$3-4i = (x+yi)^2$$

$$x^2 + 2xy + yi^2 = 3-4i$$

$$x^2 - y^2 + 2xy = 3-4i$$

$$x^2 - y^2 = 3, \quad 2xy = -4$$

$$y = \frac{-4}{2x}$$

$$y = -\frac{2}{x}$$

$$x^2 - \left(-\frac{2}{x}\right)^2 = 3$$

$$x^2 - \frac{4}{x^2} = 3$$

$$x^2 = a \text{ diyelim.}$$

$$a - \frac{4}{a} = 3$$

$$\frac{a^2 - 4}{a} = 3$$

$$a^2 - 4 = 3a$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0$$

$$(a-4)(a+1) = 0$$

$$a = 4 \quad a = -1$$

$$x^2 = 4 \quad x^2 = -1$$

$$x = \pm 2$$

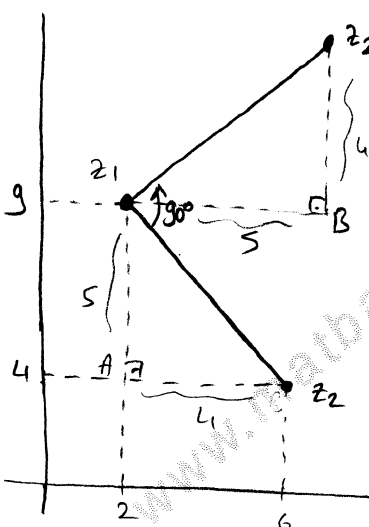
Reel kısım x dedik,
 x sanal değer alalım

$$x = -2 \text{ için } y = -\frac{2}{-2} = 1$$

$$x = 2 \text{ için } y = -\frac{2}{2} = -1$$

$$z = x + yi = \{-2 + i, 2 - i\}$$

8) $6+4i$ sayısının $2+9i$ etrafında pozitif yönde 90° derece döndürülmesiyle elde edilen sayıyı bulunuz.



z_2 'nin, z_1 etrafında 90° döndürülmesi hali.

O zaman $|z_1 z_2|$ 'yi hipotenüs kabul eden (z_1, A, z_2) üçgeninde 90° döner.

A noktasında B'ye gelir.

(z_1, A, z_2) ile (z_1, B, z_2) eşitler.

$$|z_1 A| = 9 - 4 = 5 = |A B|$$

$$|A z_2| = 6 - 2 = 4 = |B z_2|$$

$$z_2 = (2+5, 9+4)$$

$$z_2 = (7, 13) //$$

9) $x - y = \frac{\pi}{3}$ $z = \cos x + \cos y + i(\sin x - \sin y)$ ise $z \cdot \bar{z}$ kaçtır?

$$z \cdot \bar{z} = |z|^2 \text{ dir.}$$

$$|z| = \sqrt{(\cos x + \cos y)^2 + (\sin x - \sin y)^2}$$

$$|z|^2 = \cos^2 x + 2\cos x \cdot \cos y + \cos^2 y + \sin^2 x - 2\sin x \cdot \sin y + \sin^2 y$$

$$|z|^2 = (\cos^2 x + \sin^2 x) + (\cos^2 y + \sin^2 y) + 2(\cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y)$$

$$z \cdot \bar{z} = 1 + 1 + 2 \cdot \cos(x+y)$$

$$z \cdot \bar{z} = 2 + 2 \cdot \cos \frac{\pi}{3}$$

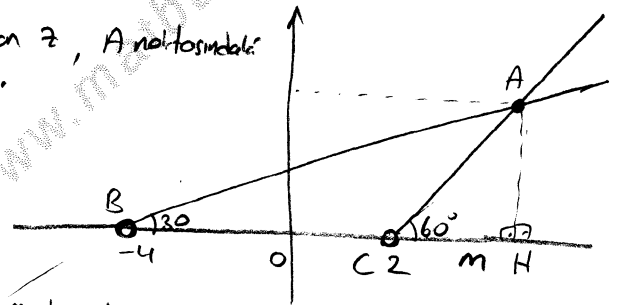
$$= 2 + 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 3 //$$

10) $\text{Arg}(z+4) = \frac{\pi}{6}$, $\text{Arg}(z-2) = \frac{\pi}{3}$ koşullarını beraber sağlayan z sayısı kaçtır?

$$\text{arg}(z - (-4 + 0i)) = 30^\circ$$

Aranılan z , A noktasındaki z 'dir.



$|CH| = m$ dersek

$|AH| = m\sqrt{3}$ olur. (60° 'ün karşısı) \rightarrow (A'nın yani z'nin koordinatları da $(2+m, m\sqrt{3})$ olur.)

$|AH| = m\sqrt{3}$ olursa

$|BH| = 3m$ olur. ($\triangle BAH$ 'de $m(\angle BAH) = 60^\circ$ 'ün karşısı)

$$|BH| = 3m = |BC| + |CH|$$

$$3m = 6 + m$$

$$2m = 6$$

$$m = 3$$

$$A(2+3, 3\sqrt{3})$$

$$z = 5 + 3\sqrt{3}i //$$