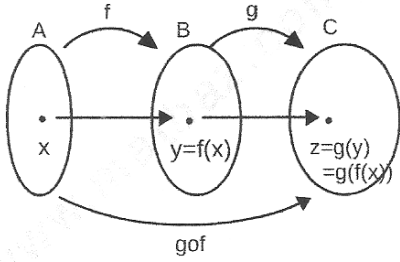


FONKSİYON - 4

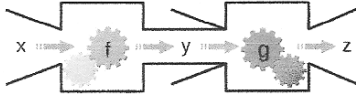
(BİLEŞKE FONKSİYON)

BİLEŞKE FONKSİYON :



f: A → B ve g: B → C iken g ∘ f: A → C dir.

Bileşke fonksiyonu ard arda işlem yapan iki makinaya benzetebiliriz. Aşağıdaki modellemeyi inceleyiniz.



BİLEŞKE VE TERS FONKSİYON ÖZELLİKLERİ

1) Genellikle $g \circ f \neq f \circ g$ dir.

Ancak bazı özel durumlarda bu eşitlik sağlanır.

a) $g(x) = I(x)$ ise $f \circ I = I \circ f$

b) $f(x) = t \cdot x$ ve $g(x) = k \cdot x$ ise $f \circ g = g \circ f$ tir.

Diğer durumları da siz düşünün.

2) $g \circ (f \circ h) = (g \circ f) \circ h$ (Birleşme özelliği vardır.)

Diğer bileşke özellikleri ters fonksiyon içinde verilecektir.

Örnek...1 :

$f(x) = 7x + 2$ olduğuna göre, $(f \circ f)(x)$ kuralını bulunuz?

$$\begin{aligned} f \circ f(x) &= f(f(x)) = f(7x+2) \\ &= 7(7x+2) + 2 \\ &= 49x + 16 \end{aligned}$$

Örnek...2 :

$f(x) = 3x - 5$ ve $g(x) = 4x + 2$ olduğuna göre, $(g \circ f)(x)$ kuralını bulunuz?

$$\begin{aligned} g \circ f(x) &= g(f(x)) = g(3x-5) \\ &= 4(3x-5) + 2 \\ &= 12x - 18 \end{aligned}$$

Örnek...3 :

$f(x) = kx + 2$ ve $g(x) = x + 7$ olarak veriliyor. $(f \circ g)(x) = 3x + 9m + 5$ olduğuna göre, $f(k+m)$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} f \circ g(x) &= f(g(x)) = f(x+7) = k(x+7) + 2 \\ &= kx + 7k + 2 \\ kx + 7k + 2 &= 3x + 9m + 5 \\ \Rightarrow k &= 3, \quad 7k + 2 = 9m + 5 \\ 23 &= 9m + 5 \\ 2 &= m \end{aligned}$$

$$f(x) = 3x + 2$$

$$f(5) = 3 \cdot 5 + 2 = 17$$

Örnek...4 :

$f(x) = 2x + 5$, $g(x) = 3x - 1$ ve $h(x) = 2x + 3$ olduğuna göre, $(f \circ g \circ h)(x)$ fonksiyonunun kuralını bulunuz?

$$\begin{aligned} f \circ g \circ h(x) &= f(g(h(x))) = f(g(2x+3)) \\ &= f(3 \cdot (2x+3) - 1) \\ &= f(6x+8) \\ &= 2(6x+8) + 5 \\ &= 12x + 21 \end{aligned}$$

Örnek...5 :

$f(x+2) = 7-x$ ve $g(x-2) = 5x-4$ olduğuna göre, $(f \circ g)(1)$ kaçtır?

$$\begin{aligned} f \circ g(1) &= f(g(1)) \\ g(x-2) &= 5x-4 \Rightarrow g(1) = 5 \cdot 1 - 4 = 1 \\ f(x+2) &= 7-x \\ x=9 &\Rightarrow f(11) = 7-9 = -2 \end{aligned}$$

Örnek...6 :

$f(x)=x^2+k$ olarak veriliyor.

$$(f \circ f)(0)=12$$

olduğuna göre, k değerlerinin ortalaması kaçtır?

$$f \circ f(0) = f(f(0)) = f(k) = 12$$

$$f(k) = k^2 + k = 12 \Rightarrow k^2 + k - 12 = 0$$

$$(k+4)(k-3) = 0$$

$$k = -4 \quad k = 3$$

$$\frac{-4+3}{2} = -\frac{1}{2}$$

Örnek...7 :

$f(x)=x+1$ ve $(g \circ f)(x)=3x+3$

olduğuna göre, $g(x)$ kuralını bulunuz?

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(x+1) = 3x+3$$

$$g(x) = 3x$$

(Tercih izmi yok :)

Örnek...8 :

$g(x)=x-1$ ve $(g \circ f)(x)=x^2+x$

olduğuna göre, $f(x)=1$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = f(x) - 1$$

$$f(x) - 1 = x^2 + x$$

$$f(x) = x^2 + x + 1 \quad f(x) = 1$$

$$x^2 + x + 1 = 1$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x+1) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = -1$$

$$C_k = \{-1, 0\}$$

Örnek...9 :

f bire bir fonksiyon olmak üzere,

$$(f \circ g)(9+5x) = f(x^2+x+6)$$

olduğuna göre, $g(-1)$ kaçtır?

$$f \circ g(9+5x) = f(g(5x+9)) = f(x^2+x+6)$$

$$g(5x+9) = x^2+x+6$$

$$5x+9 = -1$$

$$5x = -10$$

$$x = -2$$

$$g(-1) = (-2)^2 + (-2) + 6$$

$$= 4 - 2 + 6 = 8/4$$

Örnek...10 :

Reel sayılarda f fonksiyonu tek, g fonksiyonu çift fonksiyonlarsa aşağıdaki fonksiyonları teklik çiftlik bakımından inceleyiniz?

- a) $(f \circ g)(x)$ b) $f(x \cdot g(x))$ c) $f \circ f$

f ve g sıfır fonksiyon olmasın!

$$a) f \circ g(-x) = f(g(-x)) = f(g(x)) = f \circ g(x)$$

$$\uparrow \quad \quad \quad \uparrow$$

KARAR AYNI $f \circ g$ çifttir.

$$b) f(-x \cdot g(-x)) = f(-x \cdot g(x)) = -f(x \cdot g(x))$$

EKSİLİSİ $f(x \cdot g(x))$ tektir

$$c) f \circ f(-x) = f(f(-x)) = f(-f(x))$$

$$\downarrow \quad \quad \quad \downarrow$$

$$= -f(f(x)) = -f \circ f(x)$$

(EKSİLİSİ)

$f \circ f$ tektir.

▲ $-x$ yazıldığında sıradaki elde edilince çift sıradakinin eksilisi elde edilince tek, hiçbirisiyse ne tek ne çifttir.