

FONKSİYONLAR - 3

(FONKSİYON İŞLEMLERİ)

FONKSİYONLARDA İŞLEMLER :

f: A → B ve g: C → D iki fonksiyon olmak üzere, A ∩ C = T ise

1. $\forall x \in T \quad f(x) \pm g(x) = (f \pm g)(x)$
2. $\forall x \in T$ ve $k \in \mathbb{R}$ için $k.f(x) = (k.f)(x)$
3. $\forall x \in T \quad f(x).g(x) = (f.g)(x)$
4. $\forall x \in T \quad \frac{f(x)}{g(x)} = \left(\frac{f}{g}\right)(x) \quad (g(x) \neq 0)$

olarak tanımlanmıştır.

Örnek...1 :

f(x)=5x+2 ve g(x)=2-3x² olmak üzere, (3f-2g)(3) ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} (3f-2g)(3) &= 3.f(3) - 2g(3) \\ &= 3.(5.3+2) - 2.(2-3.3^2) \\ &= 3.17 - 2.(-25) \\ &= 51 + 50 \\ &= 101 // \end{aligned}$$

Örnek...2 :

f: {-2,-1,0,1,2} → ℝ f(x)=x²
g: {-2,0,3} → ℝ g(x)=x³+1 olarak veriliyor.
f+g fonksiyonunu liste biçiminde yazınız.

f+g tanımlı olması için Tanım Kollarının kesişimlerinde tanımlanmaları gerekir.

Yani f+g = {-2,0} → ℝ olmalıdır.

$$\begin{aligned} (f+g)(-2) &= f(-2) + g(-2) \\ &= (-2)^2 + (-2)^3 + 1 \\ &= 4 - 8 + 1 \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f+g)(0) &= f(0) + g(0) \\ &= 0^2 + 0^3 + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$f+g = \{(-2,-3), (0,1)\} //$$

Örnek...3 :

(f-g)(x)=x, (f+g)(x)=2x²-3x ise (f.g)(1) değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} f-g &= x \\ f+g &= 2x^2-3x \\ \hline 2f &= 2x^2-2x \\ f(x) &= x^2-x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f-g &= x \\ x^2-x-g &= x \\ x^2-x-x &= g \\ g(x) &= x^2-2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f.g)(1) &= f(1).g(1) \\ &= (1^2-1).(1^2-2.1) \\ &= 0.(1-2) \\ &= 0 // \end{aligned}$$

Örnek...4 :

f(x) = $\begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$ ve g(x) = $\begin{cases} 3x-2 & x < 0 \\ x-1 & x \geq 0 \end{cases}$

fonsiyonları veriliyor. Buna göre,

a) (f.g)(-1) = ?

$$\begin{aligned} &= f(-1).g(-1) \\ &= 2.(-1).(3.(-1)-2) \\ &= (-2).(-5) \\ &= 10 // \end{aligned}$$

b) $\left(\frac{f}{g}\right)(6) = ?$

$$= \frac{f(6)}{g(6)} = \frac{6^2}{6-1} = \frac{36}{5} //$$

www.matbaz.com



Örnek...5 :

Reel sayılarda f fonksiyonu tek g fonksiyonu çift fonksiyonlarsa aşağıdaki fonksiyonları teklik çiftlik bakımından inceleyiniz?

a) f+g

$$h(x) = f(x) + g(x) \text{ olsun}$$

h(-x)'i inceleyelim.

$$h(-x) = f(-x) + g(-x)$$

$$h(-x) = -f(x) + g(x)$$

h(x) ≠ h(-x)
h(x) ≠ -h(-x)
olduğundan h(x),
yani f+g ne tek

b) f.g

$$t(x) = f(x).g(x) \text{ olsun}$$

t(-x)'i inceleyelim.

$$t(-x) = f(-x).g(-x)$$

$$t(-x) = -f(x).g(x)$$

t(-x) = -t(x) olduğundan
t(x), yani f.g tek fonksiyondur.

g(x) çift
fonksiyon ise
g(-x) = g(x)
f(x) tek fonksiyon
ise f(x) = -f(-x)
ya da
f(-x) = -f(x)

ne çift fonksiyondur.

FONKSİYONLAR - 3

(FONKSİYON İŞLEMLERİ)

DEĞERLENDİRME

- 1) $f: \{-2, -1, 0, 1, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2x + 3$ ve
 $g: \{-3, 0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ $g(x) = x^2 - 1$ olarak veriliyor $2f + 3g$
fonksiyonunu liste biçiminde yazınız.

$$2f + 3g : \{0, 1, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(2f + 3g)(0) = 2.f(0) + 3.g(0)$$

$$= 2.(2.0 + 3) + 3.(0^2 - 1)$$

$$= 2.3 + 3.(-1) = 6 - 3 = 3$$

$$(2f + 3g)(1) = 2.f(1) + 3.g(1)$$

$$= 2.(2.1 + 3) + 3.(1^2 - 1)$$

$$= 2.5 + 3.0 = 10$$

$$2f + 3g = \{(0, 3), (1, 10)\}$$

- 2) $f(x) = mx + 2$ ve $g(x) = 2 - mx^2$ olmak üzere,
 $(f - 4g)(1) = 6$ ise m kaçtır?

$$(f - 4g)(1) = 6 \text{ ise } f(1) - 4.g(1) = 6$$

$$(m.1 + 2) - 4.(2 - m.1^2) = 6$$

$$m + 2 - 8 + 4m = 6$$

$$5m - 6 = 6$$

$$5m = 12$$

$$m = \frac{12}{5} //$$

- 3) $f(x) = m^2x^3 + 4x$ ve $g(x) = 4 + mx$ olmak üzere,
 $\left(\frac{f}{2g}\right)(1) = 2$ ise m kaç olabilir?

$$\left(\frac{f}{2g}\right)(1) = 2 \Rightarrow \frac{f(1)}{2.g(1)} = 2 \text{ olmalı}$$

$$\frac{m^2.1^3 + 4.1}{2.(4 + m.1)} = 2 \Rightarrow \frac{m^2 + 4}{8 + 2m} = 2$$

$$m^2 + 4 = 16 + 4m$$

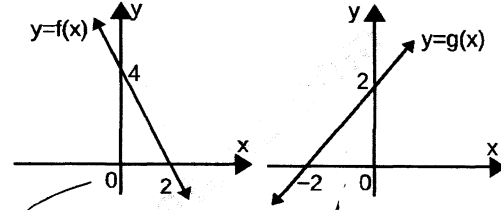
$$m^2 - 4m - 12 = 0$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \searrow \\ -6 \quad +2 \end{array}$$

$$(m - 6).(m + 2) = 0$$

$$m = 6 \text{ veya } m = -2 \text{ olabilir.} //$$

4)



Grafikleri verilen doğrusal f ve g fonksiyonları için
 $(kf - 3g)(1) = 7$ ise k kaçtır?

Bu doğrunun denklemi

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$$

$$(2) \quad (1) \quad (4)$$

$$2x + y = 4$$

$$f(x) = y = -2x + 4$$

Bu doğrunun denklemi

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} = 1$$

$$(-1) \quad (1) \quad (2)$$

$$-x + y = 2$$

$$g(x) = y = x + 2$$

$$(kf - 3g)(1) = 7$$

$$k.f(1) - 3.g(1) = 7$$

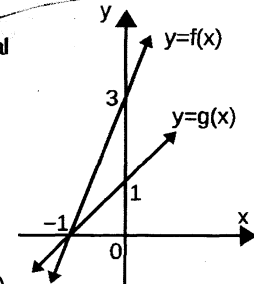
$$k.(-2.1 + 4) - 3.(1 + 2) = 7$$

$$2k - 9 = 7$$

$$2k = 16$$

$$k = 8 //$$

- 5) Grafikleri verilen doğrusal
 f ve g fonksiyonları için
 $(f + g)(x + 3)$
fonksiyonunun $g(x)$
türünden eşiti nedir?



$$(f + g)(x + 3) = f(x + 3) + g(x + 3)$$

$$(f + g)(x + 3) = (3.(x + 3) + 3) + ((x + 3) + 1)$$

$$(f + g)(x + 3) = 3x + 9 + 3 + x + 3 + 1$$

$$(f + g)(x + 3) = 4x + 16$$

$g(x)$ cinsinden bunun eşiti

isteniyorsa $g(x) = x + 1$ 'den
 x çekilip, x yerine $g(x) - 1$
konur.

$$(f + g)(x + 3) = 4.(g(x) - 1) + 16$$

$$= 4.g(x) - 4 + 16$$

$$= 4.g(x) + 12 //$$

$$f(x) \text{ için } \frac{x}{-1} + \frac{y}{3} = 1$$

$$(-3) \quad (1) \quad (3)$$

$$-3x + y = 3$$

$$f(x) = y = 3x + 3$$

$$g(x) \text{ için } \frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1$$

$$(-1) \quad (1) \quad (1)$$

$$-x + y = 1$$

$$g(x) = y = x + 1$$