

PERMÜTASYON (SIRALAMA)

PERMÜTASYON (SIRALAMA OLAYI)

Birbirinden farklı n tane nesnenin r tanesinin farklı her dizilişine (sıralanışına) n nesnenin r li permütasyonları denir ve

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (r \leq n)$$

biçiminde gösterilir.

n elemanlı, sonlu bir A kümesinin bütün n 'li permütasyonlarının sayısı $P(n, n) = n!$ dir.

KISA YOL

$P(n, r) = n$ 'den başlayıp birer azaltarak r tane sayıyı çarpımı

Örnek...1 :

$A = \{a, b, c\}$ kümesinin elemanlarının bütün permütasyonlarını yazınız.

abc, acb, bac, bca, cab, cba

Örnek...2 :

$P(n, 3) = 720$ ise n değeri kaçtır?

$$\frac{n!}{(n-3)!} = 720$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = 720$$

$$n(n-1)(n-2) = 720$$

→ ardışık 4 sayının çarpımı 720 olan sayı 8.9.10 bunun için de $n=10$ olur //

Örnek...3 :

$P(n+3, 2) = 72$ ise $P(n, n)$ kaçtır?

Kısasoldan

$$P(n+3, 2) = 72$$

$$(n+3)(n+2) = 72$$

ardışık iki sayının çarpımı 72 ise bunlar 8 ve 9'dur.

$$\begin{aligned} n+3 &= 9 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

$$P(n, n) = P(6, 6) = 6!$$

$$= 720 //$$

Örnek...4 :

4. $P(n, 2) = P(2n, 2) - 22$ ise n değeri kaçtır?

$$4 \cdot n(n-1) = 2n(2n-1) - 22$$

$$4n^2 - 4n = 4n^2 - 2n - 22$$

$$-4n + 2n = -22$$

$$-2n = -22$$

$$n = 11 //$$

Örnek...5 :

$A = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin 4 lü permütasyonlarının kaç tanesinde,

a) a harfi bulunur?

$$\{a, -, -, -\}$$

Buraya a dışında kalan 5 harften 3'ü

$$P(5, 3) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{ şekilde dir.}$$

b) c bulunmaz fakat a bulunur?

$$\{a, -, -, -\}$$

a harfi ve c harfi geriye kalan 4 harften

$$P(4, 3) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \text{ şekilde dir.}$$

c) a veya c bulunur?

$$\{a, -, -, -\}$$

= Tümünden a ve c olmayanlar çıkarılır.

$$= P(6, 4) - P(4, 4)$$

$$= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$= 360 - 24$$

$$= 336 //$$

Örnek...6 :

5 arkadaş yan yana durarak fotoğraf çektirecektir. Bu arkadaşlar kaç değişik poz verebilir?

$$P(5, 5) = 5! = 120 //$$

Örnek...7 :

3 edebiyat, 5 felsefe ve 7 tarih kitabı bir rafa yan yana kaç farklı şekilde dizilebilir?

A) $3! \cdot 5! \cdot 7!$

B) $3! \cdot 5! \cdot 7! \cdot 3!$

C) $15! \cdot 3!$

D) $15!$

E) 15

Hiçbir şart yok. Toplam $3+5+7=15$ kitabın rafa dizilmesi isteniyor.

$$P(15, 15) = 15! //$$

PERMÜTASYON (SIRALAMA)

Örnek...8 :

Kalınlıkları farklı 6 kitap bir rafa yan yana dizilecektir.

a) Kaç değişik biçimde dizilebilirler?

$$P(6,6) = 6! = 720$$

b) En ince 2 kitap yan yana gelecek biçimde kaç değişik şekilde dizilebilirler?

en ince iki kitap bağlanarak 4 kitap tek kitap yapılıp kalır. $\rightarrow$ 5 kitabın dizilişi $5!$
 Geri en ince iki kitabın kendi arasında yer değişimi
 cevap = $5! \cdot 2!$
 Top = 5 kitap

c) En ince 2 kitap yan yana gelmeyecek biçimde kaç değişik şekilde dizilebilirler?

= Tüm durumlar - en ince iki kitabın yan yana gelmesi

$$= 6! - 5! \cdot 2!$$

$$= 6 \cdot 5! - 5! \cdot 2$$

$$= 5! (6 - 2) = 4 \cdot 5! //$$

Örnek...

ÖZGÜR

kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek kendisi dışında anlamlı ya da anlamsız 5 harfli kaç kelime oluşturulabilir?

= Tüm - kendisi

$$= 5! - 1$$

$$= 120 - 1$$

$$= 119 //$$

Örnek...10 :

Yedi kişinin katıldığı 100 metre yarışında ilk 3 derece kaç farklı şekilde oluşabilir?

$$P(7,3) = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 //$$

7 kişiden 3 kişinin seçilip sıralanması

1.YOL

.N.N.N.N.N.N.

1. portre aradaki 7 yelden birine
 2. " " 6 " "
 3. " " 5 " "
 4. " " 4 " " yerleşebilir.

$$6! \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 //$$

Örnek...11 :

4 portre ile 6 naturmort resim bir sergide yan yana olacak şekilde aynı duvara asılacaktır. Portrelerin herhangi ikisinin yan yana gelmemesi koşuluyla resimler kaç farklı şekilde sergilenebilir?

2.YOL Bu tür sorularda önce naturmort resimleri $6!$ şekilde dütür, aralarına da portreleri yerleştirerek portrelerin yan yana gelmesini önleriz.

.N.N.N.N.N.N.

$$\text{cevap} = 6! \cdot P(7,4) = 6! \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 //$$

aradaki 7 tane noktalı yelden 4 tanesinin seçilip portrelerin dizilmesi

Örnek...12 :

"salih"

kelimesinin harfleri yer değiştirilerek 5 harfli kelimeler yazılırsa silah kelimesi alfabetik sırada baştan kaçınıcı olur? (ahıls 1. sıradadır) s, a, l, i, h arasında s 5. sıradadır. o zaman önce a, h, i, l ile başlayarak hesaplayalım.

a ile başlayan a ---- = $4! = 24$
 h " " h ---- = $4! = 24$
 i " " i ---- = $4! = 24$
 l " " l ---- = $4! = 24$
 s ile başlayanların diğer harflerine bakacağız. 96

$$s a \underline{3} \underline{2} \underline{1} = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$s h \underline{3} \underline{2} \underline{1} = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$s i \underline{3} \underline{2} \underline{1} = 2 \cdot 1 = 2$$

$$s i \underline{h} \underline{2} \underline{1} = 2 \cdot 1 = 2$$

Bu kelimeden sonraki $s i l \underline{1} \underline{1} = 1 \cdot 1 = 1$

Örnek...13 :

A={1,2,3,4,5,6}

kümesinin elemanlarını en çok bir defa kullanmak koşuluyla yazılan üç basamaklı sayılar küçükten büyüğe doğru dizilirse 452 baştan kaçınıcı sırada olur?

önce 400'e kadar olanları sayalım.

$$\underline{3} \underline{5} \underline{4} = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60 \text{ tane}$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

şimdi 400 - 449 arasını bulalım.

$$\underline{1} \underline{3} \underline{4} = 1 \cdot 3 \cdot 4 = 12 \text{ tane}$$

$$\left\{ \frac{1}{4} \right\} \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

450 ve sonrası sayalım.

$$\frac{1}{54} \frac{1}{53} \frac{1}{51} + \frac{1}{43} \frac{1}{55} \frac{1}{52} = 2 \text{ tane}$$

452 sayısı 60+12+2=74. sıradadır. //

96
 6
 6
 2
 2
 1
 113.
 kelime //

PERMÜTASYON (SIRALAMA)

DEĞERLENDİRME - 1 (PERMÜTASYON)

- 1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin üçlü permütasyonlarının kaç tanesinde 3 bulunur 5 bulunmaz?

$\{3, _, _ \}$
buraya
Şerh: kalan 5 rakamdan ikisi
 $P(5, 2) = 5 \cdot 4 = 20$
3'ün bulunabileceği 3 yer var.
cevap = $3 \cdot 20 = 60 //$

- 2) 5 kız, 3 erkek öğrenci bir sırada yanyana oturacaklardır. Kızlar kendi aralarında, erkekler kendi aralarında oturmak koşuluyla kaç farklı biçimde oturabilirler?

$$\text{cevap} = 2! \cdot 5! \cdot 3!$$

5 kız bağlanarak bir kız, 3 erkek bağlanarak 3 erkek gibi düşünülür. Dolayısıyla 2 kişi yerleştirmiş oluruz.
5 kızın kendi aralarında yer değişimi
3 erkeğin kendi aralarında yer değişimi

- 3) 4 Matematik öğretmeni ve 4 Fizik öğretmeni aynı dersin öğretmenleri yanyana gelmemek koşuluyla kaç farklı şekilde düz bir sırada hainde fotoğraf çektiler?

İki durum vardır.
mat'ciler başta + Fiz'ciler başta
 $= \frac{4!}{F} \frac{4!}{F} + \frac{4!}{F} \frac{4!}{F}$
 $= 4! \cdot 4! + 4! \cdot 4! = 2 \cdot 4! \cdot 4!$
mat'cilerin kendi aralarında değişimi
Fiz'cilerin kendi aralarında değişimi
yendekiyle aynı

- 4) Burak, Ceyda ve Meltem'in de aralarında bulunduğu 7 kişilik bir kantin sırasında

- a) Burak en fazla kaç durumda Ceyda'nın önündedir?

Tüm dizilimi $7! = 5040$ ise bunların yarısında burak önde, yarısında ceyda öndedir.

- b) Burak en fazla kaç durumda Ceyda'nın önünde ama Meltem'in arkasında olabilir?

Bu tür durumlarda Burak, Ceyda, Meltem istenen sırtta göre dizilip aralara diğer kişiler yerleştirilir.

Kantin . M . B . C .

4 kişinin bulunabileceği 4 yer var. Parşömen en sonunda olsun.

10. Sınıf Matematik Konu Anlatımı 2014-2015

Kantin . M . B . C . 4 . şeklinde olur.

Özaman 5. kişinin bulunabileceği 5 yer olur.

Boyle devam edilirse 6. kişi için 6 yer,

7. kişi için 7 yer vardır. Sonuç = $4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 //$

- 5) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin elemanlarını en çok bir defa kullanmak koşuluyla yazılan dört basamaklı sayılar küçükten büyüğe doğru dizilirse ortada kaç olur?

0 ile başlayamaz, 2, 3, 4, 5, 6 ile başlayabilir.

1 ile başlayan $\frac{1}{5!} \frac{6}{4!} \frac{5}{3!} \frac{4}{2!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

1 ile başlayan 120
2 ile başlayan 120
3 ile başlayan 120
4 ile başlayan 120
5 ile başlayan 120
6 ile başlayan 120
360 tane
Tam ortada sayı yoktur. //

- 6) Selin ile Merve'nin de aralarında bulunduğu n kişi düz bir sıraya oturacaklardır. Selin ile Merve'nin yan yana olmadığı 480 farklı dizilim olduğuna göre, n kaçtır?

= Tüm durumlar - Selin merve yanyana = 480

$$= n! - (n-1)! \cdot 2! = 480$$

$$= n(n-1)! - (n-1)! \cdot 2 = 480$$

$$= (n-1)! \cdot (n-2) = 480$$

480'e en yakın faktoriyel

120!'dir. $n=6$ için

$5! \cdot 4 = 480$ sağlanır.

- 7) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları kullanarak yazılabilecek beş basamaklı sayıların kaç tanesinde asal rakamlar soldan sağa artan sırada bulunur?

asal rakamlar soldan sağa artan sırada

2, 3, 5 şeklinde. Diğerleri aralara yazılır.

1 için 4 yer var. 1'i bir yere yazdıktan

sonra da 4 için 5 yer olur.

$$\text{cevap} = 4 \cdot 5 = 20$$

- 8) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 sayılarıyla en az iki basamağındaki sayılar aynı olan 4 basamaklı kaç farklı sayı yazılır?

= Tüm 5 - Tüm rakamları farklı

$$= (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) - (7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4)$$

$$= 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 - 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$= 7^4 - 840 //$$

en az iki bas. aynı demek 2, 3 ve 4 bas aynı olan demek. Tümünden hepsinin farklı olmasını çıkarırız.

NOT

Bu sorunun çözümünü Video'dan da izlemenizi tavsiye ederiz.

