

ANALİTİK GEOMETRİ - 3

(DOĞRULARIN DURUMU - NOKTANIN DOĞRUYA UZAKLIĞI - DEĞERLENDİRME)

İKİ DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE DURUMU

DURUM 1 PARALEL DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğruları paralel doğrular ise eğimleri eşittir.

Yani $d_1 // d_2 \Rightarrow m_1 = m_2$

$$\text{Ayrıca } \begin{cases} d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow d_1 // d_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Örnek...1 :

$mx + 3y + 12 = 0$ ve $2x - 5y + 3 = 0$ doğruları paralelse m kaçtır?

$$\frac{m}{2} = \frac{3}{-5} \Rightarrow -5m = 6 \\ m = -6/5$$

Örnek...2 :

$4x - 2y + 1 = 0$ ve $(p+q)x + qy - r = 0$ doğruları paralelse q 'nin p türünden eşiti nedir?

$$\frac{4}{p+q} = \frac{-2}{q} \Rightarrow 2q = -p - q \\ 3q = -p \\ q = -p/3$$

Örnek...3 :

$3x + 4y - 2 = 0$ doğrusuna paralel ve $A(3, -1)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

doğru $3x + 4y + c = 0$ biçimindedir.
nkte doğruya sahiptir

$$3 \cdot 3 + 4 \cdot (-1) + c = 0$$

$$9 - 4 + c = 0 \\ c = -5$$

$$3x + 4y - 5 = 0$$

DURUM 2 ÇAKIŞIK DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğruları çakışık doğrular ise bu doğrulardan birinin katı alınarak diğeri elde edilebilir.

Yani d_1, d_2 çakışık doğrular ise

$$d_1 = m \cdot d_2 \quad (m \in \mathbb{R} - \{0\})$$

d_1, d_2 çakışık doğrular ve

$$\begin{cases} d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \text{ için } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = k$$

Örnek...4 :

$4x + 7y + 3 = 0$ ve $qy + px + 12 = 0$ doğruları çakışık ise q ile p nin geometrik ortalaması nedir?

$$\frac{4}{q} = \frac{7}{p} = \frac{3}{12} \Rightarrow p = 28 \\ q = 16 \\ \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{16 \cdot 28} = 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{7} \\ = 16\sqrt{7}$$

DURUM 3 KESİŞEN DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğrularının eğimleri aynı değil ise bu doğrular A gibi herhangi bir bir noktada kesişir.

$$\text{Yani } m_1 \neq m_2 \Rightarrow d_1 \cap d_2 = \{A\}$$

Örnek...5 :

$ax - by + 2 = 0$ ve $2x + 5y + 3 = 0$ doğruları kesişiyorsa $\frac{a}{b}$ kaç olamaz?

$$\frac{a}{2} \neq \frac{-b}{5} \quad \frac{a}{b} \neq \frac{-2}{5}$$

ANALİTİK GEOMETRİ - 3

(DOĞRULARIN DURUMU - NOKTANIN DOĞRUYA UZAKLIĞI - DEĞERLENDİRME)

ÖZEL DURUM : DİK DURUMLU DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğruları dik doğrular ise bu doğruların eğimleri çarpımı -1 dir.

Yani $d_1 \perp d_2$ dik doğrular ise $m_1 \cdot m_2 = -1$

d_1, d_2 dik doğrular ve

$$\begin{cases} d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \text{ için } \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2} = -1$$

Örnek...6 :

$y = 2x - 3$ ve $mx + 3y - 2n = 0$ doğruları dikse m kaçtır?

$$m_1 = 2 \quad m_2 = -\frac{m}{3} \quad m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$2 \cdot \left(-\frac{m}{3}\right) = -1 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

Örnek...7 :

$d_1 : 2x - 3y + 1 = 0$ doğrusuna paralel doğru
 $d_2 : (3a - 2)x + 4y - 1 = 0$ doğrusuna dikse a kaçtır?

$$\begin{aligned} & (d_1 \parallel d_3) \perp d_2 \quad m_1 \cdot m_2 = -1 \\ & m_{d_3} = \frac{2}{3} \\ & m_{d_2} = -\frac{(3a-2)}{4} = -\frac{3}{2} \\ & a = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

Örnek...8 :

$d_1 : (m+1)x + (m-1)y + 4 = 0$ ve
 $d_2 : mx + 4y - 3 = 0$ doğruları dikse m kaçtır?

$$\begin{aligned} m_1 \cdot m_2 &= -1 \\ \frac{-(m+1)}{m-1} \cdot \frac{-m}{4} &= -1 \\ m^2 + m &= -4m + 4 \Rightarrow m^2 + 5m - 4 = 0 \\ \left(m + \frac{5}{2}\right)^2 &= \frac{41}{4} \\ m &= \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{2} \end{aligned}$$

Örnek...9 :

$d : 5x - 3y - 237 = 0$ doğrusuna dik ve $A(1,2)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

$$m_1 = \frac{5}{3} \Rightarrow m_2 = -\frac{3}{5}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$\begin{aligned} y - 2 &= -\frac{3}{5}(x - 1) \Rightarrow 5y - 10 = -3x + 3 \\ 3x + 5y - 13 &= 0 \end{aligned}$$

Örnek...10 :

Dik koordinat düzleminde, $2x - my + 1 = 0$ doğrusuna dik olan doğru $A(5,2)$ noktasından geçen $mx - ny + 1 = 0$ doğrusuna paralelse n kaçtır?

$$m_1 = \frac{2}{m} \quad m_2 = \frac{m}{n}$$

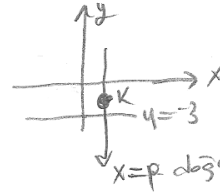
bahsedilen doğru m_1 'e dik m_2 ye paralel (d_3)

$$m_3 \cdot m_1 = -1 \Rightarrow m_3 = -\frac{m}{2}$$

$$m_3 = m_2 \Rightarrow m_3 = \frac{m}{n} \Rightarrow -\frac{m}{2} = \frac{m}{n} \Rightarrow n = -2$$

Örnek...11 :

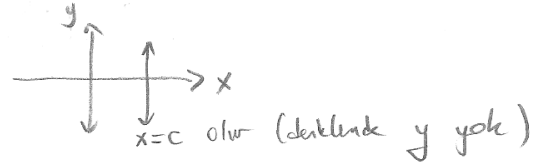
$y = -3$ doğrusuna dik ve $K(3, -2)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?



$K(3, -2) \rightarrow x = p$ üzerinde ise doğru denkleminin $x = 3$ tür

Örnek...12 :

$(a-2)x + (a+3)y - 8 = 0$ doğrusu x eksenine dikse x eksenini hangi noktada keser?



$$a + 3 = 0 \rightarrow a = -3$$

$$\text{doğru denkleminin } -5x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow 5x = -8$$

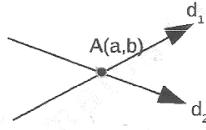
$$x = -\frac{8}{5}$$

ANALİTİK GEOMETRİ - 3

(DOĞRULARIN DURUMU - NOKTANIN DOĞRUYA UZAKLIĞI - DEĞERLENDİRME)

KESİM NOKTASI

İki doğru eğimleri eşit değilse kesişir. Şekli inceleyiniz.



Kesim noktasını bulmak için denklemlerin ortak çözümünü araştırılarak (yok etme, yerine koyma) bulunur.

Örnek...13 :

$y-x+2=0$ ve $x+2y+13=0$ doğrularının kesim noktalarını bulunuz?

$$\begin{aligned} y-x+2 &= 0 \\ + \quad x+2y+13 &= 0 \\ \hline 3y+15 &= 0 \rightarrow y = -5 \rightarrow -5-x+2=0 \\ &\quad \quad \quad x = -3 \\ &\quad \quad \quad K(-3, -5) \end{aligned}$$

Örnek...14 :

$3x-2y+1=0$ ve $x+y-3=0$ ve $2x-y-p=0$ doğruları bir noktadan geçiyorsa p kaçtır?

$$\begin{aligned} 3x-2y+1 &= 0 \\ 2 / \quad x+y-3 &= 0 > \text{kesim noktası diğer doğru üzerinde dolaşır} \\ \hline 5x-5 &= 0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=2 \\ (1,2) \rightarrow 2 \cdot 1 - 2 - p &= 0 \rightarrow p = 0 \end{aligned}$$

Örnek...15 :

$2x+y-3=0$ ile $2x-y+d=0$ doğruları 2. açıortay üzerinde kesişiyorsa d kaçtır?

$$\begin{aligned} 2x+y-3 &= 0 \\ - / \quad y+x &= 0 \quad \downarrow \quad y = -x \\ \hline x-3 &= 0 \rightarrow x=3 \rightarrow y = -3 \\ (3, -3) \rightarrow 2x-y+d &= 0 \text{ üzerinde dir,} \\ 2 \cdot 3 - (-3) + d &= 0 \rightarrow d = -9 \end{aligned}$$

Örnek...16 :

Köşeleri A(1,2), B(3,4) ve C(-2,5) olan ABC üçgeninde C köşesine ait yüksekliği üzerinde bulunduran doğrunun denklemi nedir?

$$\begin{aligned} &A(1,2) \quad B(3,4) \quad C(-2,5) \\ &[CH] \perp [AB] \\ &m_{CH} \cdot m_{AB} = -1 \\ &m_{AB} = \frac{4-2}{3-1} = 1 \\ &m_{CH} = -1 \\ &y-y_0 = m(x-x_0) \rightarrow y-5 = -1(x-(-2)) \Rightarrow y = -x+3 \end{aligned}$$

Örnek...17 :

$6x-3y+15=0$ ve $5x+2y-1=0$ doğrularının geçtiği nokta ve orijinden geçen doğrunun denklemi nedir?

$$\begin{aligned} \text{Not} \quad d_1 \text{ ve } d_2 \text{ gibi doğruların kesim noktasından geçen tüm doğrular } d_1 + k \cdot d_2 = 0 \quad (k \in \mathbb{R}) \text{ ile ifade edilir!} \\ 6x-3y+15 + k \cdot (5x+2y-1) = 0 \quad k \in \mathbb{R} \\ \text{doğru orijinden geçiyorsa } (0,0) \text{ denklem sağlar} \\ \Rightarrow 15-k=0 \rightarrow k=15 \rightarrow 81x+27y=0 \\ 3x+y=0 \end{aligned}$$

Örnek...18 :

$x-y+2=0$ ile $2x+y+1=0$ doğrularının kesim noktasını orijine birleştiren doğru parçasına dik durumlu olan doğrunun eğimi kaçtır?

$$\begin{aligned} x-y+2 &= 0 \\ + \quad 2x+y+1 &= 0 \\ \hline 3x+3 &= 0 \rightarrow x=-1 \rightarrow y=1 \quad K(-1,1) \\ \text{istenilen doğru } [OK] \text{ ya da } [OK] \rightarrow m \cdot m' &= -1 \\ m_{OK} &= \frac{1-0}{-1-0} = -1 \quad m_{istenen} = 1 \\ m &= 1 \end{aligned}$$

Örnek...19 :

$x+y+1=0$, $x-y+4=0$ doğrularının kesim noktasından geçen ve $2x+3y+13=0$ doğru-suna paralel olan doğrunun denklemi?

$$\begin{aligned} x+y+1 &= 0 \\ x-y+4 &= 0 \\ \hline 2x+5 &= 0 \rightarrow x = -\frac{5}{2} \rightarrow y = \frac{3}{2} \\ 2x+3y+C &= 0 \text{ istenilen doğru denklemi olsun.} \end{aligned}$$

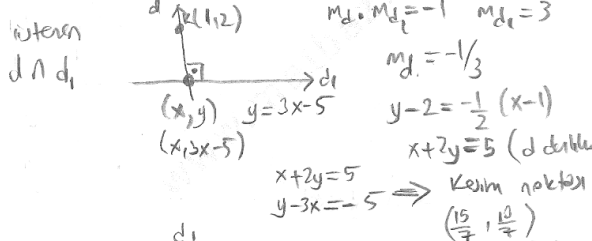
$$\begin{aligned} \left(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right) \text{ denklem sağlar} \quad -\frac{10}{2} + \frac{9}{2} + C &= 0 \quad \frac{3}{5} \\ C &= +\frac{1}{2} \\ 2x+3y+\frac{1}{2} &= 0 \end{aligned}$$

ANALİTİK GEOMETRİ - 3

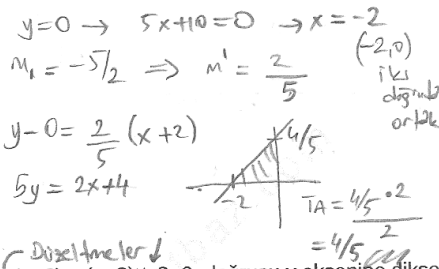
(DOĞRULARIN DURUMU - NOKTANIN DOĞRUYA UZAKLIĞI - DEĞERLENDİRME)

DEĞERLENDİRME

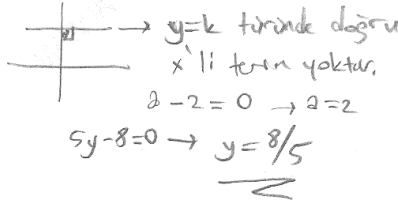
- 1) $y-3x+5=0$ doğrusuna ait ve $K(1,2)$ noktasına en yakın noktanın koordinatları toplamı kaçtır?



- 2) $5x+2y+10=0$ doğrusu ile Ox eksenini dik kesen doğrunun eksenlerle oluşturduğu üçgenin alanı kaç birim karedir?



- 3) $(a-2)x + (a+3)y - 8 = 0$ doğrusu y eksenine dikse y eksenini hangi noktada keser?



- 4) $y-x+2=0$ ve $2x+3y+1=0$ doğrularının kesim noktalarını bulunuz

$2/y-x+2=0$
 $2x+3y+1=0$
 $5y+5=0 \rightarrow y=-1 \Rightarrow x=1$
 $(x,y)=(1,-1)$

- 5) $x+y-3=0$ ile $x-y-2=0$ doğruları A noktasında kesişiyor. Bu doğrunun x eksenini kestiği noktalar sırasıyla B ve C olsun. ABC üçgeninin ağırlık merkezi koordinatlarını bulunuz

$x+y-3=0$
 $x-y-2=0$
 $x=5/2 \Rightarrow y=1/2$
 $y=0 \rightarrow x_1=3$ (3,0)
 $y=0 \rightarrow x_2=2$ (2,0)

A(5/2, 1/2) B(3,0) C(2,0)

$G(\frac{5/2+3+2}{3}, \frac{1/2+0+0}{3}) = G(\frac{15/2}{3}, \frac{1/2}{3}) = G(\frac{5}{2}, \frac{1}{6})$

- 6) $2x-3y+5=0$ ve $6x+y+2=0$ doğrularının geçtiği noktadan geçen ve birinci açıortaya dik doğrunun denklemi nedir?

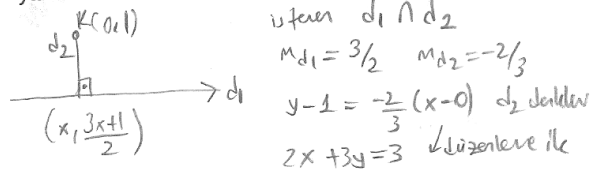
$y=x \rightarrow$ 1. açıortay $m=1$ $M_1'=-1$ ($m, m'=-1$)

$2x-3y+5+k \cdot (6x+y+2)=0$

$M_1' = \frac{-2-6k}{-3+k} = -1 \Rightarrow 6k+2=k-3$
 $k=-1$

$2x-3y+5-6x-y-2=0 \rightarrow -4x-4y+3=0$
 $4x+4y-3=0$

- 7) $3x-2y+1=0$ doğrusunun $K(0,1)$ noktasına en yakın noktasının koordinatı nedir?



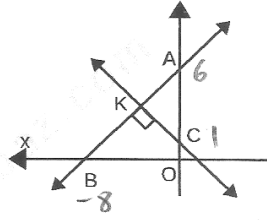
$2x+3y=3$
 $3x-2y+1=0$

$x=\frac{3}{13}$ $y=\frac{11}{13}$ $(\frac{3}{13}, \frac{11}{13})$

- 8) $ax+y+1=0$, $2x-3y+4=0$ doğrularının sadece bir noktası ortaksa a kaç olamaz?

$\frac{a}{2} \neq \frac{1}{-3} \rightarrow a \neq -2/3$

- 9) Şekilde A(6,0)
B(-8,0) ve C(0,1)
veriliyor
AB ⊥ KC ise K
kesim noktasının
koordinatlarını
bulunuz.



$$m_{AB} = \frac{0-0}{-8-6} = 0 \quad \frac{x}{-8} + \frac{y}{6} = 1 \quad (AB)$$

$$m_{AB} \cdot m_{KC} = -1 \Rightarrow m_{KC} = -4/3$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 1 = -\frac{4}{3}(x - 0) \rightarrow 3y - 3 = -4x$$

$$3/4x + 3y - 3 = 0$$

$$4/ -3x + 4y = 24 \quad (d_{AB})$$

$$25y = 105 \rightarrow y = \frac{105}{25} = \frac{21}{5}$$

$$x = -12/5$$

$$\left(-\frac{12}{5}, \frac{21}{5}\right)$$

- 10) a bir reel değişken olmak üzere,
(a-2)x + (a+3)y - 12 = 0 doğrularının geçtiği sabit
noktanın koordinatları çarpımı kaçtır?

$$a = 2 \Rightarrow 5y - 12 = 0 \quad y = 12/5$$

$$a = -3 \Rightarrow -5x - 12 = 0 \quad x = -12/5$$

$$x \cdot y = \frac{-144}{25}$$

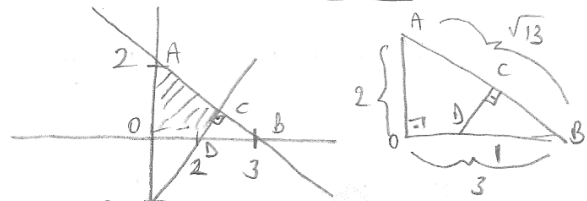
- 11) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ile $\frac{x}{a} - \frac{y}{3} = 1$ dik doğruları ile eksenler
arasında kalan bölgenin alanı kaç birim
karedir?

$$m_1 = \frac{-1/3}{1/2} = -2/3$$

$$m_2 = \frac{-1/2}{-1/3} = 3/2$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow -\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = -1$$

$$a = 2$$



$$\triangle AOB \sim \triangle DCB \rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

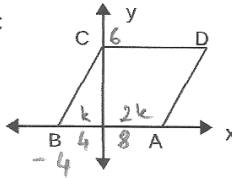
$$A(\triangle AOB) = 3b^2$$

$$\frac{A(\triangle BDC)}{A(\triangle AOB)} = \frac{1}{9} = \frac{A(\triangle BDC)}{3} \Rightarrow A(\triangle BDC) = \frac{3}{13}$$

$$A(\triangle BDC) = 3/13$$

$$A(\triangle AOB) = 3 - 3/13 = \frac{36}{13}$$

- 12) Şekilde BADC
paralelkenar ve BC
doğrusunun denk-
lemi $2y - 3x = 12$ dir.
2. $|BO| = |AO|$ ise AD
doğrusunun denk-
lemine bulunuz



$$2y - 3x = 12 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 6$$

$$y = 0 \rightarrow x = -4$$

$$A(8,0)$$

$$BC \parallel AD \Rightarrow d_{AD} : 2y - 3x = c$$

$$\text{ve } A(8,0) \rightarrow 2 \cdot 0 - 3 \cdot 8 = c$$

$$c = -24$$

$$d_{AD} : 2y - 3x = -24$$

2