

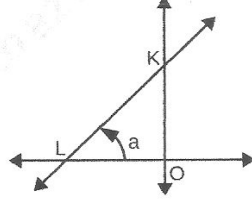
ANALİTİK GEOMETRİ – 2

(DOĞRUNUN EĞİMİ VE EĞİM AÇISI – DOĞRU DENKLEMLERİ – DEĞERLENDİRME)

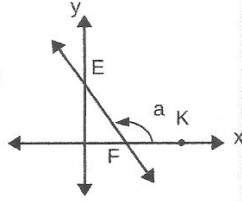
EĞİM KAVRAMI

Bir doğrunun Ox eksenine ile yaptığı pozitif yönlü açıya doğrunun eğim açısı denir. Şekli inceleyiniz.

Şekildeki KL doğrusunun eğim açısı OKL açısı olup eğim açısının ölçüsü de a dir.



Şekildeki EF doğrusunun eğim açısı EFK açısı olup eğim açısının ölçüsü de a dir.

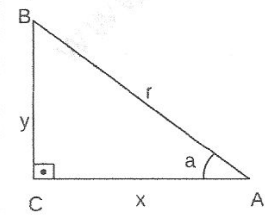


DOĞRUNUN EĞİMİ

Eğim açısının tanjant değerine doğrunun eğimi denir.

HATIRLATMA

1)



$$\tan a = \frac{y}{x}$$

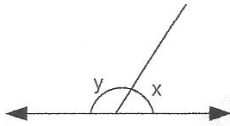
$0^\circ < a < 90^\circ$ ise

$\tan a > 0$ dir.

$90^\circ < a < 180^\circ$ ise

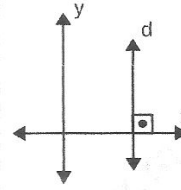
$\tan a < 0$ dir.

2)

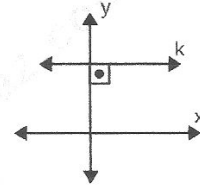


$\tan y = -\tan x$ dir.

UYARI



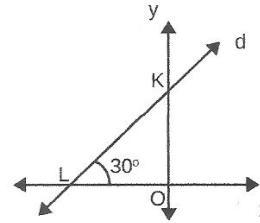
d doğrusunun eğimi **tanımsızdır**.



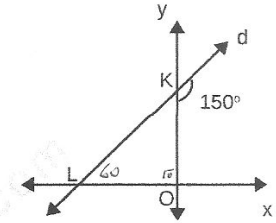
k doğrusunun eğimi **sıfırdır**.

Örnek...1 :

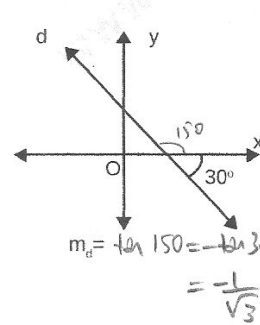
Şekildeki doğruların eğimlerini bulunuz.



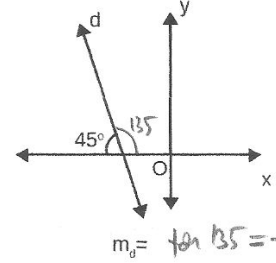
$$m_d = \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



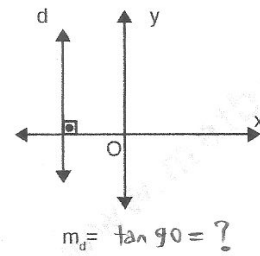
$$m_d = \tan 150 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$



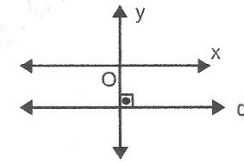
$$m_d = \tan 150 = -\tan 30 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$m_d = \tan 135 = -1$$



$$m_d = \tan 90 = ?$$

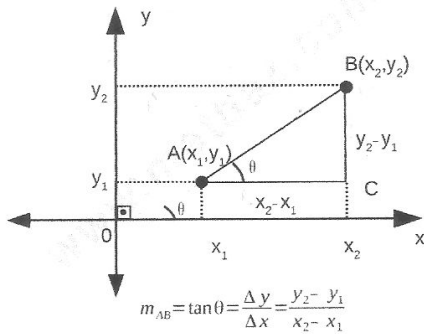


$$m_d = \tan 0 = 0$$

ANALİTİK GEOMETRİ – 2

(DOĞRUNUN EĞİMİ VE EĞİM AÇISI – DOĞRU DENKLEMLERİ – DEĞERLENDİRME)

İKİ NOKTASI BİLİNER DOĞRUNUN EĞİMİ



Örnek...2 :

K(3, 5) ve B(-2, 6) noktalarından geçen doğrunun eğimini bulunuz?

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-5}{-2-3} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

Örnek...3 :

K(1, -3) ve M(y, 4) noktalarından geçen doğrunun eğimi -2 ise y kaçtır?

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-(-3)}{y-1} = -2 \quad \begin{array}{l} -2y+2=7 \\ y=-5/2 \end{array}$$

Örnek...4 :

A(1, -3), B(-3, 2) ve C(m, 4) noktaları bir üçgenin köşeleri değilse (doğrusalsa) m kaçtır?

$$m_{AC} = m_{AB} = m_{BC} \Rightarrow \frac{2+3}{-3-1} = \frac{4-2}{m+3}$$

$$5m+15 = -8 \Rightarrow m = -\frac{23}{5}$$

Örnek...5 :

K(3m, m+2n) ve L(m+5, 2n) noktalarından geçen doğru x eksenini ile pozitif yönde 45° lik açı yapıyorsa m kaçtır?

$$m_{KL} = \tan 45 = 1 = \frac{2n+m-2n}{3m-m-5} = \frac{m}{2m-5} = 1$$

$$2m-5 = m \Rightarrow m = 5$$

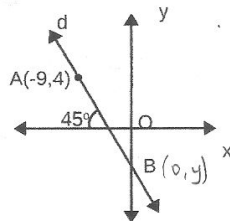
Örnek...6 :

Şekle göre B noktasının ordinatı kaçtır?

$$m_{AB} = \tan 135 = -1$$

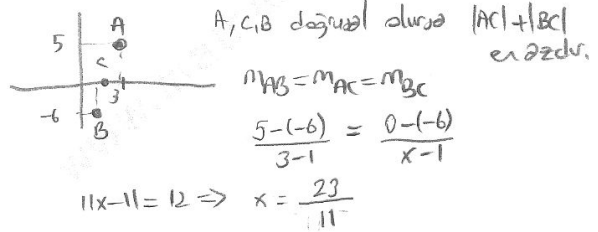
$$\frac{y-4}{0-(-9)} = -1$$

$$\begin{array}{l} y-4=-9 \\ y=-5 \end{array}$$



Örnek...7 :

Dik koordinat düzleminde A(3,5), B(1,-6) ve O_x ekseninde bir C noktası veriliyor. C(x,0) |AC| + |BC| toplamı en az kaç birimdir?



DOĞRU DENKLEMİ

Bir doğru üzerindeki tüm (x,y) ikililerini birbirine bağlayan bağıntıya doğrunun denklemi denir. Doğru denklemleri genel olarak $ax+by+c=0$ biçiminde olup a, b, c rastgele sabitlerdir.

Örnek...8 :

$y-2x+3=0$ doğrusu üzerindeki nokta A(m, m-1) ise, m kaçtır?

$$\begin{array}{l} m-1-2m+3=0 \\ -m+2=0 \rightarrow m=2 \end{array}$$

Örnek...9 :

A(-2,3) ve B(8,5) noktalarının orta noktasından geçen doğrunun denklemi $y=m.x+1$ ise m kaçtır?

$$\text{Orta nokta } \left(\frac{-2+8}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (3, 4)$$

$$4 = 3m+1 \rightarrow 3m=3 \rightarrow m=1$$

Örnek...10 :

Dik koordinat düzleminde $y = x+3$ doğrusu üzerinde bulunan ve orijine $3\sqrt{5}$ birim uzaklıkta olan noktanın koordinatları ne olabilir?

Nokta $(x, x+3)$ dir.

$$\sqrt{x^2 + (x+3)^2} = 3\sqrt{5}$$

$$x^2 + x^2 + 6x + 9 = 45$$

$$2x^2 + 6x - 36 = 0$$

$$x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$(x+6)(x-3) = 0$$

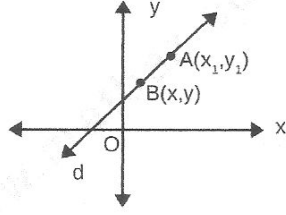
$x = -6$
 $x = 3$

Nokta $(-6, -3)$ veya $(3, 6)$ olabilir

ANALİTİK GEOMETRİ - 2

(DOĞRUNUN EĞİMİ VE EĞİM AÇISI - DOĞRU DENKLEMLERİ - DEĞERLENDİRME)

A) EĞİMİ VE BİR NOKTASI BİLİNER DOĞRUNUN DENKLEMİ



Doğruya ait olan noktalardan eğim $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ olarak elde edileceğinden buradan doğrunun denklemi de $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$ olarak elde edilir

Örnek...11 :

K(2, -3) noktasından geçen ve eğimi 4 olan doğrunun denklemini bulunuz?

$$A(x, y) \quad \frac{y+3}{x-2} = 4 \rightarrow y+3 = 4x-8$$

$$y = 4x - 11$$

Örnek...12 :

Eğimi 3 olup A(2,10) noktasından geçen doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatları toplamı kaçtır?

$$y - 10 = 3(x - 2)$$

$$y = 3x + 4 \rightarrow x = 0 \quad y = 4$$

$$\rightarrow y = 0 \quad x = -4/3$$

$$+$$

$$x + y = 8/3$$

Örnek...13 :

A(1,5) noktasından geçen ve eğim açısı 60 derece olan doğrunun denklemini bulunuz?

$$m = \tan 60 = \sqrt{3}$$

$$y - 5 = \sqrt{3}(x - 1)$$

$$y = \sqrt{3}x + 5 - \sqrt{3}$$

Örnek...14 :

Dik koordinat düzleminde, O_x eksenini ile pozitif yönde 135° lik açı yapan ve P(7, -2) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

$$m = \tan 135 = -1$$

$$y - (-2) = -1(x - 7)$$

$$y + 2 = -x + 7$$

$$y = -x + 5$$

Örnek...15 :

Eğimi -5 olan bir doğru üzerinde alınan iki noktanın apsisi farkı 3 ise ordinatları farkı kaçtır?

$$\text{slope} = -5$$

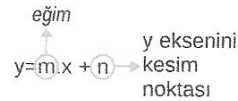
$$\frac{\Delta y}{3} = -5 \Rightarrow \Delta y = -15$$

B) İKİ NOKTASI BİLİNER DOĞRUNUN DENKLEMİ

K(x_1, y_1) ve L(x_2, y_2) noktalarından geçen doğrunun önce eğimi $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ olarak bulunur. Sonra verilen noktalardan istenilen herhangi biri, bir noktası ve eğimi bilinen doğru denkleminde yerine yazılabilir ve buradan doğrunun denklemi de $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$ olarak elde edilir.

NOT

$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$ doğru denklemi genelde düzenlenerek $y = mx + n$ olarak yazılır.



Örnek...16 :

K(3, 2) ve L(4, 6) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

$$m = \frac{6-2}{4-3} = \frac{4}{1} = 4$$

$$y - 2 = 4(x - 3) \rightarrow y = 4x - 10$$

ANALİTİK GEOMETRİ - 2

(DOĞRUNUN EĞİMİ VE EĞİM AÇISI - DOĞRU DENKLEMLERİ - DEĞERLENDİRME)

Örnek...17 :

A(3,6) noktasından ve orijinden geçen doğrunun denklemi nedir?

$$m = \frac{6-0}{3-0} = 2$$

$$y - 6 = 2(x - 3) \rightarrow y = 2x$$

$$\frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2} \Rightarrow \frac{y-6}{6-0} = \frac{x-3}{3-0} \rightarrow y = 2x$$

NOT

$ax+by+c=0$ denkleminin eğimini bulmak için y yalnız iken x in katsayısını buluruz. Düzenleme sonucunda $ax+by+c=0$ doğrusunun eğimi $m = \frac{-a}{b}$ olarak elde edilir.

Örnek...18 :

$3x-4y+19=0$ doğrusunun eğimi m_1 ve $x+4y+63=0$ doğrusunun eğimi m_2 ise m_1+m_2 toplamı kaçtır?

$$m_1 = 3/4 \quad m_2 = -1/4$$

$$\frac{3}{4} + (-\frac{1}{4}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Örnek...19 :

Dik koordinat düzleminde

$$3x + 5y - 19 = 0$$

$$-12x + 3y - 12 = 0$$

$$5x + y + \sqrt{2} = 0$$

$$4x - 4\sqrt{2}y + 7 = 0$$

denklemleri ile verilen doğrulardan hangilerinin O_x eksenine ile yaptığı pozitif yönlü açı dar açıdır?

$$m_1 < 0 \text{ geniş açı}$$

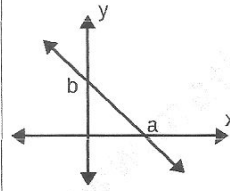
$$m_2 > 0 \text{ dar açı}$$

$$m_3 < 0 \text{ dar açı}$$

$$m_4 > 0 \text{ geniş açı}$$

C) ÖZEL DOĞRU DENKLEMLERİ

1) EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTALAR BİLİNEN DOĞRUNUN DENKLEMİ

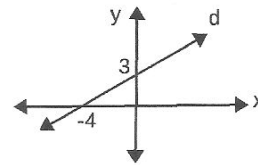


x eksenini $A(a,0)$ ve y eksenini $B(0,b)$ noktalarında kesen doğrunun denklemi kısaca $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ olarak yazılabilir.

Örnek...20 :

Doğruların denklemlerini bulunuz?

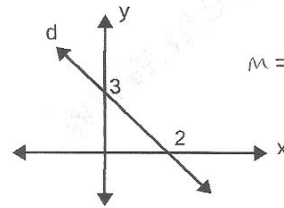
1)



$$m = 3/4 \quad K(0,3) \text{ den geç}$$

$$y - 3 = \frac{3}{4}(x - 0)$$

2)



$$m = -3/2 \quad K(0,3) \text{ den geç}$$

$$y - 3 = -\frac{3}{2}(x - 0)$$

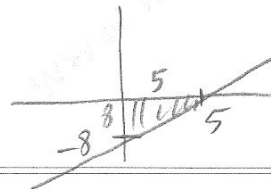
Örnek...21 :

$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ doğrunun eğimi kaçtır?

$$m = \frac{-1/3}{1/4} = -4/3$$

Örnek...22 :

$\frac{x}{5} - \frac{y}{8} = 1$ doğrunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?



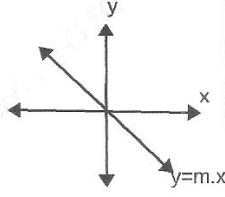
$$A = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20$$

ANALİTİK GEOMETRİ - 2

(DOĞRUNUN EĞİMİ VE EĞİM AÇISI - DOĞRU DENKLEMLERİ - DEĞERLENDİRME)

2) ORIJİNDEN GEÇEN DOĞRULAR

Orijinden geçen doğruların genel denklemi $y=m.x$ tir.



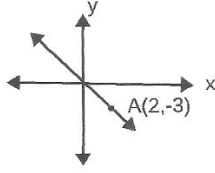
Örnek...23 :

Şekildeki doğrunun denklemini yazınız?

$$y = mx$$

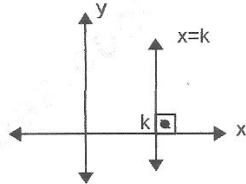
$$-3 = 2m \rightarrow m = -3/2$$

$$y = -\frac{3}{2}x \rightarrow 2y = -3x \rightarrow 3x + 2y = 0$$

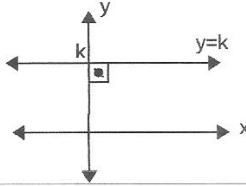


3) EKSENLERE DİK (PARALEL) DOĞRULAR.

i) x eksenine dik (y eksenine paralel) doğruların denklemleri $x=k$ biçimindedir.



ii) y eksenine dik (x eksenine paralel) doğruların denklemleri $y=k$ biçimindedir.



Örnek...24 :

A(a+2, b) B(2a-3, c) noktalarından geçen doğru y eksenine paralelse a kaçtır?

$$m = \infty$$

$$\frac{b-c}{(a+2)-(2a-3)} = 0$$

$$-a+5=0 \Rightarrow a=5$$

Örnek...25 :

K(b-2, b+1) ve L(4+b, 2b+5) noktalarından geçen doğru x eksenine paralelse |KL| kaç birimdir?

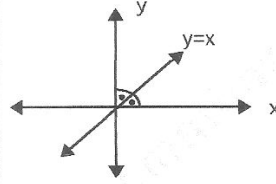
$$m = 0$$

$$\frac{2b+5-b-1}{4+b-b+2} = 0 \Rightarrow b+4=0$$

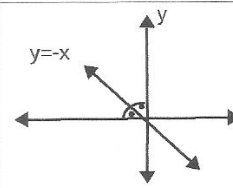
$$b = -4$$

4) AÇIORTAY DENKLEMLERİ

i) 1. AÇIORTAY DOĞRUSU

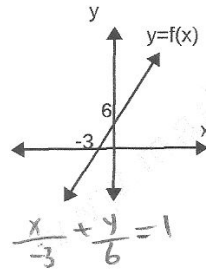


ii) 2. AÇIORTAY DOĞRUSU

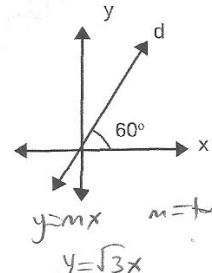


Örnek...26 :

Doğruların denklemlerini yazınız.



$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{6} = 1$$



$$y = mx$$

$$m = \tan 60 = \sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3}x$$

Örnek...27 :

Ox eksenini -3' te Oy eksenini 5' te kesen doğrunun denklemini bulunuz?

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{5} = 1$$

Örnek...28 :

$t \in \mathbb{R}$ olsun. A(t+3, 3t-2) noktalarından geçen doğrunun denklemini nedir?

$$x = t+3 \rightarrow x-3=t$$

$$y = 3t-2$$

$$y = 3(x-3)-2$$

$$y = 3x-11$$

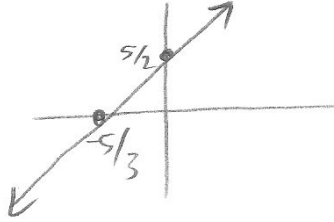
DOĞRUNUN GRAFİĞİNİN ÇİZİMİ

Bir doğru farklı iki noktayla belirlendiğinden grafik çizilirken doğruya ait iki nokta bulunur ve bu noktalardan geçecek şekilde doğru çizilir. Genelde $x=0$ için y değerini ve $y=0$ için x değerini bularak eksenleri kestiği noktalarla grafikleri çizeriz.

Örnek...29 :

$3x-2y+5=0$ doğrusunun grafiğini çiziniz?

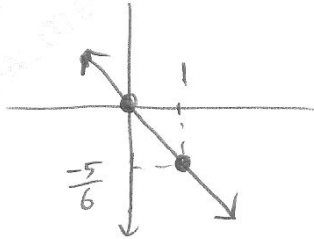
x	y
0	$5/2$
$-5/3$	0



Örnek...30 :

$5x+6y=0$ doğrusunun grafiğini çiziniz?

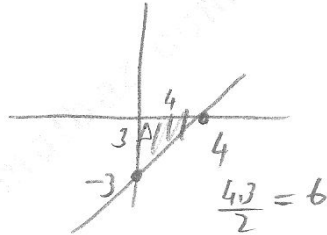
x	y
0	0
1	$-5/6$



Örnek...31 :

$6x-8y-24=0$ doğrusunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

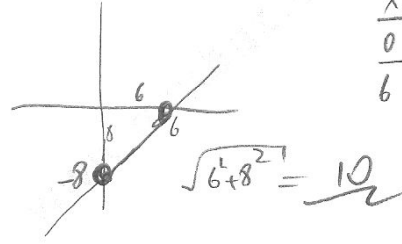
x	y
0	-3
4	0



Örnek...32 :

$4x-3y-24=0$ doğrusunun eksenlerle bölünen parçasının uzunluğu kaç birimdir?

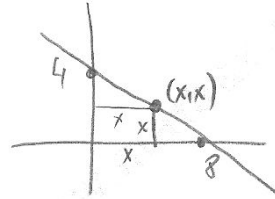
x	y
0	-8
6	0



Örnek...33 :

Bir köşesi $x+2y-8=0$ doğrusu diğer kenarları x ve y ekenleri üzerinde olan karenin alanı kaç br^2 dir?

x	y
0	4
8	0



$$x+2y-8=0$$

$$3x=8$$

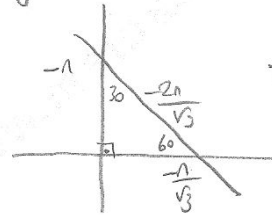
$$x=8/3$$

$$A = \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{64}{9}$$

Örnek...34 :

$\sqrt{3}x+y+n=0$ doğrusunun birinci bölgede kalan parçası $8\sqrt{3}$ birim ise orijinin bu doğruya uzaklığı kaç birimdir?

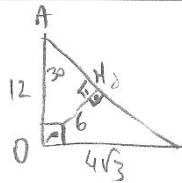
x	y
0	-n
$-n/\sqrt{3}$	0



$$\frac{-n}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

$$-n = 24$$

$$n = -12$$



$$A_{OH} \text{ da } |OH| = 6 \text{ br}$$

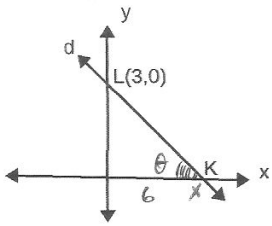
DEĞERLENDİRME - 1

- 1) K(3m, m+2n) ve L(m+5, 2n) noktasından geçen doğru x eksenini pozitif yönde 45° lik açı yapıyorsa m kaçtır?

$$m_{KL} = 1 = \frac{m+2n-2n}{3m-m-5} \Rightarrow m = 2n-5$$

$$m = 5$$

2)



Şekildeki doğrunun eğimi -0,5 ise A(OKL) kaç birim karedir?

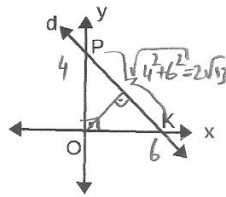
$$\tan \theta = 1/2$$

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 6$$

$$A(OKL) = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9 \text{ br}^2$$

- 3) Şekildeki doğrunun denklemi $2x+3y-12=0$ ise orijinin bu doğru üzerindeki bir noktaya en kısa uzaklığı kaç birimdir?

x	y
0	4
6	0



$$A(OPK) = \frac{4 \cdot 6}{2} = \frac{h \cdot 2\sqrt{13}}{2} \quad (A \text{ alanı})$$

$$h = \frac{12}{\sqrt{13}}$$

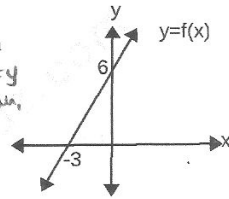
- 4) Grafik $y=f(x)$ doğrusal fonksiyonuna aittir. Buna göre $f(4)$ kaçtır? $f(4)=y$ olur.

$$(-3,0), (0,6), (4,y)$$

doğrudur.

$$\frac{6}{3} = \frac{y-6}{4}$$

$$3 = y-6 \rightarrow y = 14$$



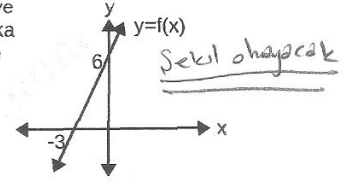
- 5) K(1,2) noktasından geçen ve eğimi 5 olan doğrunun başka bir noktası B(x+2, 4-3x) ise x kaçtır?

$$m_{KB} = 5$$

$$\frac{4-3x-2}{x+2-1} = 5$$

$$2-3x = 5x+5$$

$$8x = -3 \rightarrow x = -3/8$$



Şekil olmayarak

- 6) Dik koordinat düzleminde A(1,1), B(-1,7) ve O, eksenleri üzerinde bir C noktası veriliyor. |AC| + |BC| toplamı en az kaç birimdir?

$$C(0,y)$$

A, B, C doğrudur

$$m_{AB} = m_{BC} = m_{AC}$$

$$\frac{7-1}{-1-1} = \frac{y-1}{0-1}$$

$$\frac{6}{-2} = \frac{y-1}{-1}$$

$$-2y+2 = -6$$

$$2y = 8$$

$$y = 4$$

- 7) Eğimi 7 ve A(1,3) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 3 = 7(x - 1)$$

$$y = 7x - 4$$

- 8) $(k+3)x - (2k-1)y - 24 = 0$ doğrusu x eksenine paralel ise k kaçtır?

$$m=0 \Rightarrow m = \frac{k+3}{2k-1} = 0 \Rightarrow k = -3$$

ANALİTİK GEOMETRİ - 2

(DOĞRUNUN EĞİMİ VE EĞİM AÇISI - DOĞRU DENKLEMLERİ - DEĞERLENDİRME)

DEĞERLENDİRME - 2

- 1) $t \in \mathbb{R}$ olsun. $A(3t, t-4)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?

$$\begin{aligned} x &= 3t \\ y &= t-4 \end{aligned} \quad \begin{aligned} t &= y+4 \\ x &= 3(y+4) \\ x-3y-12 &= 0 \end{aligned}$$

$$m = \frac{1}{3}$$

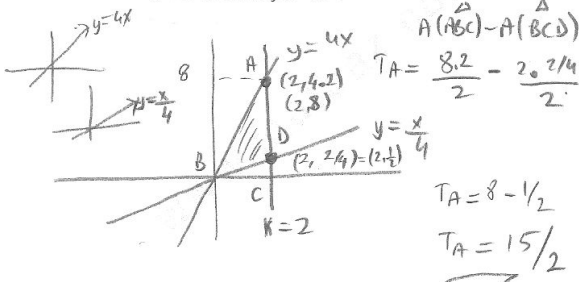
- 2) $t \in \mathbb{R}$ olsun. $A(t+3, 3t-2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

$$\begin{aligned} x &= t+3 \\ y &= 3t-2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} x-3 &= t \\ y &= 3(x-3)-2 \\ y &= 3x-11 \end{aligned}$$

- 3) p bir reel değişken olmak üzere, dik koordinat düzleminde, parametrik denklemi $x=5p-3$, $y=7-p$ olan doğrunun denklemi nedir?

$$\begin{aligned} x &= 5p-3 \\ y &= 7-p \end{aligned} \quad \begin{aligned} x+5y &= 32 \\ x+5y-32 &= 0 \end{aligned}$$

- 4) $y=4x$, $4y=x$ ve $x=2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?



- 5) $\frac{x}{3} - \frac{y}{6} = 1$ ve $mx = 4y + 2$ doğruları x ekseninde kesişiyorlarsa bu doğruların eğimleri toplamı kaçtır?

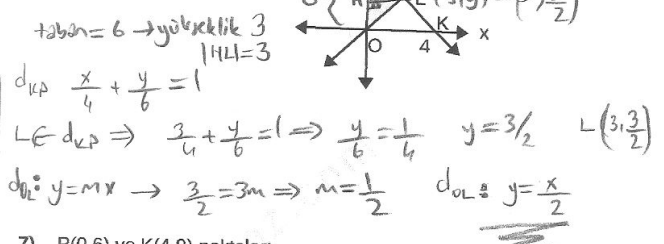
$mx = 4y + 2$ $\rightarrow$ $y = 0$

$y = 0 \Rightarrow \frac{x}{3} = 1 \Rightarrow x = 3$ $(3, 0) \rightarrow 2. \text{ denkleme}$

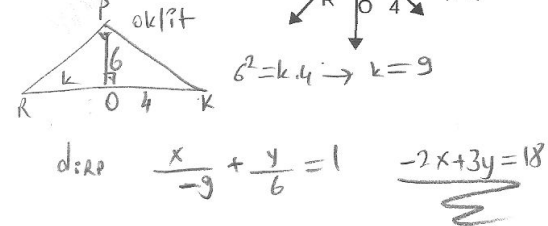
$3m = 2 \rightarrow m = \frac{2}{3}$

$m_1 = \frac{1/3}{1/6} = \frac{2}{3}$ $m_2 = \frac{2/3}{4} = \frac{1}{6}$ $m_1 + m_2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

- 6) Şekilde OPL üçgeninin alanı 9 birim kare ise OL doğrusunun denklemini bulunuz?



- 7) $P(0,6)$ ve $K(4,0)$ noktaları veriliyor. Şekilde RP doğrusu ve KP doğrusu O_y ekseninde dik kesişiyor ise RP doğrusunun denklemini bulunuz



- 8) $A(-1, \frac{16}{3})$ ve $B(6, 24)$ noktalarından geçen doğrunun koordinat düzleminin ikinci bölümünde eksentlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

