

POLİNOMLAR

ÇARPANLARA AYIRMA

ÇARPANLARA AYIRMA

Bir çok terimli ifadenin çarpanlarının çarpımı cinsinden yazılışına çarpanlarına ayrılmış hali denir. Çarpanlara ayırma ile yüksek dereceli denklemleri daha kolay çözebilir, işaret anlamında verilen ifadeyi daha rahat inceleyebiliriz.

1. Ortak Çarpan parantezi:
Verilen ifadenin her teriminde ortak harf veya sayı varsa bu harf veya sayı için parantez açılabilir.

Örnek...1 :

İfadeleri ortak çarpan parantezine alınız

- 1) $ax + ay \longrightarrow a(x+y)$
- 2) $5x + kx \longrightarrow x(5+k)$
- 3) $x^8 + x^6 \longrightarrow x^6(x^2+1)$
- 4) $axb + cbx \longrightarrow bx(a+c)$
- 5) $x^2 - 3x \longrightarrow x(x-3)$
- 6) $4x^2y - 6xy^2 \longrightarrow 2xy(2x - 3y)$
- 7) $x(m-n) + y(m-n) \longrightarrow (m-n)(x+y)$
- 8) $x(m-n) + y(n-m) \longrightarrow x(m-n) - y(m-n) \longrightarrow (m-n)(x-y)$
- 9) $x(a-b) + y(a-b) - z(b-a) \longrightarrow x(a-b) + y(a-b) + z(a-b) \longrightarrow (a-b)(x+y+z)$
- 10) $x(a-b)^2 + y(a-b) \longrightarrow (a-b)(x(a-b) + y)$
- 11) $30.42 + 20.21 \longrightarrow 3.10.2.21 + 2.10.21 \longrightarrow 10.21(3.2+2) \longrightarrow 10.21.8 //$

Örnek...2 :

$\frac{(3x-2y)(x+2y)+(2y-3x)(3x+y)}{2x-y}$ ifadesinin en sade hali nedir?

$$\begin{aligned} &= \frac{(3x-2y)(x+2y) - (3x-2y)(3x+y)}{2x-y} \\ &= \frac{(3x-2y)[(x+2y) - (3x+y)]}{2x-y} \end{aligned}$$

10. Sınıf Matematik Konu Anlatımı 2014-2015

$$\begin{aligned} &= \frac{(3x-2y)(x+2y-3x-y)}{2x-y} = \frac{(3x-2y)(-2x+y)}{(2x-y)} \\ &= -3x+2y // \end{aligned}$$

2. Gruplandırma

Verilen ifadenin bütün terimlerinde ortak sayı veya harf yoksa ifade gruplara ayrılır ve gruplar için ortak çarpan parantezi araştırılır.

- 1) $mx + ny + my + nx \longrightarrow m(x+y) + n(x+y) = (x+y)(m+n) //$
- 2) $a^4 + a^3 + a^2 + a \longrightarrow a^3(a+1) + a(a+1) = (a+1)(a^3+a) = (a+1) \cdot a(a^2+1) //$
- 3) $2^x + 3^x + 6^x + 9^x = 2^x + 3^x + 2^x 3^x + 3^x 2^x = (2^x + 3^x) + 3^x(2^x + 3^x) = (2^x + 3^x)(1 + 3^x) //$
- 4) $x^2 - x^3 + x - 1 = -x^3 + x^2 + x - 1 = -x^2(x-1) + x-1 = (x-1)(-x^2+1) = (x-1)(1-x^2) = (x-1)(1-x)(1+x) //$
- 5) $kx - k - rx + r \longrightarrow x(k-r) - (k-r) = (k-r)(x-1) //$
- 6) $6xy + 3ky - 8kx - 4k^2 \longrightarrow 3y(2x+k) - 4k(2x+k) = (2x+k)(3y-4k) //$

Örnek...3 :

$x-y=5$ ve $x+z=7$ ise $x^2+xz-yx-yz+2z-2y+4x$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} &= x(x+z) - y(x+z) + 2z - 2y + 2x + 2x \\ &= x \cdot 7 - y \cdot 7 + 2z + 2x + 2x - 2y \\ &= 7(x-y) + 2(z+x) + 2(x-y) \\ &= 7 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 5 \\ &= 35 + 14 + 10 = 59 // \end{aligned}$$

Örnek...4 :

$x-2y=5$ ise $3x^2-6xy-30y$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} 3x^2 - 6xy - 30y &= 3x(x-2y) - 30y \\ &= 3x \cdot 5 - 30y \\ &= 15x - 30y \\ &= 15(x-2y) \\ &= 15 \cdot 5 \\ &= 75 // \end{aligned}$$

POLİNOMLAR

ÇARPANLARA AYIRMA

3. ax^2+bx+c üç terimli

durum 1 : $a=1$ ise

$$x^2+bx+c = (x+m)(x+n)$$

$$\begin{array}{l} x \quad \nearrow^m \\ x \quad \searrow_n \\ \quad \quad c=m \cdot n \\ \quad \quad b=m+n \end{array}$$

Örnek...5 :

$$1. \quad x^2-5x+6 \longrightarrow (x-3)(x-2)$$

$$2. \quad x^2-2x-24 \longrightarrow (x-6)(x+4)$$

$$3. \quad x^2-2x-35 \longrightarrow (x-7)(x+5)$$

$$4. \quad x^2-11x+24 \longrightarrow (x-8)(x-3)$$

$$5. \quad 3x^2-6x-240 = 3(x^2-2x-80)$$

$$6. \quad x^2-(\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2} = 3(x-\sqrt{2})(x-1)$$

$$7. \quad x^2-(m+n)x+m \cdot n \longrightarrow (x-m)(x-n)$$

b) durum 2 $a \neq 1$ değilse

$$ax^2+bx+c = (px+m)(rx+n)$$

$$\begin{array}{l} px \quad \nearrow^m \\ rx \quad \searrow_n \\ \quad \quad a=p \cdot r \\ \quad \quad c=m \cdot n \\ \quad \quad b=pn+m \cdot r \end{array}$$

Örnek...6 :

$$1. \quad 2x^2+3x+1 \longrightarrow (2x+1)(x+1)$$

$$2. \quad 7x^2+23x+6 \longrightarrow (7x+2)(x+3)$$

$$3. \quad 8x^2-14x-15 \longrightarrow (4x+3)(2x-5)$$

$$4. \quad 30x^2-13x-3 \longrightarrow (5x-3)(6x+1)$$

$$5. \quad 12x^2-25x+12 \longrightarrow (4x-3)(3x-4)$$

$$6. \quad 15a^2+31a+2 \longrightarrow (a+2)(15a+1)$$

Örnek...7 :

$\sqrt{99.103+4}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

$$\begin{aligned} \sqrt{(101-2)(101+2)+4} &= \sqrt{101^2-2^2+4} \\ &= \sqrt{101^2} \\ &= 101 // \end{aligned}$$

Örnek...8 :

$\frac{x^2-2x-3}{(1+\frac{1}{x})(1-\frac{3}{x})}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

$$\begin{aligned} \frac{(x-3)(x+1)}{(\frac{x+1}{x}) \cdot (\frac{x-3}{x})} &= \frac{(x-3)(x+1)}{1} \cdot \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x}{x-3} \\ &= x^2 // \end{aligned}$$

Örnek...9 :

$\frac{x^2-x-12}{x^2+mx+24}$ ifadesi sadeleşebiliyorsa m değerlerinin alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$\frac{(x-4)(x+3)}{(x-4)(x-6)} \quad \left\{ \begin{array}{l} (x-4) \text{ sadeleşiyorsa} \\ (x+3) \text{ sadeleşiyorsa} \end{array} \right.$$

$(x-4)$ sadeleşiyorsa paydenin 2. kısmını tahmin ediyoruz. $m = -10$

$(x+3)$ sadeleşiyorsa paydenin 2. kısmını tahmin ediyoruz. $m = -11$

$$m = -11 \quad (-11) + (-10) = -21 //$$

Örnek...10 :

$\frac{6x^2-7x+2}{2x^2+3x-2}$ ifadesinin en sade hali $\frac{ax+b}{cx+d}$ ise $a+b \cdot c+d$ kaçtır?

$$\frac{6x^2-7x+2}{2x^2+3x-2} = \frac{(3x-2)(2x-1)}{(2x-1)(x+2)} = \frac{3x-2}{x+2} = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$a=3 \quad b=-2$$

$$c=1 \quad d=2$$

$$a+b \cdot c+d = 3+(-2) \cdot 1+2$$

$$= 3-2+2$$

$$= 3 //$$

Örnek...11 :

$12a^2-5a \cdot b-2b^2=0$ denklemini sağlayan a değerinin b değeri türünden değerleri toplamı nedir?

denklemini sağlayan a değeri tek denektir. a'nın alacağı değerler toplamı değeri göre a_1+a_2 kollar toplamı soruluyor.

$$-12a^2-5ab-2b^2=0$$

$$a_1+a_2 = -\frac{-5b}{2 \cdot 12} = \frac{5b}{24} //$$

POLİNOMLAR

ÇARPANLARA AYIRMA

4. Özdeşliklerden yararlanma
A) İki Kare Farkı Özdeşliği
 $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$

1) $a^2 - b^2 \longrightarrow (a-b)(a+b)$

2) $x^2 - 100 \longrightarrow (x-10)(x+10)$

3) $4x^2 - 49y^2 \longrightarrow (2x-7y)(2x+7y)$
 $(2x)^2 - (7y)^2$

4) $(x+2)^2 - 4y^2 \longrightarrow (x+2-2y)(x+2+2y)$
 $(x+2)^2 - (2y)^2$

5) $p^2 - \frac{1}{4} \longrightarrow (p - \frac{1}{2})(p + \frac{1}{2})$
 $p^2 - (\frac{1}{2})^2$

6) $\frac{9p^2}{16} - \frac{25}{64} \longrightarrow (\frac{3p}{4} - \frac{5}{8})(\frac{3p}{4} + \frac{5}{8})$
 $(\frac{3p}{4})^2 - (\frac{5}{8})^2$

7) $(a+b)^2 - (a-b)^2 \longrightarrow (a+b+a-b)(a+b-a+b)$
 $= 2a \cdot 2b = 4ab //$

8) $x^2 - y^2 + 6y - 9 \longrightarrow x^2 - (y^2 - 6y + 9)$
 $= x^2 - (y-3)^2$
 $= (x+y-3)(x-y+3) //$

9) $(x+y+z)^2 - (x-y-z)^2$
 $(x+y+z+x-y-z)(x+y+z-x-y-z)$
 $= 2x \cdot (2y+2z)$
 $= 2x \cdot 2(y+z)$
 $= 4x(y+z) //$

Örnek...12 :

$\frac{x^2-9}{3-x} + \frac{x^2-x}{x^2-1}$ ifadesinin sadeleşmiş hali nedir?

$\frac{(x-3)(x+3)}{-(x-3)} + \frac{x(x^2-1)}{x^2-1} = -(x+3) + \frac{x(x^2-1)}{x^2-1}$
 $= -x-3 + x^3 + x$
 $= x^3 - 3 //$

Örnek...13 :

$x^2 - y^2 = 6$ ve $x - y^2 = 2$ ise x kaçtır?

$(x-y^2)(x+y^2) = 6$
 $2 \cdot (x+y^2) = 6$
 $x+y^2 = 3$
 $x - y^2 = 2$
 $+ \quad \quad \quad +$
 $2x = 5$

Örnek...14 :

$\frac{167^2 - 67^2}{234}$ ifadesinin eşitini bulunuz.
 $\frac{(167-67)(167+67)}{234} = \frac{100 \cdot 234}{234} = \sqrt{100} = 10 //$

B) Tam Kare Açılımı

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Örnek...15 :

1) $(3a-2b)^2 \longrightarrow 9a^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + 4b^2$
 $9a^2 - 12ab + 4b^2$

2) $(3x-2y)^2 \longrightarrow 9x^2 - 12xy + 4y^2$

3) $x^2 - 6xy + 9y^2 \longrightarrow (x-3y)^2$

4) $x^2 - 6xy + 9y^2 - 25x^2y^2 \longrightarrow x^2 - 6xy + 9y^2 - 25x^2y^2$
 $= (x-3y)^2 - (5xy)^2$
 $= (x-3y-5xy)(x-3y+5xy)$

5) $\frac{25}{169} - \frac{10}{39} + \frac{1}{9}$
 $(\frac{5}{13})^2 - 2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{1}{3} + (\frac{1}{3})^2 = (\frac{5}{13} - \frac{1}{3})^2 = \frac{5}{13} - \frac{1}{3}$
 $= \frac{15-13}{39} = \frac{2}{39} //$

6) $(a+b+c)^2$
 $a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc) //$
 $= \frac{15-13}{39} = \frac{2}{39} //$

7) $(a+b-c)^2$
 $a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab-ac-bc)$

8) $(a+2b-3c)^2$
 $a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 2(2ab-3ac-6bc)$

Örnek...16 :

$x+y=5$ ve $x \cdot y=7$ ise x^2+y^2 kaçtır?

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
 $5^2 = x^2 + 2 \cdot 7 + y^2$

$25 - 14 = x^2 + y^2$
 $11 = x^2 + y^2 //$

POLİNOMLAR

ÇARPANLARA AYIRMA

Örnek...17:

$x + \frac{1}{x} = 3$ ise $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

$(x + \frac{1}{x})^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$
 $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9$
 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 //$

Örnek...18:

$x^2 + 4x + 2 = 0$ ise $x^2 + \frac{4}{x^2} = ?$

$\frac{x^2 + 4x + 2}{x} = 0 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = 16$
 $\frac{x^2}{x} + \frac{4x}{x} + \frac{2}{x} = 0 \Rightarrow x^2 + 4 + \frac{4}{x^2} = 16$
 $x + \frac{2}{x} = -4$
 $x^2 + \frac{4}{x^2} = 12 //$

Örnek...19:

$x + \frac{1}{x} = 5$ ise $x - \frac{1}{x}$ kaç olabilir?

NOT

$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$

$(x + \frac{1}{x})^2 = (x - \frac{1}{x})^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

$5^2 = (x - \frac{1}{x})^2 + 4$

$21 = (x - \frac{1}{x})^2 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$ veya $-\sqrt{21}$
 olabilir //

Örnek...20:

$5x + \frac{1}{5x} = 6$ ise $\frac{625x^4 + 1}{25x^2}$ kaçtır?

$\frac{625x^4}{25x^2} + \frac{1}{25x^2} = ?$
 $25x^2 + \frac{1}{25x^2} = ?$
 $(5x + \frac{1}{5x})^2 = 6^2$
 $25x^2 + 2 \cdot 5x \cdot \frac{1}{5x} + \frac{1}{25x^2} = 36$
 $25x^2 + \frac{1}{25x^2} = 36 - 2 = 34 //$

Örnek...21:

$x^2 + 6x + y^2 - 8y + 25 = 0$ ise x^y kaçtır?

$(x+3)^2 - 9 + (y-4)^2 - 16 + 25 = 0 \Rightarrow x^y = (-3)^4 = 81 //$
 $(x+3)^2 + (y-4)^2 - 25 + 25 = 0$
 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 0$ ise $x = -3$
 $y = 4$ olur.

Örnek...22:

$x^2 - 10x + y^2 - 6y + 8$ ifadesinin alacağı en küçük değer kaçtır?

$(x-5)^2 - 25 + (y-3)^2 - 9 + 8$
 $(x-5)^2 + (y-3)^2 - 26 = \text{en küçük değer}$
 -26 olur //

10. Sınıf Matematik Konu Anlatımı 2014-2015
 en küçük değeri alabilir
 en büyük değeri alabilir
 sıfır olur
 sıfır değildir.

C) İki Küp Toplamı veya Farkı

$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$

$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$

- $27x^3 - 125y^3 = (3x)^3 - (5y)^3$
 $= (3x - 5y) \cdot ((3x)^2 + 3x \cdot 5y + (5y)^2)$
 $= (3x - 5y) \cdot (9x^2 + 15xy + 25y^2)$
- $8x^3 + 216 = (2x)^3 + 6^3 = (2x+6) \cdot ((2x)^2 - 2x \cdot 6 + 6^2)$
 $= (2x+6) \cdot (4x^2 - 12x + 36)$
- $x^3 - 1 = x^3 - 1^3 = (x-1) \cdot (x^2 + x + 1)$

4) $\frac{343p^3}{8} - 1 = (\frac{7p}{8})^3 - 1^3 = (\frac{7p}{8} - 1) \cdot (\frac{49p^2}{64} + \frac{7p}{8} \cdot 1 + 1^2)$
 (istekirse paydalar da eşitleyip düzenlenebilir.)

5) $x^6 - 1 = (x^3)^2 - 1^2 = (x^3 - 1) \cdot (x^3 + 1)$
 Önce küp farkı da alınılabildi: $= (x-1)(x^2+x+1) \cdot (x+1)(x^2-x+1) //$

6) $x^{12} - 1 = (x^6)^2 - 1^2 = (x^6 + 1) \cdot (x^6 - 1) = (x^6 + 1) \cdot (x^3 + 1) \cdot (x^3 - 1)$
 $= (x^6 + 1) \cdot (x^3 + 1) \cdot (x^3 - 1)$

7) $(a+1)^3 - (a-1)^3 = (a+1 - a + 1) \cdot ((a+1)^2 + (a+1)(a-1) + (a-1)^2)$
 $= 2 \cdot (3a^2 + 1)$

8) $(1000 - 1)(1000^2 + 1000 + 1)$ $1000 = a$ $1 = b$ derseniz
 $(a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3 = 1000^3 - 1 = 10^9 - 1 //$

9) $(x-2y)(x^2 + 2yx + 4y^2)$ $x = a$ $2y = b$ derseniz
 $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ olur.
 $= x^3 - (2y)^3 = x^3 - 8y^3 //$

Örnek...23:

$x + \frac{1}{x} = 5$ ise $x^3 - \frac{1}{x^3}$ kaç olabilir?

$x + \frac{1}{x} = 5$ ise her iki tarafın karesini alalım.
 $x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 25$
 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2 = 23$
 $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$ den
 $(x - \frac{1}{x})^2 = (x + \frac{1}{x})^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$
 $(x - \frac{1}{x})^2 = 5^2 - 4 = 21$
 $x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$ veya $-\sqrt{21}$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = (\sqrt{21}) \cdot (23+1) = 24\sqrt{21}$
 $x^3 - \frac{1}{x^3} = (-\sqrt{21}) \cdot (23+1) = -24\sqrt{21} //$

POLİNOMLAR

ÇARPANLARA AYIRMA

Örnek...24 :

$$\frac{a^3+8b^3}{\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right) \cdot (a^2-2ab+4b^2)} \text{ ifadesinin en sade hali nedir?}$$

$$\frac{a^3+(2b)^3}{\left(\frac{2b+a}{a \cdot b}\right) \cdot (a^2-2ab+4b^2)} = \frac{(a+2b) \cdot (a^2-a \cdot 2b+(2b)^2)}{\left(\frac{2b+a}{a \cdot b}\right) \cdot (a^2-2ab+4b^2)}$$

$$= \frac{(a+2b)}{\frac{2b+a}{a \cdot b}} = \frac{a+2b}{1} \cdot \frac{a \cdot b}{2b+a} = a \cdot b //$$

Örnek...25 :

$$\sqrt[3]{\frac{126^3-1}{126^3+127}} \text{ ifadesinin en sade hali nedir?}$$

$$\sqrt[3]{\frac{(126-1) \cdot (126^2+126 \cdot 1+1^2)}{(126^3+126+1)}} = \sqrt[3]{\frac{125 \cdot (126^2+126+1)}{(126^3+126+1)}}$$

$$= \sqrt[3]{125} = 5 //$$

Örnek...26 :

$x-y=3$ ve $x \cdot y=3$ ise x^3-y^3 kaçtır?

$$x^3-y^3 = (x-y) \cdot (x^2+xy+y^2)$$

$$= 3 \cdot (x^2+y^2+3)$$

$$= 3 \cdot (15+3)$$

$$= 54 //$$

$x-y=3$ ise $\frac{1}{2}$ köre alalım

$$x^2-2xy+y^2=9$$

$$x^2-2 \cdot 3+y^2=9$$

$$x^2+y^2=9+6$$

$$x^2+y^2=15$$

Örnek...27 :

$\frac{x^3-8}{x^2+2x+4} + 2x-3=1$ ise x kaç olabilir?

$$\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^2+2x+4} + 2x-3=1$$

$$x-2+2x-3=1$$

$$3x=1+5$$

$$3x=6$$

$$x=2 //$$

Örnek...28 :

$a=100$ ve $b=1$ ise $(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$ sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

çarpmada 9 yet $değiştirebiliriz$

$$= (a-b) \cdot (a+b) \cdot (a^2-ab+b^2) \cdot (a^2+ab+b^2)$$

$$= (a-b) \cdot (a^2+ab+b^2) \cdot (a+b) \cdot (a^2-ab+b^2)$$

$$= (a^3-b^3) \cdot (a^3+b^3)$$

$$= (a^3)^2 - (b^3)^2 = a^6 - b^6$$

10. Sınıf Matematik Konu Anlatımı 2014-2015

$$= 100^6 - 1^6$$

$$= (10^2)^6 - 1$$

$$= 10^{12} - 1$$

sondan 12 basamağı dokuzdur.

D) iki terim toplam veya farkının küplerinin açılımı

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$$

$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y)$$

$$1. (m+2b)^3 = m^3 + 3 \cdot m^2 \cdot (2b) + 3 \cdot m \cdot (2b)^2 + (2b)^3$$

$$= m^3 + 6m^2b + 12mb^2 + 8b^3$$

$$2. (2x+3y)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot (3y) + 3 \cdot (2x) \cdot (3y)^2 + (3y)^3$$

$$= 8x^3 + 3 \cdot 4x^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x \cdot 9y^2 + 27y^3$$

$$= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 //$$

$$3. (x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

Örnek...29 :

$x^3+y^3=34$, $xy^2+yx^2=10$ ise $x+y$ kaçtır?

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = x^3 + y^3 + 3(xy^2 + yx^2)$$

$$(x+y)^3 = 34 + 3 \cdot 10$$

$$(x+y)^3 = 64$$

$$x+y = 4 //$$

Örnek...30 :

$x^3-3x^2y-30=0$, $y^3-3=3xy^2$ ise $x-y$ kaç olabilir?

$$x^3-3x^2y = 30$$

$$- / y^3-3xy^2 = 3$$

$$\frac{x^3-3x^2y = 30}{- / y^3-3xy^2 = 3} = \frac{x^3-3x^2y = 30}{- / y^3-3xy^2 = -3}$$

Örnek...31 :

$a = \frac{5}{2}$ ise $\left(a + \frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3}{2} \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \left(a + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{8}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\left(a + \frac{1}{2}\right)^3 - 3 \cdot \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \left(a + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{23} = \left[\left(a + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\right]^3$$

$$= \left(a + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^3$$

$$= a^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8} //$$

Örnek...32 :

$\frac{x^3-1}{x^2+mx+n}$ ifadesi sadeleşebiliyorsa $m+n$ ifadesinin alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

Bu işi s sadeleşiyorsa $(x-1) \cdot (x^2+x+1)$

$$\frac{x^3-1}{x^2+mx+n} = \frac{(x-1) \cdot (x^2+x+1)}{x^2+mx+n}$$

Bu işi s sadeleşiyorsa $(x-1) \cdot (-)$ olmalı.

Demek ki $(x-1)$ aşağısının bir çarpanı (yani kökü).

0 zaman $x=1$ aşağıyı sıfır yapar.

$m=1$ $n=1$ olur.

$$m+n=2$$

toplamı $\frac{5}{17}$

$$2 \cdot (-1) = \frac{1}{av}$$

$$1^2 + m \cdot 1 + n = 0$$

$$m+n = -1$$

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & 1 \rightarrow (a+b)^0 \\
 & & & & 1 & \rightarrow (a+b)^1 \\
 & & 1 & 1 & & \rightarrow (a+b)^2 \\
 & 1 & 2 & 1 & & \rightarrow (a+b)^3 \\
 & 1 & 3 & 3 & 1 & \rightarrow (a+b)^4 \\
 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \rightarrow (a+b)^5 \\
 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \rightarrow (a+b)^5
 \end{array}$$

POLİNOMLAR

ÇARPANLARA AYIRMA

E) $(x + y)^n$ veya $(x - y)^n$ biçimindeki ifadeler
Bu ifadeler açılırken pascal üçgeni veya binom katsayıları kullanılabilir

Örnek...33 :

1) $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

2) $(x+1)^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$

3) $(x-2y)^4 = x^4 - 8x^3y + 24x^2y^2 - 32xy^3 + 16y^4$

5. Terim Ekleyip Çıkarma Yolu ile Çarpanlara Ayırma
İfade tam kareye tamamlanacak şekilde terim eklenip çıkarılabilir ve bu adımdan sonra gruptandırma yapılarak çarpanlara ayırma denenebilir

Örnek...34 :

1) $a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + 1)^2 - a^2 = (a^2 + 1 - a)(a^2 + 1 + a)$

2) $x^{16} + 1 + x^8 + x^8 = (x^8 + 1)^2 - (x^4)^2 = (x^8 + 1 + x^4)(x^8 + 1 - x^4)$

3) $a^8 + a^4 + 1 = (a^4 + 1)^2 - a^4 = (a^4 + 1 + a^2)(a^4 + 1 - a^2) = (a^4 + 1 + a^2)(a^2 + 1)(a^2 - a + 1)$

4) $4a^4 + 1 = (2a^2 + 1)^2 - (2a)^2 = (2a^2 + 1 + 2a)(2a^2 + 1 - 2a)$

5) $a^2 + 1 = (a + 1)^2 - a^2 = (a + 1 + a)(a + 1 - a) = (2a + 1)(a + 1)$

$a^2 + 1$ burada zaten a^2 olduğundan kareli bir terim eklenip çıkarılmaz.

Çarpanlara ayırma yoluyla çözümlenir. Ama ila da ayrılacaksa "a" ekleyip çıkaralım.

$a^2 + 1 + 2a - 2a = (a + 1)^2 - (2a)^2 = (a + 1 + 2a)(a + 1 - 2a)$

6. Değişken Değiştirme Yolu ile Çarpanlara Ayırma
Benzer terimler için ortak değişken seçilebilir ve bu adımdan sonra gruptandırma yapılarak çarpanlara ayırma denenebilir.

Örnek...35 :

$x^4 - 5x^2 + 4$ ifadesinin tüm çarpanlarını bulunuz
 $x^2 = a$ derseniz $(x^2)^2 - 5x^2 + 4 = a^2 - 5a + 4 = (a-4)(a-1) = (x^2-4)(x^2-1) = (x-2)(x+2)(x-1)(x+1)$

Örnek...36 :

$2^x + 2^y = 1$ ve $8^x + 8^y = \frac{1}{4}$ ise 2^{x+y} kaçtır?
 $a+b=1$ $a^3+b^3 = \frac{1}{4}$ $a \cdot b = ?$
 $a^3+b^3 = (a+b)(a^2+ab+b^2)$
 $\frac{1}{4} = 1 \cdot (a^2+ab+b^2)$
 $\frac{1}{4} = 1 - 2ab$
 $2ab = \frac{3}{4}$
 $ab = \frac{3}{8}$
 $2^{x+y} = 2^x \cdot 2^y = a \cdot b = \frac{3}{8}$

Örnek...37 :

$\frac{64^x + 1}{16^x - 4^x + 1}$ ifadesinin en sade hali nedir?
 $4^x = a$ derseniz $\frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} = \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} = a + 1 = 4^x + 1$

Örnek...38 :

$3^x - 3^{-x} = 5$ ise $9^x + 9^{-x}$ kaçtır?
 $3^x - \frac{1}{3^x} = 5$ ise kare alalım.
 $a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 25$
 $a^2 + \frac{1}{a^2} = 25 + 2$
 $a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$
 $9^x + 9^{-x} = 27$

POLİNOMLAR

ÇARPANLARA AYIRMA

DEĞERLENDİRME

$$\begin{aligned} -/ a-b &= 3 \\ a+c &= 11 \\ b+c &= 8 \end{aligned}$$

- 1) $a-b=3$ ve $a+c=11$ ise $a^2+2ac-2bc-b^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} a^2+2ac-2bc-b^2 &= \\ a^2-b^2+2ac-2bc &= \\ (a-b)(a+b)+2c(a-b) &= \\ (a-b)(a+b+2c) &= \\ 3 \cdot \frac{(a+c+b+c)}{8} &= 3 \cdot \frac{(11+8)}{8} = 3 \cdot 21 = 63 // \end{aligned}$$

- 2) $\sqrt[4]{99.100.101.102+1}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

$99=a$ dersen

$$\begin{aligned} &= \sqrt[4]{a(a+1)(a+1)(a+3)+1} \\ &= \sqrt[4]{a(a+3) \cdot (a+1)(a+2)+1} \\ &= \sqrt[4]{(a^2+3a)(a^2+3a+2)+1} \end{aligned}$$

$k=a^2+3a$ dersen.

$$\sqrt[4]{k \cdot (k+2)+1}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt[4]{k^2+2k+1} = \sqrt[4]{(k+1)^2} \\ &= \sqrt{k+1} = \sqrt{a^2+3a+1} \\ &= \sqrt{a^2+2a+1+a} \\ &= \sqrt{(a+1)^2+0} \\ &= \sqrt{100^2+99} \\ &= \sqrt{10099} // \end{aligned}$$

- 3) $\frac{x^5+3x^4-10x^3}{x^2+3x-10}$ ifadesinin en sade hâlini bulunuz.

$$\begin{aligned} \frac{x^3(x^2+3x-10)}{x^2+3x-10} &= \frac{x^3(x^2+3x-10)}{1} \cdot \frac{x^2}{x^2+3x-10} \\ &= \frac{x^3}{1} \cdot \frac{x^2}{1} = x^5 // \end{aligned}$$

- 4) $\frac{x^2-4x-21}{x^2+mx-12}$ ifadesi sadeleşebiliyorsa m değerlerinin alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$\frac{(x+3)(x-7)}{(x+3) \cdot (?)}$$

$x+3$ 'ler sadeleşiyorsa $x+3$ aşağının çarpanı (yani kök) dir. $x=-3$ aşağıyı sıfır yapar.

$$(-3)^2+m \cdot (-3)-12=0$$

$$-3m=3$$

$$m=-1$$

$x-7$ 'ler sadeleşiyorsa $x-7$ aşağının çarpanı (yani kök) dir. $x=7$ aşağıyı sıfır yapar.

$$7^2+m \cdot 7-12=0$$

$$7m=37$$

$$m=\frac{37}{7}$$

$$\frac{37}{7} + (-1) = \frac{30}{7} //$$

- 5) Ardışık iki sayının kareleri farkı 2915 ise bu sayıların toplamı nedir?

sayılar a ve $a+1$ olsun.

$$\begin{aligned} (a+1)^2 - (a)^2 &= 2915 \\ (a+1-a)(a+1+a) &= 2915 \\ 1 \cdot (2a+1) &= 2915 \\ 2a+1 &= 2915 \\ 2a &= 2914 \\ a &= 1457 // \end{aligned}$$

- 6) $3x + \frac{1}{x} = 6$ ise $x - \frac{1}{3x}$ kaç olabilir?

Her iki tarafı 3le bölelim.

$$\begin{aligned} 3x + \frac{1}{x} &= 6 \\ \frac{3x}{3} + \frac{1}{3} &= 2 \\ x + \frac{1}{3x} &= 2 \end{aligned}$$

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$ özelliğinden

$$\begin{aligned} (x - \frac{1}{3x})^2 &= (x + \frac{1}{3x})^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{3x} \\ (x - \frac{1}{3x})^2 &= 2^2 - \frac{4}{3} = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \\ (x - \frac{1}{3x})^2 &= \frac{8}{3} \text{ ise } x - \frac{1}{3x} = \pm \sqrt{\frac{8}{3}} // \end{aligned}$$

- 7) $x^2-10xy+z^2+25y^2+1-3z$ ifadesinin alacağı en küçük değer kaçtır?

Her iki tarafı 3le bölelim.

$$\begin{aligned} x^2-10xy+25y^2+z^2-3z+1 &= \\ (x-5y)^2+z^2-3z+\frac{9}{2}-\frac{9}{2}+1 &= \\ (x-5y)^2+(z-\frac{3}{2})^2-\frac{7}{2} &= 0+0-\frac{7}{2} \\ &= -\frac{7}{2} \text{ olur en küçük} // \end{aligned}$$

Tam kareler haline getirmeliyiz.

Tam kareye uysun diye $\frac{9}{2}$ ekledik ve çıkardık.

- 8) $a+b=2$ ve $a \cdot b=2$ ise a^3+b^3 kaçtır?

$$\begin{aligned} a^3+b^3 &= (a+b)(a^2-ab+b^2) \\ &= 2 \cdot \frac{(a^2+b^2-ab)}{2} \\ &= 2 \cdot \frac{(0-2)}{2} \\ &= -4 // \end{aligned}$$

$a+b=2$ ise kare alabiliriz.

$$\begin{aligned} a^2+2ab+b^2 &= 4 \\ a^2+2 \cdot 2+b^2 &= 4 \\ a^2+b^2 &= 0 \end{aligned}$$

- 9) $5^a-5^b=1$ ve $125^a-125^b=\frac{1}{4}$ ise 5^{a+b} kaçtır? $5^a=x$

$$\begin{aligned} 125^a-125^b &= \frac{1}{4} \\ (5^a)^3-(5^b)^3 &= \frac{1}{4} \\ x^3-y^3 &= \frac{1}{4} \\ (x-y)(x^2+xy+y^2) &= \frac{1}{4} \\ 1 \cdot (x^2+y^2+xy) &= \frac{1}{4} \\ 1 \cdot (1+2xy+xy) &= \frac{1}{4} \\ (1+3xy) &= \frac{1}{4} \\ 3xy &= \frac{1}{4} - 1 \\ 3xy &= -\frac{3}{4} \\ xy &= -\frac{1}{4} // \end{aligned}$$

$5^b=y$

$$\begin{aligned} 5^a-5^b &= x-y=1 \\ 5^{a+b} &= 5^a \cdot 5^b = x \cdot y = ? \\ x-y &= 1 \text{ kare al} \\ x^2-2xy+y^2 &= 1 \\ x^2+y^2 &= 1+2xy \end{aligned}$$