

ADINIZ :

SOYADINIZ:

SINIFINIZ:

NUMARANIZ:



Matematik
İntegral 2

NOT: HER SORUNUN TAM VE DOĞRU ÇÖZÜMÜ 10 PUANDIR. KISMI PUAN VERİLMEZ

ALDIĞI PUAN:

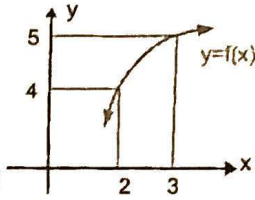
BAŞARI DİLEKLERİMİZLE...

- 1) $\int_{-3}^3 \left(\frac{x^{67}}{1+x^2+x^4+x^6} \right) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$\int_{-a}^a f(x) dx$ $f(x)$ tek fonksiyon ise sıfırdır.

$$\int_{-3}^3 \left[\frac{x^{67}}{1+x^2+x^4+x^6} \right] dx = 0$$

- 2) Grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre $\int_2^3 |f(x) + x \cdot f'(x)| dx$ integralinin değerini hesaplayınız



$$[x \cdot f(x)]' = f(x) + x \cdot f'(x)$$

$$\int_2^3 [x \cdot f(x)]' dx = x f(x) \Big|_2^3$$

$$3f(3) - 2f(2) = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 4 = 15 - 8 = 7$$

- 3) $\int_1^{4096} \left(\frac{\sqrt[6]{x} - \sqrt[12]{x}}{\sqrt[4]{x}} \right) dx$ integralinde $x=u^{12}$ dönüşümü yaparak tekrar integrali yazınız ($u>0$)

$$x = u^{12} \quad x=1 \quad 4096$$

$$dx = 12u^{11} du \quad u=1 \quad 2$$

$$\int_1^2 \left[\frac{u^{\frac{1}{2}} - u^{\frac{1}{3}}}{u^3} \right] \cdot 12u^{11} du$$

$$12 \int_1^2 (u^{10} - u^9) du$$

- 4) $f(x)$ fonksiyonunun $x=-1$ apsisli noktasındaki teğeti $2x-y+3=0$ olarak veriliyor. $f''(x)=4x^3-3$ olduğuna göre $f(0)$ kaçtır?

$$0 = -2y + 3 \Rightarrow y = 1 \quad (-1, 1)$$

$$f'(-1) = 2$$

$$\int f''(x) = \int (4x^3 - 3)$$

$$f'(x) = x^4 - 3x + c$$

$$f'(-1) = 1 + 3 + c = 2 \Rightarrow c = -2$$

$$f'(x) = x^4 - 3x - 2$$

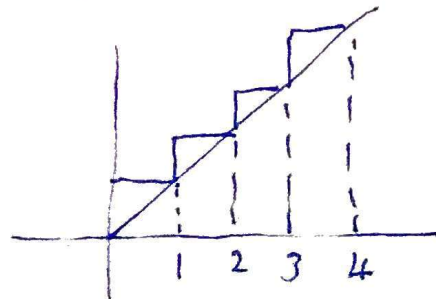
$$f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^2}{2} - 2x + d$$

$$f(-1) = \frac{-1}{5} - \frac{3}{2} + 2 + d = 1$$

$$d = 7/10$$

$$f(0) = d = \frac{7}{10}$$

- 5) $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz. Tanım kümesini 4 eşit alt aralığa bölerek, Riemann üst toplam değerini hesaplayınız.



$$\frac{4-0}{4} = 1$$

$$R_{\text{üst}} = 1 \cdot f(1) + 1 \cdot f(2) + 1 \cdot f(3) + 1 \cdot f(4)$$

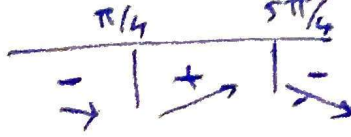
$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

- 6) $(0, 2\pi)$ aralığında tanımlı $y=f(x)$ fonksiyonu için $f(x)=\int (\sin x - \cos x)dx$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun artan olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

$$f'(x) = \sin x - \cos x$$

$$\sin x - \cos x = 0 \Rightarrow \tan x = 1$$

$$x = \pi/4 \quad 5\pi/4$$



$$\left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right] \text{ artandır.}$$

- 7) $f(x) = \begin{cases} x-1 & x \geq 0 \\ 3x^2-1 & x < 0 \end{cases}$ olarak veriliyor. Buna

göre $\int_{-1}^2 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

kritik nokta $x=0$

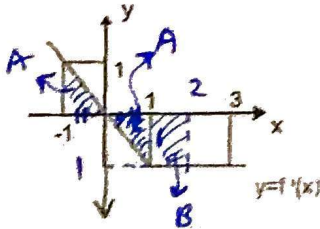
$$\int_{-1}^0 (3x^2-1)dx + \int_0^2 (x-1)dx$$

$$x^3 - x \Big|_{-1}^0 + \frac{x^2}{2} - x \Big|_0^2$$

$$\frac{0 - (-1+1)}{0} + \frac{\left(\frac{4}{2} - 2\right) - 0}{0}$$

$$= 0$$

- 8) Şekilde $y=f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir. $f(-1)=4$ olduğuna göre $f(2)$ kaçtır?



$$\int_{-1}^2 f'(x)dx = \text{izlenen alanların toplamı}$$

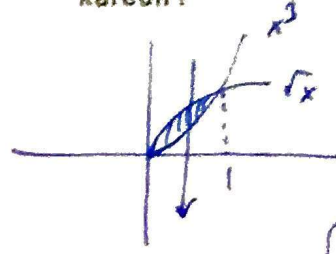
$$= A + (-A) + B$$

$$= B = 1 \cdot 1 = 1$$

$$f(2) - \frac{f(-1)}{4} = 1$$

$$f(2) = 5$$

- 9) $y=x^3$ ve $y=\sqrt{x}$ fonksiyonu ile sınırlandırılmış bölgenin alanı kaç birim karedir?



$$x^3 = \sqrt{x}$$

$$x=0 \quad x=1$$

$$\int_0^1 (\sqrt{x} - x^3)dx$$

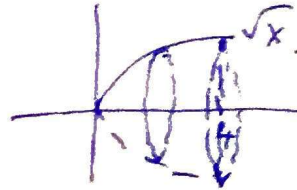
$$\frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^4}{4} \Big|_0^1$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

- 10) Teorem $y=f(x)$ fonksiyonu $x=a$ ve $x=b$ doğruları ve x ekseninde sınırlandırılmış bölgenin x ekseninde 360 derece döndürülmesiyle elde edilecek katı cismin hacmi V ise

$$V = \int_a^b \pi y^2 dx \text{ ifadesiyle hesaplanır.}$$

$y=\sqrt{x}$ fonksiyonu $x=4$ doğrusu ve x ekseninde sınırlandırılmış bölgenin x ekseninde 360 derece döndürülmesiyle elde edilecek katı cismin hacmi kaç birim küptür?



$$V = \int_0^4 \pi \cdot (\sqrt{x})^2 dx$$

$$= \pi \cdot \int_0^4 x dx$$

$$= \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^4$$

$$= \frac{\pi \cdot 16}{2} = 8\pi \text{ br}^3$$