

ADINIZ :

SOYADINIZ:

SINIFINIZ:

NUMARANIZ:



Matematik
İntegral 1

NOT: HER SORUNUN TAM VE DOĞRU ÇÖZÜMÜ 10 PUANDIR. KISMI PUAN VERİLMEZ

ALDIĞI PUAN:

BAŞARI DİLEKLERİMİZLE...

- 1) $\frac{d}{dx} \int (x^2 - 5x + 4) dx$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{d}{dx} \int f(x) = f(x)$$

$$\frac{d}{dx} \int (x^2 - 5x + 4) dx = x^2 - 5x + 4$$

- 2) $\int \left(\frac{1}{1+\tan^2 x} + \frac{1}{1+\cot^2 x} \right) dx$ integralini hesaplayınız.

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{1+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} + \frac{1}{1+\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} \\ &= \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} \\ &= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = 1 \end{aligned}$$

$$\int 1 dx = x + C$$

- 3) $\int_{-1}^2 |x-1| dx$ integralinin değeri kaçtır?

$x=1$ Kritik Nokta

$$\int_{-1}^1 |x-1| dx + \int_1^2 |x-1| dx$$

$$\int_{-1}^1 (1-x) dx + \int_1^2 (x-1) dx$$

$$\left[-\frac{x^2}{2} + x \right]_{-1}^1 + \left[\frac{x^2}{2} - x \right]_1^2$$

$$\left(-\frac{1}{2} + 1 \right) - \left(-\frac{1}{2} - 1 \right) + \left(\frac{4}{2} - 2 \right) - \left(\frac{1}{2} - 1 \right)$$

$$2 + 2 + \frac{1}{2} = 9/2$$

- 4) $f(x)$ fonksiyonunun $A(2, -1)$ noktasındaki teğeti x eksenine ile pozitif yönde 45° derecelik açı yapmaktadır. $f''(x) = 6x$ olduğuna göre $f(-1)$ kaçtır?

$$f(2) = -1 \quad f'(2) = \tan 45 = 1$$

$$f''(x) = 6x$$

$$\int f''(x) dx = \int 6x dx$$

$$f'(x) = 6 \cdot \frac{x^2}{2} + C$$

$$f'(2) = 12 + C = 1 \Rightarrow C = -11$$

$$f'(x) = 3x^2 - 11$$

$$\int f'(x) = \int 3x^2 - 11$$

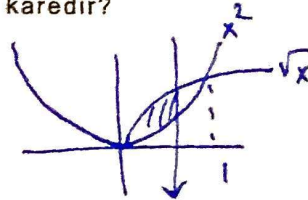
$$f(x) = x^3 - 11x + C$$

$$f(2) = 8 - 22 + C = -1 \quad C = 13$$

$$f(x) = x^3 - 11x + 13$$

$$f(-1) = -1 + 11 + 13 = 23$$

- 5) $y = x^2$ ve $y = \sqrt{x}$ fonksiyonu ile sınırlandırılmış bölgenin alanı kaçbirim karedir?



$$x^2 = \sqrt{x}$$

$$x \leq 0 \quad x = 1$$

$$A = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \int_0^1 x^{1/2} - x^2 = \left[x^{3/2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1$$

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ birim}^2$$

- 6) $\int f(x)dx = x^3 - 5x + 4$ olduğuna göre $y=f(x)$ fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisi kaçtır?

$$\frac{d}{dx} \int f(x)dx = \frac{d}{dx} (x^3 - 5x + 4)$$

$$f(x) = 3x^2 - 5$$

$$f'(x) = 6x$$

$$\begin{array}{c} 0 \\ \rightarrow | + \end{array}$$

$x=0$ $f(x)$ için
yerel min
apsisidir

- 7) Grafiği verilen $y=f(x)$

fonksiyonu için

$$\int_0^2 x \cdot f(x^2+1) dx = ?$$

$$u = x^2 + 1$$

$$du = 2x dx$$

$$\begin{aligned} \int_0^2 x \cdot f(x^2+1) dx &= \int_1^5 f(u) \cdot \frac{du}{2} \\ &= \frac{1}{2} \int_1^5 f(u) du \\ &= \frac{1}{2} (-4 + 5) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

- 8) $\int_0^2 \left(\frac{x}{\sqrt{1+x}} \right) dx$ integralini hesaplayınız

$$u = 1+x$$

$$du = dx$$

$$\begin{array}{ccc} x & 0 & 2 \\ u & 1 & 3 \end{array}$$

$$\int_1^3 \frac{(u-1) du}{\sqrt{u}} = \int \frac{u}{\sqrt{u}} - \frac{1}{\sqrt{u}}$$

$$\int \sqrt{u} - \frac{1}{\sqrt{u}} = \int u^{1/2} - u^{-1/2}$$

$$\begin{aligned} \frac{u^{3/2}}{3/2} - \frac{u^{1/2}}{1/2} \Big|_1^3 &= \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \left(\frac{1}{3/2} - \frac{1}{1/2} \right) \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{2} - (2/3 - 2) \\ &= 4/3 \end{aligned}$$

- 9) $P(x)$ 5. dereceden polinomdur.

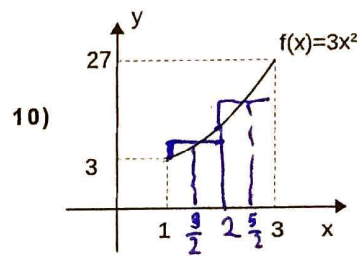
$g(x) = \int P(x)dx$ olduğuna göre $\text{der}[g(x^2+x)]$ kaçtır?

$$P(x) = 2x^5 + \dots$$

$$g(x) = \int 2x^5 + \dots = \frac{2x^6}{6} + \dots$$

$$\text{der } g(x) = 6$$

$$\text{der}(g(x^2+x)) = 2 \cdot \text{der } g(x) = 2 \cdot 6 = 12$$



$f: [1, 3] \rightarrow [3, 27]$, $f(x) = 3x^2$ fonksiyonun grafiği verilmiştir. $[1, 3]$ aralığı eşit uzunlukta iki alt aralığa bölünüp, bu alt aralıkların orta noktaları x_1 ve x_2 olarak işaretleniyor. daha sonra her bir alt aralığı taban kabul eden ve yükseklikleri sırasıyla $f(x_1)$ ve $f(x_2)$ birim olan iki dikdörtgen çiziliyor. Bu dikdörtgenlerin alanları toplamı A ve $f(x)$ fonksiyonu ile x eksenі arasında kalan bölgenin alanı B olduğuna göre, $A - B$ kaçtır?

$$x_1 = 3/2 \quad x_2 = 5/2$$

$$A = 1 \cdot f(3/2) + 1 \cdot f(5/2)$$

$$= 3 \cdot \frac{9}{4} + 3 \cdot \frac{25}{4} = \frac{27+75}{4} = \frac{102}{4} = \frac{51}{2}$$

$$B = \int_1^3 3x^2 dx = x^3 \Big|_1^3 = 27 - 1 = 26$$

$$A - B = \frac{51}{2} - 26 = -\frac{1}{2}$$