

ÜSLÜ DENKLEMLER

1) $[f(x)]^n = [f(x)]^m \Leftrightarrow n=m$

Örnek...1 :

$64^{4x-3} = 512^{x-2}$ ise x kaçtır?

$$\begin{aligned} 2^{6(4x-3)} &= 2^{9(x-2)} \\ 24x-18 &= 9x-18 \\ 15x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

Örnek...2 :

$6 \cdot 2^{x-3} + 3 \cdot 2^{x-2} - 2^x = 2048$ ise x kaçtır?

$$\begin{aligned} 2^x (6 \cdot 2^{-3} + 3 \cdot 2^{-2} - 1) &= 2048 \\ 2^x \left(\frac{6}{8} + \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 8}{8} \right) &= 2048 \\ 2^x \cdot \frac{1}{2} &= 2^8 \Rightarrow 2^{x-1} = 2^8 \\ x-1 &= 8 \Rightarrow x = 9 \end{aligned}$$

$[f(x)]^n = [g(x)]^n \Leftrightarrow f(x) = g(x) \text{ (n tek)}$

$[f(x)]^n = [g(x)]^n \Leftrightarrow |f(x)| = |g(x)| \text{ (n çift)}$

Örnek...3 :

$(5x+1)^{43} = (2x+8)^{43}$ ise x kaç olabilir?

$$\begin{aligned} 5x+1 &= 2x+8 \\ 3x &= 7 \\ x &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

Örnek...4 :

$(2x-1)^2 = (x-5)^2$ ise x kaç olabilir?

$$\begin{aligned} |2x-1| &= |x-5| \\ 2x-1 &= x-5 \quad 2x-1 = -x+5 \\ x &= -4 \quad x = 2 \end{aligned}$$

Örnek...5 :

$(x-2)^6 = x^3$ ise x kaç olabilir?

$$\begin{aligned} (x-2)^2 &= x^3 \\ x^2 - 4x + 4 &= x^3 \rightarrow x^3 - 5x + 4 = 0 \\ (x-4), (x-1) &= 0 \\ x &= 4 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$[f(x)]^{[g(x)]} = 1$ için 3 durum mümkündür.

i) $f(x)=1$ ve $g(x)$ her reel değeri alabilir

ii) $f(x)=-1$ ise $g(x)$ çift tam sayı

iii) $g(x)=0$ ise $f(x) \neq 0$ yeterlidir.

Örnek...6 :

$(x-2)^{x^2-16} = 1$ ise x kaç olabilir?

$$\begin{aligned} x-2 &= 1 \Rightarrow x = 3 \\ x^2-16 &= 0 \wedge x-2 \neq 0 \Rightarrow x = \pm 4 \\ x-2 &= -1 \quad x^2-16 = \text{çift} \quad x \\ GK &= \{1, -4, 3, 4\} \end{aligned}$$

Örnek...7 :

$(x-3)^{x^2-9} = 1$ ise x kaç olabilir?

$$\begin{aligned} x-3 &= 1 \Rightarrow x = 4 \\ x^2-9 &= 0 \wedge x-3 \neq 0 \quad x=3(x) \\ x-3 &= -1 \quad x^2-9 = \text{çift} (?) \quad x=-3(v) \\ GK &= \{-3, 4\} \end{aligned}$$

LOGARİTMALI DENKLEMLER

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, b \in \mathbb{R} \quad f(x) > 0, g(x) > 0$ iki fonksiyon olmak üzere,

$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$

$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

UYARI

Herhangi bir logaritmali denklemi genellemedeki bağıntıları kullanarak çözmeden önce mutlaka tanım kümelerini belirtmek gerekir. Toplam veya fark ifadelerinden çarpım veya bölüme dönüşen ifadeler ilk halleriyle tanımlı olmak zorundadır.

LOGARİTMA - 3
(ÜSTLÜ- LOGARİTMALI DENKLEMLER)

Örnek...8 :

$$\log_2(3x+1)=4$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$3x+1 > 0 \quad 3x+1 = 2^4$$

$$x = 5 \quad \text{ÇK} = \{5\}$$

Örnek...9 :

$$\log_{2-x}(4)=2$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$2-x > 0 \quad 2-x \neq 1 \quad (2-x)^2 = 4$$

$$2-x = 2 \quad 2-x = -2 \quad \text{ÇK} = \{0\}$$

$$x = 0 \quad x = 4$$

$$(V) \quad (X)$$

Örnek...10 :

$$\log_x(x^2-x+1)=1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$x^2-x+1 = x^2, \quad x^2-x+1 > 0$$

$$x = 1 \quad \downarrow$$

$$x^2 > 0, \quad x^2 \neq 1 \quad \text{ÇK} = \emptyset$$

$$\{1\} \quad x \neq \pm 1$$

Örnek...11 :

$$\log_{18}(x-4)+\log_{18}(x+3)=1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$\log_{18}(x-4) \cdot (x+3) = 1$$

$$18 = x^2 - x - 12$$

$$x^2 - x - 30 = 0$$

$$(x-6) \cdot (x+5) = 0$$

$$x = 6 \quad x = -5$$

$$\checkmark \quad \text{ÇK} = \{6\}$$

Örnek...12 :

$$\log_3(2x-3)+\log_3(3x+2)=1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$2x-3 > 0 \quad 3x+2 > 0$$

$$\log_3\left(\frac{2x-3}{3x+2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{3x+2} = 3$$

$$9x+6 = 2x-3$$

$$7x = -9$$

$$x = -\frac{9}{7}$$

$$\text{ÇK} = \emptyset$$

Örnek...13 :

$$\log(x^2)+\log(3x)=\log 30$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$\log(x^2 \cdot 3x) = \log 30$$

$$3x^3 = 30 \quad 3x^3 - 30 = 0$$

$$3(x^3 - 10) = 0 \quad x^3 = 10$$

$$x = \sqrt[3]{10}$$

Örnek...14 :

$$\log_2^2(5x+1)-\log_3(5x+1)=20$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$5x+1 > 0 \quad \log_3(5x+1) = -4$$

$$\log_3(5x+1) = A$$

$$5x+1 = 3^{-4}$$

$$5x+1 = \frac{1}{81}$$

$$x = -\frac{16}{81}$$

$$A^2 - A = 20$$

$$A^2 - A - 20 = 0$$

$$(A-5) \cdot (A+4) = 0$$

$$\log_3(5x+1) = 5$$

$$5x+1 = 243 \quad x = \frac{242}{5}$$

$$\text{ÇK} = \left\{ -\frac{16}{81}, \frac{242}{5} \right\}$$

Örnek...15 :

$$\log(x+y)=\log x+\log y$$

ise y nin x türünden eşiti nedir?

$$\log(x+y) = \log(x \cdot y)$$

$$x+y = xy$$

$$x = y(x-1) \rightarrow y = \frac{x}{x-1}$$

Örnek...16 :

$$\log_x(2x+8)=2$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$x^2 = 2x+8$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \rightarrow (x-4) \cdot (x+2) = 0$$

$$x = 4 \quad x = -2$$

$$\checkmark \quad \text{ÇK} = \{4\}$$

Örnek...17 :

$$\log_2(a) + \log_4(a) + \log_8(a) + \dots + \log_{32}(a) = \frac{137}{15}$$

ise a kaçtır?

$$\log_2 a + \frac{1}{2} \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 a + \dots + \frac{1}{5} \log_2 a = \frac{137}{15}$$

$$\log_2 a \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)$$

$$\log_2 a \cdot \frac{137}{60} = \frac{137}{15} \Rightarrow \log_2 a = 4$$

$$a = 2^4 = 16$$

Örnek...18 :

$$\log_2(a) \cdot \log_4(a) \cdot \log_8(a) \dots \log_{32}(a) = \frac{4}{15}$$

ise a kaçtır?

$$\log_2 a \cdot \frac{1}{2} \log_2 a \cdot \frac{1}{3} \log_2 a \cdot \frac{1}{4} \log_2 a \cdot \frac{1}{5} \log_2 a = \frac{4}{15}$$

$$(\log_2 a)^5 \cdot \frac{1}{120} = \frac{4}{15} \Rightarrow \log_2 a = 2$$

$$2^2 = a = 4$$

Örnek...19 :

$$\log(x-3) - \log x = \log(2x-1) - \log 2x$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$x-3 > 0 \quad x > 0 \quad x > \frac{1}{2} \quad 2x > 0$$

$$\log\left(\frac{x-3}{x}\right) = \log\left(\frac{2x-1}{2x}\right)$$

$$\frac{x-3}{x} = \frac{2x-1}{2x} \Rightarrow 2x-6 = 2x-1$$

$$Q = \emptyset$$

$$x \neq 0$$

Örnek...20 :

$$5^{\log_2 2} + 2^{\log_2 25} = 272 \quad \text{denkleminin çözüm kümesini bulunuz}$$

$$5^{\log_2 2} + 2^{\log_2 25} = 272$$

$$5^x = A \quad \text{diyelim}$$

Örnek...21 :

$$5^{2x} + 20 = 9 \cdot 5^x$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$A^2 + 20 = 9A$$

$$A^2 - 9A + 20 = 0$$

$$\begin{matrix} -5 \\ -4 \end{matrix}$$

$$(A-5) \cdot (A-4) = 0$$

$$A = 5$$

$$5^x = 5$$

$$x = 1$$

$$A = 4$$

$$5^x = 4$$

$$x = \log_5 4$$

$$K = \{1, \log_5 4\}$$

Örnek...22 :

$$2^{\ln x^2} + 2^{\ln x} - 2 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz

$$K = \{1\}$$

$$2^{\ln x} = A$$

$$2^{\ln x^2} = A^2$$

$$A^2 + A - 2 = 0$$

$$\begin{matrix} +2 \\ -1 \end{matrix}$$

$$(A+2) \cdot (A-1) = 0$$

$$2^{\ln x} = -2$$

$$2^{\ln x} = 1$$

$$\ln x = 0 \Rightarrow x = 1$$

UYARI (X)

$(f(x))^a = g(x)^b$ türünden ifadelerde her iki tarafın logaritması alınarak çözüme gidilebilir.

Örnek...23 :

$$x^{\log_3 x} = 9x \quad \text{ise } x \text{ kaç olabilir?}$$

$$K = \left\{\frac{1}{3}, 9\right\}$$

$$\log_3 x^{\log_3 x} = \log_3 9x$$

$$\log_3 x \cdot \log_3 x = \log_3 9 + \log_3 x$$

$$A^2 - A - 2 = 0$$

$$(A-2) \cdot (A+1) = 0$$

$$A = 2 \quad A = -1$$

$$\log_3 x = 2 \Rightarrow x = 9$$

$$\log_3 x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

Örnek...24 :

$$x^{\log_5 x} = x \quad \text{ise } x \text{ kaç olabilir?}$$

$$\{1, 5\}$$

$$\log_5 x = 1$$

$$\Rightarrow x = 5$$

$$x = 1$$

LOGARİTMA - 3
(ÜSTLÜ- LOGARİTMALİ DENKLEMLER)

DEĞERLENDİRME

1) $49^{4-2x} = 343^{x-2}$ ise x kaçtır?

$$7^{2(4-2x)} = 7^{3(x-2)} \Rightarrow 8-4x = 3x-6$$

$$7x = 14 \quad x = 2$$

2) $(x+1)^{2048} = (2x+3)^{1024}$ ise x kaç olabilir?

$$(x+1)^{1024} = (2x+3)^{1024}$$

$$x^2+2x+1 = 2x+3 \quad x^2+2x-1 = -(2x+3)$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

$$x^2+4x+4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0$$

$$x = -2$$

3) $\log_{5-x}(25) = 2$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$5-x > 0 \quad 5-x \neq 1$$

$$(5-x)^2 = 25$$

$$5-x = 5$$

$$\boxed{x=0}$$

$$5-x = -5$$

$$\boxed{x=10}$$

(5-x)'i o'dan küçük yapar X

4) $\log_2(x+1) - \log_2(3x-2) = 1$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz? $\{1\}$

$$x+1 > 0 \quad \wedge \quad 3x-2 > 0$$

$$x > -1 \quad x > \frac{2}{3}$$

$$\log_2\left(\frac{x+1}{3x-2}\right) = 1$$

$$\frac{x+1}{3x-2} = 2 \Rightarrow 6x-4 = x+1$$

$$5x = 5$$

$$x = 1$$

5) $\log^2(x+2) - 4\log(x+2) = 60$

denkleminin kökleri çarpımı yapıldığında elde edilen sayının tam kısmı kaç basamaklıdır?

$$x+2 > 0 \quad \log(x+2) = A$$

$$x > -2$$

$$A^2 - 4A - 60 = 0$$

$$(A-10) \cdot (A+6) = 0$$

$$\log(x+2) = 10$$

$$\log(x+2) = -6$$

$$x = 10^{-6} - 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = 10^4 - 2 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-6} + 4$$

11. Sınıf Matematik Konu Anlatımı

$$x = 10^{10} - 2$$

6) $16^{\log x^2} = x$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$\left\{4, \frac{1}{4}\right\}$$

$$\log_2 16^{\log x^2} = \log_2 x$$

$$4 \cdot \log x^2 = \log_2 x$$

$$\frac{4}{\log_2 x} = \log_2 x \Rightarrow 4 = (\log_2 x)^2$$

$$\log_2 x = 2$$

$$\log_2 x = -2$$

$$x = 4$$

$$x = \frac{1}{4}$$

7) $e^x - 4 = 12 \cdot e^{-x}$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$e^x - 4 = \frac{12}{e^x}$$

$$\Rightarrow e^{2x} - 4e^x - 12 = 0$$

$$(e^x - 6) \cdot (e^x + 2) = 0$$

$$AK = \{e^6\}$$

$$e^x = 6$$

$$x = \ln 6$$

$$e^x = -2$$

$$x \text{ kök yok}$$

8) $\ln^2 x + \ln x^2 = 48$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$$AK = \{e^6, e^{-8}\}$$

$$\ln^2 x + 2 \ln x - 48 = 0$$

$$(\ln x + 8) \cdot (\ln x - 6) = 0$$

$$\ln x = -8$$

$$x = e^{-8}$$

$$\ln x = 6$$

$$x = e^6$$

9) $(x+3)^{\log_2(x+3)} = 16$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz? $x+3 > 0$

$$\log_2(x+3)^{\log_2(x+3)} = \log_2 16$$

$$\log_2(x+3) \cdot \log_2(x+3) = 4$$

$$[\log_2(x+3)]^2 = 4$$

$$\log_2(x+3) = 2$$

$$\log_2(x+3) = -2$$

$$x = 1$$

$$\frac{1}{4} - 3 = x \quad \frac{11}{4}$$

$$\frac{11}{4}$$