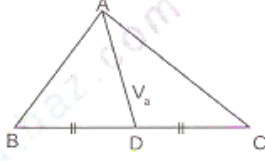


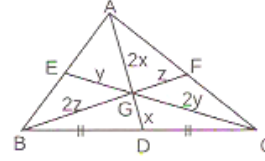
KENARORTAY-6

KENARORTAY

Bir üçgende bir köşe ile karşı kenarın orta noktasını birleştiren doğru parçasına kenarortay denir. a kenarına ait kenarortayı V_a ile gösteririz



Üçgende kenarortaylar bir noktada kesilir. Bu noktaya ağırlık merkezi denir ve genellikle G harfi ile gösterilir.

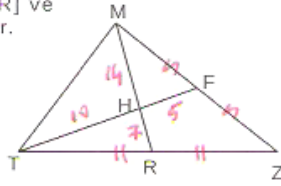


Ağırlık merkezi, kenarortayı, köşeye iki, kenara bir birim olacak şekilde böler.

Bir köşeden karşı kenara çizilen doğru parçası, başka bir köşeden çizilen kenarortayı köşeden iki ve kenardan bir birim olacak şekilde bölüyorsa kenarortaydır

Örnek...1 :

MTZ bir üçgen, [MR] ve [TF] kenarortaylardır. $[MR] \cap [TF] = \{H\}$, $|MH|=14br$, $|HF|=5br$, $|MR|+|TF|$ kaçtır?

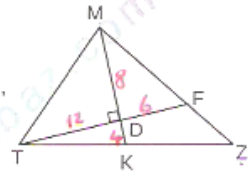


$|TH| = 2|HF|$
 $|MH| = 2|HR|$

$|MR| + |TF| = 21 + 15 = 36$

Örnek...2 :

MTZ bir üçgen $[TF] \perp [MK]$ dir. D ağırlık merkezi ve $|MK|=12br$, $|TF|=18$ ise, $|MT|$ kaç birimdir?



$|TD| = 2|DF|$
 $|MD| = 2|DK|$

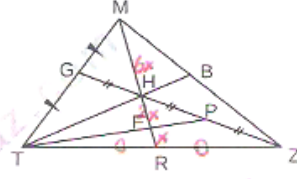
$|MT|^2 = 12^2 + 8^2$
 $= 208$

$|MT| = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$

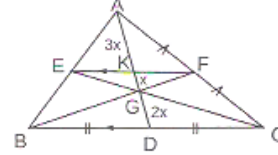
Örnek...3 :

MTZ bir üçgen $|TG|=|GM|$, $|GH|=|HP|=|PZ|$ olduğuna göre $\frac{|HF|}{|MR|}$ oranı kaçtır?

F, MTZ'nin ağırlık merkezidir. $|GR|=x \Rightarrow |HF|=2x \Rightarrow |MH|=6x$
 $\frac{|HF|}{|MR|} = \frac{2x}{9x} = \frac{2}{9}$



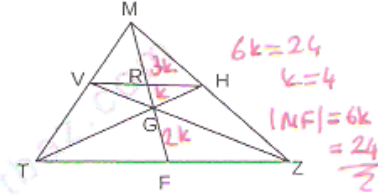
$[BF]$ ve $[CE]$ kenarortaylar ise $[FE] \parallel [BC]$ ve $2|EF|=|BC|$ ($[EF]$ orta tabandır)



Ayrıca kenarortayın parçaları arasında $2|AK|=6|GK|=3|DG|$ bağıntısı vardır.

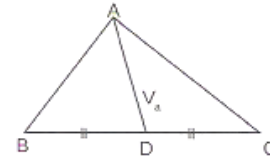
Örnek...4 :

MTZ üçgen, G ağırlık merkezidir. $[VZ] \cap [TH] = \{G\}$ ve M, R, G, F doğrusal noktalar. $|MG|=24br$ Buna göre $|MF|$ kaç birimdir?



KENARORTAY UZUNLUĞU

$2V_a^2 + \frac{a^2}{2} = b^2 + c^2$



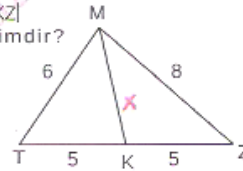
$3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2)$

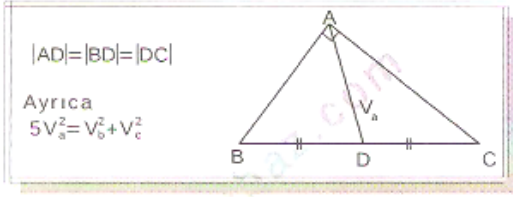
Örnek...5 :

MTZ üçgendir. $|MT|=6br$, $|MZ|=8br$, $|TK|=|KZ|$ Buna göre $|MK|$ kaç birimdir?

$2x^2 + \frac{10^2}{2} = 6^2 + 8^2$

$2x^2 + 50 = 100$
 $2x^2 = 50$
 $x^2 = 25$
 $x = 5 \Rightarrow |MK| = 5$ (Jekli: dikdörtgenleştirelim)

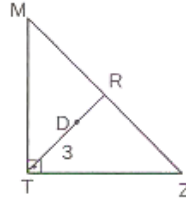




Örnek...6 :

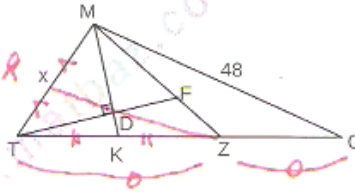
MTZ bir üçgen D ağırlık merkezidir
 $|TD|=3\text{cm}$, ise
 $V_z^2 + V_m^2$ kaç cm^2 dir?

$(TD)=3 \Rightarrow (RD)=1.5$
 $5V_z^2 = V_R^2 + V_m^2$
 $5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{405}{4} \text{ 44}$



Örnek...7 :

MTG bir üçgen.
 $[MK] \perp [TF]$.
 Şekilde D, MTZ üçgeninin ağırlık merkezi ve Z, [TG] nin orta noktasıdır.
 $|MG|=48\text{cm}$ ise x kaçtır?



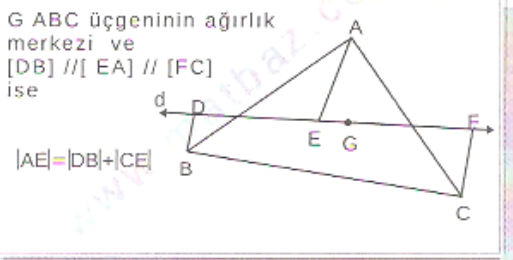
$RZ \parallel NG \Rightarrow \frac{|RZ|}{|MG|} = \frac{1}{2}$

$(RZ)=24$

$(DZ)=2(RD) \Rightarrow (RD)=\frac{x}{2}$ (muhim nokta)

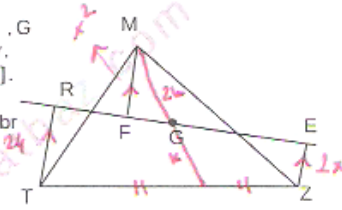
$(DZ)=x$

$x + \frac{x}{2} = \frac{3x}{2} = 24 \Rightarrow x = 16$



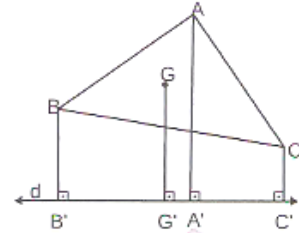
Örnek...8 :

MTZ bir üçgendir ,G ağırlık merkezidir.
 $[TR] \parallel [EZ] \parallel [MF]$.
 $|MF|=x^2\text{br}$
 $|EZ|=2x\text{br}$, $|TR|=24\text{br}$
 ise $|EZ|$ kaç birimdir?



$x^2 = 24 + 2x \rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$
 $(x-6)(x+4) = 0$
 $x=6 \Rightarrow |EZ|=12 \checkmark$

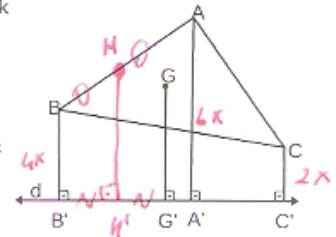
G ABC üçgeninin ağırlık merkezi ve
 $[BB'] \perp d$
 $[GG'] \perp d$
 $[CC'] \perp d$



$|AA'| + |BB'| + |CC'| = 3 \cdot |GG'|$

Örnek...9 :

ABC bir üçgen G ağırlık merkezidir
 $|G'G|=12\text{cm}$, ve
 $6|CC'|=2|AA'|=3|BB'|$
 olduğuna göre [AB] nin orta noktasının d doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?



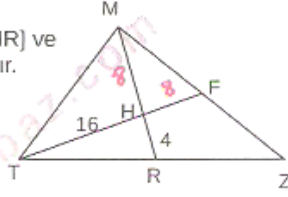
$3 \cdot (2) = 4x + 6x + 2x$

$36 = 12x$
 $x=3$

$|HH'| = \frac{4x+6x}{2} = 5x = 15$

DEĞERLENDİRME - 1

- 1) MTZ bir üçgen, [MR] ve [TF] kenarortaylardır. $[MR] \cap [TF] = |H|$, $4 \cdot |HR| = |TH| = 16$ br, $|MR| + |TF|$ kaçtır?

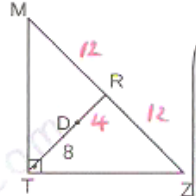


H ağırlık merkezi

$$|TH| = 2|HF|, |MH| = 2|HR|$$

$$|MR| + |TF| = 12 + 24 = 36$$

- 2) MTZ bir üçgen D ağırlık merkezidir $|TD| = 8$ cm, ise $|MZ|$ kaç cm dir?

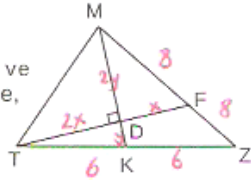


$$|TD| = 2|DR|$$

$$|DR| = 4 \Rightarrow |MR| = 12 \text{ cm}$$

$$|MZ| = 24 \text{ (ağırlık merkezi jülü!!)}$$

- 3) MTZ bir üçgen $[TF] \perp [MK]$ dir. D ağırlık merkezi ve $|TK| = 6$ br, $|MF| = 8$ ise, $|MT|$ kaç birimdir?



$$|MD| = 2|DK|, |TD| = 2|DF|$$

$$4x^2 + y^2 = 36$$

$$+ 4z^2 + x^2 = 64$$

$$5x^2 + 5y^2 = 100$$

$$x^2 + y^2 = 20$$

$$|MT|^2 = 4x^2 + 4y^2$$

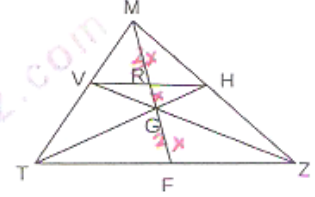
$$|MT|^2 = 4 \cdot 20$$

$$|MT|^2 = 80$$

$$|MT| = \sqrt{80}$$

$$= 4\sqrt{5}$$

- 4) MTZ üçgen, G ağırlık merkezidir. $[VZ] \cap [TH] = |G|$ ve M, R, G, F doğrusal noktalar. $|FG| = 12$ br. Buna göre $|MF|$ kaç birimdir?

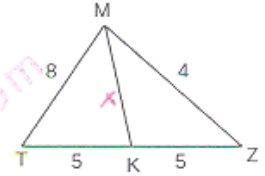


$$|MR| = 3x \Rightarrow |RG| = x, |GF| = 2x$$

$$2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

$$|MF| = 6x = 36$$

- 5) MTZ üçgenidir. $2 \cdot |MZ| = |MT| = 8$ br, $|TK| = |KZ|$. Buna göre $|MK|$ kaç birimdir?



kenarortay uzunluğu

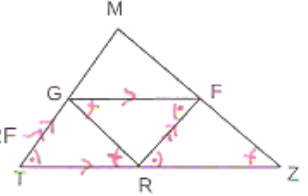
$$2x^2 + \frac{10^2}{2} = 8^2 + 4^2$$

$$2x^2 + 50 = 80$$

$$2x^2 = 30$$

$$x = \sqrt{15}$$

- 6) MTZ bir üçgen, G, R, F üzerinde bulunduğu kenarların orta noktalarıdır. $\angle(MTZ) = 22^\circ$ cm ise GRF üçgeninin çevresi kaç birimdir?



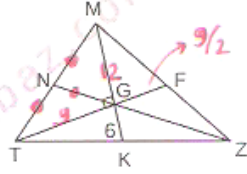
$$\triangle MTZ \sim \triangle RFG$$

$$k = 2$$

$$C(\triangle MTZ) = 22 \Rightarrow C(\triangle GRF) = 11$$

DEĞERLENDİRME - 2

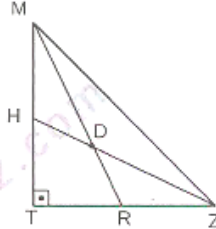
- 1) MTZ bir üçgen
 $[TF] \perp [MK]$ dir.
 G ağırlık merkezi
 ve $|FG| = \frac{9}{2}$ br ve
 $|KG| = 6$ br ise,
 $|GZ|$ kaç
 birimdir?



$|MG| = 2|GK|$, $|TG| = 2|GF|$
 $\triangle MTG$ 9-12-15

$|MN| = |NT| = |NG| = \frac{|GZ|}{2} \Rightarrow |GZ| = 15$

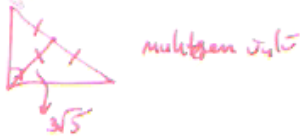
- 2) MTZ bir üçgen D
 ağırlık merkezidir
 Şekilde $|MR| = 12$ br,
 $|HZ| = 9$ br ise $|MZ|$
 kaç birimdir ?



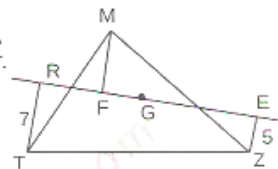
$5\sqrt{6}^2 = \sqrt{m}^2 + \sqrt{n}^2$

$5\sqrt{6}^2 = 12^2 + 9^2$

$\sqrt{6} = 3\sqrt{5} \Rightarrow |MZ| = 2\sqrt{6} = 6\sqrt{5}$

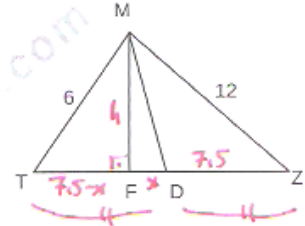


- 3) MTZ bir üçgendir.
 $|TR| = 7$ br, $|EZ| = 5$ br,
 G ağırlık merkezidir.
 $[TR] \parallel [EZ] \parallel [MF]$
 ise $|MF|$ kaçtır?



$|MF| = |RT| + |EZ| = 12$

- 4) MTZ bir üçgen, D
 noktası $[TZ]$ nin orta
 noktasıdır. $[MF] \perp [TZ]$.
 $2|MT| = |MZ| = 12$ br,
 $|ZT| = 15$ br ise $|FD|$
 kaç derecedir?



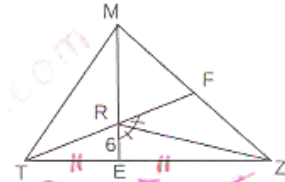
$h^2 = 6^2 - (7.5-x)^2 = 12^2 - (7.5+x)^2$

$(7.5+x)^2 - (7.5-x)^2 = 12^2 - 6^2$

15. $2x = 6.18$

$x = 18/5$

- 5) R, MTZ üçgeninin
 ağırlık merkezidir.
 $m(\angle ZRF) = m(\angle ZRE)$
 $|ER| = 6$ br ise $|TF|$ kaç
 birimdir?

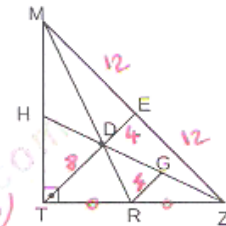


$\triangle RET$ de $değişken$

$\frac{1}{2} = \frac{6}{|TR|} \Rightarrow |TR| = 12$

$|TR| = 2|RF| \Rightarrow |RF| = 6 \Rightarrow |TF| = 18$

- 6) MTZ bir dik üçgen D
 ağırlık merkezidir.
 $[RG] \parallel [TE]$,
 $[GR] \parallel [ET]$.
 Şekilde $|MZ| = 24$ br,
 $|RG|$ kaç birimdir ?



$|TE| = |ME| = |EZ|$ (mühtesem)

$|TD| = 2|DE| \Rightarrow |TD| = 8$

$|RG| = \frac{|TD|}{2}$