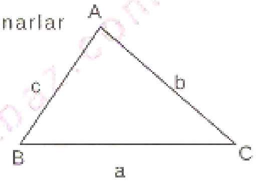
AÇI KENAR BAĞINTILARI

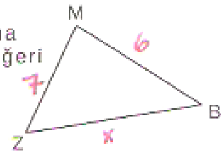
1. Bir üçgenin çizilebilmesi için kenarlar arasında

$|a-b|<c<a+b$
$|a-c|<b<a+c$
$|c-b|<a<c+b$
bağıntıları geçerli olmalıdır.



Örnek...1 :

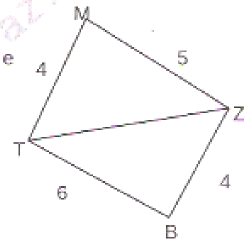
MBZ bir üçgendir.
$|MB|=6$br, $|MZ|=7$br olduğuna göre $|BZ|$ nin asal sayı değeri toplamı kaçtır?



$7-6 < x < 7+6$
$1 < x < 13$
$x \in \{2,3,5,7,11\}$ 5 değer

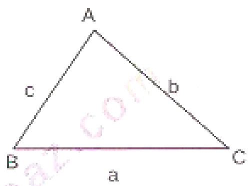
Örnek...2 :

MTBZ bir dörtgendir. Verilen uzunluklara göre TZ köşegeni kaç farklı tamsayı değer alır?



$5-4 < |TZ| < 5+4$
$6-4 < |TZ| < 6+4$
$* \quad 2 < |TZ| < 9$
$|TZ| = 3,4,5..8 \longrightarrow$ 6 değer alır.

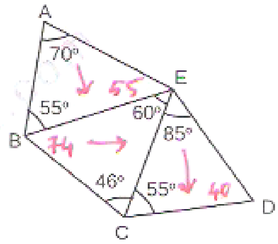
2. Bir üçgende büyük açı karşısında büyük kenar bulunur. Bu önermenin tersi de doğrudur.



$a<b<c \Leftrightarrow m(\widehat{A})<m(\widehat{B})<m(\widehat{C})$

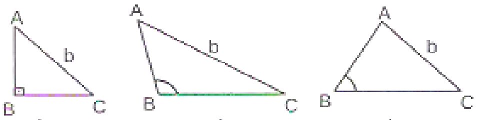
Örnek...3 :

ABC ,BEC ve ECD birer üçgendir. Şekilde verilen açı ölçülerine göre en uzun kenar hangi kenardır?



$|AB| = |AE| < |BE|$
$|BE| < |BC| < |KE|$
$|CE| < |ED| < |CD|$
$\Rightarrow |CD|$ en büyük kenardır!

3.

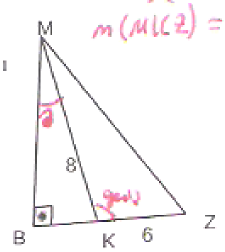


$m(\hat{B})=90$	$m(\hat{B})>90$	$m(\hat{B})<90$
$b^2=a^2+c^2$	$b^2>a^2+c^2$	$b^2<a^2+c^2$

Örnek...4 :

MBZ bir dik üçgen $|KZ|=6$br, $|MK|=8$br olduğuna göre $|MZ|$ kaç farklı tamsayı değeri alır?

$m(\widehat{MKZ}) = 90+\alpha$

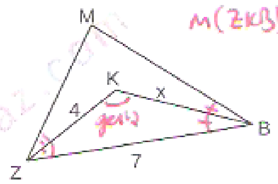


$2 < |MZ| < 14$
$|MZ|^2 > 8^2+6^2 = 100$
$10 < |MZ| < 14$
$11,12,13 \longrightarrow$ 3 değer

Örnek...5 :

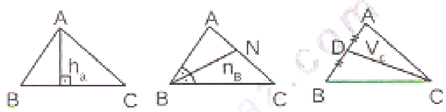
MBZ bir üçgendir. [ZK] ve[KB] açıortaydır, $|KZ|=6$br , $|BZ|=12$br olduğuna göre x in alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

$m(\widehat{ZKB}) = 90 + \frac{m(\widehat{B})}{2}$



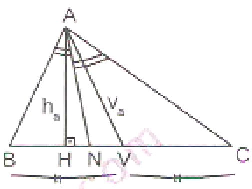
$7-4 < x < 7+4 \longrightarrow 3 < x < 11$
$7^2 > 4^2+x^2 \longrightarrow x^2 < 33$
$3 < x < \sqrt{33}$
$4+5 = 9$

4.



$m(\widehat{A})<m(\widehat{B})<m(\widehat{C}) \Leftrightarrow \begin{array}{c} a<b<c \\ h_c<h_b<h_a \\ V_c<V_b<V_a \\ n_C<n_B<n_A \end{array}$

ABC çeşitkenar bir üçgense bir köşede



$h_a<n_A<V_a$ sıralaması vardır.

Örnek...6 :

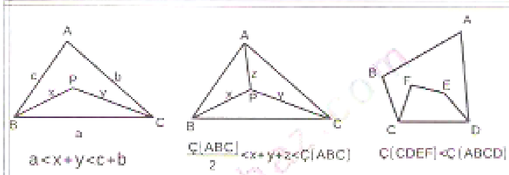
Çeşitkenar bir üçgende $h_a=n_B=v_c$ bağıntısı geçerliyse bu üçgende açı sıralaması nasıl olmalıdır?

$n_A > h_a = n_B \Rightarrow n_A > n_B \Rightarrow a < b$

$V_b > n_B = V_c \Rightarrow V_b > V_c \Rightarrow b < c$

beraber

$a<b<c$



Uyarı : Ortadaki şekilde ABC de kenar uzunlukları arasında a > b > c ilişkisi varsa a + b > x+y+z > b+c olur

Örnek...7 :

Çevresi 29 cm olan bir ABC üçgeninin içinde alınan bir noktanın üçgenin köşelerine uzaklıkları toplamı kaç tamsayı değeri alabilir?

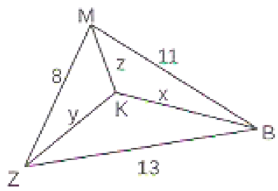
$\frac{29}{2} < \underbrace{x+y+z}_{} < 29$

15, 16, ... 28

14 değer olur.

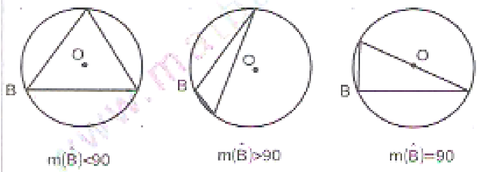
Örnek...8 :

MBZ bir üçgendir. |MZ|=8br , |BZ|=13br , |MB|=11br olduğuna göre x+y+z nin kaç farklı tamsayı değeri vardır?



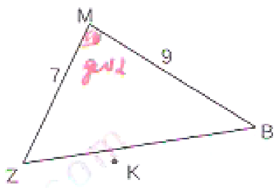
$19 < x+y+z < 24$

Üçgenin dar, dik geniş açılı oluşuna göre çevrel çemberinin merkezinin yeri şekillerdeki gibidir.



Örnek...9 :

MBZ bir üçgendir. |MZ|=7br , |MB|=9br , K çevrel çemberin merkezi olduğuna göre |BZ| kaç farklı tamsayı değeri vardır?



$9-7 < |BZ| < 7+9$

$|BZ|^2 > 9^2+7^2 = 130 \Rightarrow \sqrt{130} < |BZ| < 16$

12, 13, 14, 15 → 4 değer

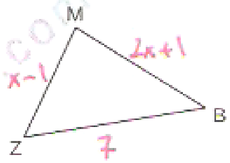
Üçgen Çizimleri

Bir üçgeni çizebilmek için, en az biri uzunluk olmak üzere, üç eleman verilmelidir. Verilen elemanlara göre, önce bir taslak üçgen çizilir; asıl üçgenin nasıl çizilebileceği, bu taslak üzerinde belirlenir. Çizim için pergel, cetvel ve iletki kullanılır. Üçgenin çizilebilmesi için en az biri uzunluk ve iki açı bilinmelidir

$m(A) = 90 - \frac{m(\hat{A})}{2}$

DEĞERLENDİRME – 1

1) MBZ bir üçgendir. $|MB| = 2x+1$ br, $|MZ| = x-1$ br, $|BZ| = 7$ br, olduğuna göre $|BM|$ kaç farklı tam sayı değeri alır?



$2x+1-(x-1) < 7 < 2x+1+x-1$

$x+2 < 7 < 3x$

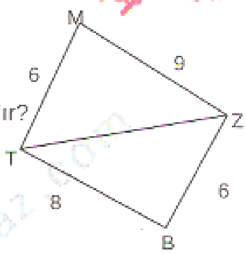
$x+2<7 \Rightarrow x<5 \rightarrow \frac{7}{3} < x < 5$

$7<3x \Rightarrow \frac{7}{3} < x$

istenen 2x+1 ifadeyi 2ile çarpıp 1 ekleyelim

$\frac{14}{3} < 2x < 10 \rightarrow \frac{17}{3} < 2x+1 < 11 \rightarrow |BM| = 6,7,8,9,10$ 5 değer

2) MTBZ bir dörtgendir. Verilen uzunluklara göre TZ köşegeni kaç farklı tamsayı değer alır?



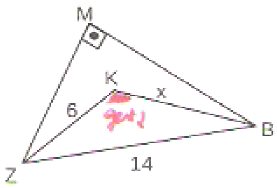
$9-6 < |TZ| < 9+6$

$8-6 < |TZ| < 8+6$

$3 < |TZ| < 14$

$4,5,\ldots 13 \rightarrow 10$ değer

3) MBZ bir üçgendir. $m(\widehat{BMZ}) = 90°$, $|KZ| = 6$ br, $|BZ| = 14$ br olduğuna göre $x = |KB|$ kaç farklı tamsayı olabilir?



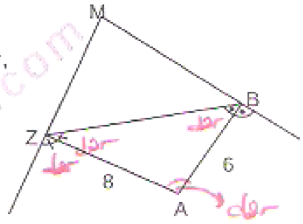
$14-6 < x < 14+6 \rightarrow 8 < x < 20$

$14^2 > 6^2 + x^2 \rightarrow x^2 < 160$

$\Rightarrow 8 < x < \sqrt{160}$

$9,10,11,12 \rightarrow 4$ değer

4) MBZ bir üçgendir. [ZA] ve[AB] açıortaydır, $|AZ| = 8$ br, $|AB| = 6$ br ise $|ZB|$ kaç farklı tamsayı değeri alır?



$8-6 < |ZB| < 8+6$

* $2 < |ZB| < 14$

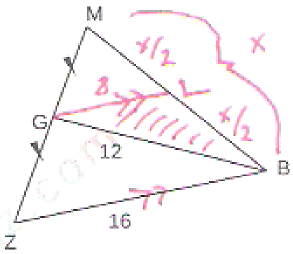
* $|ZB|^2 < 6^2 + 8^2 \rightarrow |ZB| < 10$

* $8^2 < 6^2 + |ZB|^2 \rightarrow |ZB| > \sqrt{28}$

* $6^2 < 8^2 + |ZB|^2 \rightarrow$ gerek yok (doğru!)

$\sqrt{28} < |ZB| < 10 \rightarrow |ZB| = 6,7,8,9 \rightarrow 4$ değer

5) MBZ bir üçgendir. $|BG| = 12$ br $|ZB| = 16$ br ve G noktası [ZM] nın orta noktası ise |BM| kaç farklı tamsayı değeri alır?



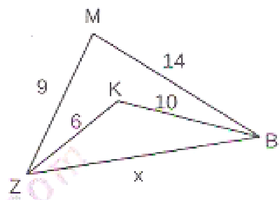
$GL \parallel ZB$

$|GL| = \frac{|ZB|}{2}$ $|LB| = \frac{|MB|}{2}$

$\overset{\triangle}{GLB}$ de $12-8 < \frac{x}{2} < 12+8$

$4 < \frac{x}{2} < 20 \rightarrow 8 < x < 40$

6) MBZ bir üçgendir. , $|KZ| = 6$ br , $|KB| = 10$ br , $|ZM| = 9$ br , $|MB| = 14$ br olduğuna göre x kaç farklı tamsayı olabilir?



$10-6 < x < 10+6 \rightarrow 4 < x < 16$

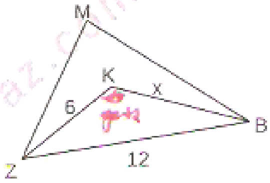
$14-9 < x < 14+9 \rightarrow 5 < x < 23$

$5 < x < 16$

$6,7,\ldots 15 \rightarrow 10$ değer

DEĞERLENDİRME – 2

1) MBZ bir üçgendir. [ZK] ve [KB] açıortaydır, |KZ|=6br, |BZ|=12br olduğuna göre x kaç farklı tamsayı olabilir?



$12-6 < x < 12+6$

$6 < x < 18$

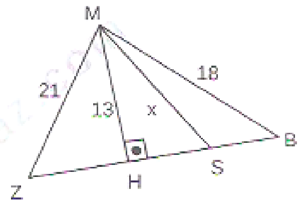
$12^2 > x^2+6^2$

$x < \sqrt{108}$

$6 < x < \sqrt{108}$

7 8 9 10 → 4 değer

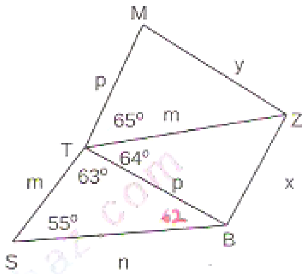
4) MBZ bir üçgendir. [MH]⊥[ZB], |MH|=13br, |ZM|=21br, |MB|=18br ise |MS|=x kaç farklı tamsayı değeri alır? S ∈ [ZB]



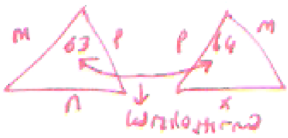
$13 \leq x \leq 21$

S noktası hareketli alınıp H'ye alınırsa minimum Z'ye alınırsa maksimum değerini alır.

2) MTZ, TBZ, STB birer üçgendir. Şekilde verilen açı ve uzunluklara göre kenar uzunluklarını küçükten büyüğe sıralayınız.



$n > m > p$ $y > x > n$

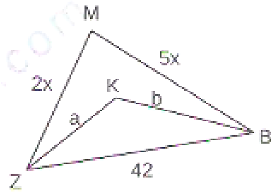


karşılaştırma ile $x > n$

$y > x > n > m > p$

(kollar açıldıkça karşı kenar büyür!)

5) MBZ bir üçgendir. , |KZ|=~~2x~~ a, |KB|=b, |ZM|=2x, |MB|=5x olduğuna göre |MB|=5x Ç(KZB) tamsayı olarak en çok kaç olabilir?



$3x < 42 < 7x \rightarrow 3x < 42$, $x < 14$ $7x > 42$, $x > 6$

$6 < x < 14 \rightarrow 7x < 98$

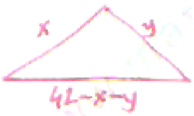
$42 < a+b < 7x$ $a+b < 98$

$Ç(KZB) = a+b+42 < 98+42$

$Ç < 140$

$Ç_{max} = 139$

3) Kenar uzunlukları tamsayı olan çeşitkenar bir üçgenin çevresi 42 birimdir. Bu üçgende en büyük kenar uzunluğu kaç farklı değer alır?



$x > y > 42-x-y$ olsun.

$x-y < 42-x-y < x+y$

$2x < 42 \rightarrow x < 21$

$42 < 2x+2y \rightarrow 21 < x+y$

x	y	42−x−y
20	19	3
19	18	5
17	16	9
16	15	11
15	14	13

5 değer

6) Çeşitkenar bir üçgende $V_a=h_b=n_c$ bağıntısı geçerliyse bu üçgende kenar sıralaması nasıl olmalıdır?

$V_a = h_b = n_c$

$h_a < V_a = h_b \rightarrow h_a < h_b \rightarrow a > b$

$h_b = n_c > h_c \rightarrow h_b > h_c \rightarrow b < c$

$V_a = n_c < V_c \rightarrow V_a < V_c \rightarrow a > c$

$a > c > b$