

İSTATİSTİK

Toplumsal nitelikteki olaylarla ilgili sayısal (kantitatif) verileri toplamak, bu verileri analiz etmek ve bunlardan sonuçlar çıkarılmasında kullanılan matematiğe dayalı bilim dalına istatistik denir. Sosyal bilimler, biyoloji ve tıp alanlarında kullanılır. Toplum olaylarıyla onları etkileyen değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında genellemeler yapılmasına imkan verir.

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

Merkezi eğilim ölçüleri mod, medyan ve aritmetik ortalamadır.

Merkezi eğilim ölçüleri, bir konuda toplanan verilerin hangi değer etrafında toplandığı hakkında yorum yapmaya yarayan değerlerdir.

1) ARİTMETİK ORTALAMA

Bir dizide terimler toplamının toplam veri adetine bölerek buluruz.

Örnek...1 :
1,2,41,18,2,8 verilerinin aritmetik ortalaması nedir?

$$\frac{1+2+41+18+2+8}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

Örnek...2 :

2,4,4,7,7,7,8,8 verilerinin aritmetik ortalaması nedir?

$$\frac{2+4+4+7+7+7+8+8}{8} = \frac{47}{8}$$

Örnek...3 :

Bir otoparktaki araç sayısının günlere göre dağılımı tabloda özetlenmiştir.

Günler	P.tesi	Sah	Çrs.	Prş.	Cuma	C.tesi	Pazar
Duraktaki araç sayısı	10	20	30	22	34	120	115

Buna göre günde ortalama kaç araç bu parkta bulunmaktadır?

$$\frac{10+20+30+22+34+120+115}{7} = 50,14$$

Örnek...4 :

İlk iki sınavında 75 ve 82 alan bir öğrencinin bu dersin ortalamasını 5 yapabilmek için son sınavdan kaç alması gerekmektedir?

$$\frac{75+82+x}{3} = 85 \Rightarrow x = 98 \text{ (e102)}$$

2) MEDYAN (ORTANCA)

Dizinin terimleri büyükten küçüğe ya da küçükten büyüğe doğru sıralandığında baştan ve sondan eşit uzaklıktaki sayıya medyan (ortanca) denir.

Eğer veri dizisi tek elemanlıysa ortadaki veri medyandır.

Eğer veri dizisi çift elemanlıysa ortada bulunan iki verinin aritmetik ortalamasıdır.

Araştırma

1) 21,15,34,15,24,15,67 verilerinin medyanı nedir?

Çözüm

Veriler düzenlenirse 15,15,15,21,24,34,67 dolayısıyla medyan 21 olur.

2) 1,5,154,25,20,21 verilerinin medyanı nedir?

Çözüm

Veriler düzenlenirse 1,5,20,21,25,154 dolayısıyla medyan $\frac{20+21}{2} = 20,5$ olur.

Örnek...5 :

12,16, 60, 17,7, 81,12 verileri için medyan nedir?

$$7 \ 12 \ 12 \ (16) \ 17 \ 60 \ 81$$

medyan

Örnek...6 :

52, 26, 6, 7, 8, 12 verileri için medyan nedir?

$$6 \ 7 \ 8 \ 12 \ 26 \ 52$$

$$\frac{8+12}{2} = 10 \text{ medyan}$$

Örnek...7 :

$x, 51, 8, 8, 12$ verileri için medyan x ise x kaç farklı tamsayı değeri alabilir?

$$8, 8, x, 12, 51 \rightarrow 8, 9, 10, 11, 12$$

$$8 \leq x \leq 12 \quad 5 \text{ değer}$$

3) MOD (TEPE DEĞER)

Bir dizide en çok tekrarlanan sayıya mod (tepe değeri) denir. Bazı durumlarda ise mod olmayabilir. Bazı durumlarda birden çok olabilir. Veri grubunda her değer farklı ise mod bulunmaz.

Veri grubunda bir terimin tekrar sayısına o terimin frekansı denir.

Soru

2,5,8,11,24,15,67 verilerinin modu nedir?

Çözüm

Her terim bir defa var olduğundan mod yoktur.

Soru

1,1,3,5,1,3,67 verilerinin modu nedir?

Çözüm

En çok tekrar eden veri 1 olduğundan mod 1 dir

UYARI

Bazı kaynaklarda, bir dizide en çok sayıda tekrar eden iki sayı sayısının varlığı durumunda bu iki sayı peşpeşe gelmişlerse mod bu iki değer in ortalaması olarak hesaplanmaktadır.

Aşağıdaki örnekleri inceleyiniz

- 78,17,3,3,5,5,67 verilerinin modu nedir?
3 ve 5 iki defa ve arka arkaya geldiğinden mod 4 tür. (Bazı kaynaklarda 3 ve 5 in ikisi de moddur denmektedir)
- 78,17,3,3,4,5,5 verilerinin modu nedir?
3 ve 5 iki defa ve arka arkaya gelmediğinden mod 3 ve 5 in her ikisidir.

Örnek...8 :

Sayı dizilerinin modlarını bulunuz

- 8, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 13 verileri için mod nedir?

mod 10 ve 11

- 78,17,3,3,4,5,5,78 verilerinin modu nedir?

mod 3, 5 ve 78

- 2,1,23,4,4,5,5,6,7,7, 12 verileri için mod nedir?

mod 4, 5, 7

- 52,26, 6, 7, 8, 12 verileri için mod nedir?

mod yok

UYARILAR

1. Mod uygulamada farkına varılmadan en çok başvurulan ortalamalardan biridir. Örneğin, giyim eşyası üretiminde en çok satılan numaralar ve bedenler dikkate alınır ki, bu, mod hesabı anlamını taşır.

2. Mod (ve medyan) anormal terimlerin etkisi altında kalmaz. Örneğin bir gruba grup ortalamasının çok üzerinde yaşa sahip yeni bir birey katılması modu değiştirmez.

3. Aritmetik ortalama ve medyan sayısal veriler için hesaplanabilirken, tepe değeri hem sayısal hem de nitel veriler için hesaplanabilir.

MERKEZİ DAĞILIM (YAYILIM) ÖLÇÜLERİ

Dizideki terimlerin birbirine yakınlığı ya da uzaklığı hakkında bilgi veren ölçülerdir. Verinin nasıl dağıldığının ölçüsüdür denilebilir.

1) ÜST UÇ DEĞER

Verilerin en büyük olanıdır.

2) ALT UÇ DEĞER

Verilerin en küçük olanıdır

3) AÇIKLIK (ARALIK,RANJ)

Veri grubundaki en büyük ve en küçük değer arasındaki farktır

Örnek...8

3) 78,17,3,3,4,5,5,78 verilerinin açıklığı nedir?

Çözüm

Üst uç değer 78 ve alt uç değer 3 olduğundan açıklık $78-3=75$ tir

Örnek...9
Aşağıdaki verilerinin aralıklarını bulunuz

a) 1,2,3,4,5

$$5-1=4$$

b) 1,2,3,3,3,3,4,4,4,5,7,7,7,8,9,10

$$10-1=9$$

c) 3,6,8,2,1,5,6,9

$$9-1=8$$

4) ALT ÇEYREK , ÜST ÇEYREK , ÇEYREKLER AÇIKLIĞI

Çeyrekler açıklığı ($Q=Q_3-Q_1$), iki grubu karşılaştırmada, "düzenli olup olmadığı", "verilerin birbirine yakın olup olmadığı" gibi konularda bilgi verir. Alt çeyrek (1. çeyrek Q_1) ve üst çeyrek (3. çeyrek Q_3) ise çeyreklerin hangi sayı etrafında olduğunu görmemizi ve dolayısıyla gruplar üzerinde daha basit değerlendirme yapmamızı sağlar.

Sıralı ve sonlu bir veri setinde alt yarının (alt grup) medyanına alt çeyrek, üst yarının (üst grup) medyanına üst çeyrek denir.

Alt çeyrek ve üst çeyrek bulunurken medyan hesaplamadaki yöntem kullanılır.

Çeyreklerin arasındaki farka çeyrekler açıklığı denir.

Örnek...10

4) 1,3,5,7,11,13,9 verilerinin çeyrekler açıklığı nedir?

Çözüm

1,3,5,7,9,11,13 verilerinde
medyan 7
alt çeyrek: 1,3,5 verilerinin medyanı 3
üst çeyrek: 9,11,13 verilerinin medyanı 11
çeyrekler açıklığı $11-3=8$ olur.

1,3,5,7,11,13,9,15 verilerinin çeyrekler açıklığı nedir?

Çözüm

1,3,5,7,11,13,15 verilerinde
medyan $\frac{7+11}{2}=9$
alt çeyrek: 1,3,5,7 verilerinin medyanı 4
üst çeyrek: 9,11,13,15 verilerinin medyanı 12
çeyrekler açıklığı $12-4=8$ olur.

Örnek...10 :

Aşağıdaki verilerinin medyanını, alt ve üst çeyreğini bulunuz

a) 1,2,3,4,5

Medyan 3

A.G: 1,5

Ü.G: 4,5

c) 1,2,3,3,3,3,4,4,5,7,7,8,9,10

M: 4

A.G: 3

Ü.G: 7

b) 1,2,3,4,5,6

M: 3,5

A.G: 2

Ü.G: 5

5) VARYANS VE STANDART SAPMA

Standart sapma dizideki her bir değer aritmetik ortalamaya yakınlığını gösterir. Standart sapmanın küçük olması aritmetik ortalamadan sapmaların az olduğunu ve riskin az olduğunu, standart sapmanın büyük olması ise aritmetik ortalamadan sapmaların çok olduğunu ve riskin de fazla olduğunu gösterir.

Bir veri grubunun varyans ve standart sapma aşağıdaki gibi bulunur.

I. Veri grubunun aritmetik ortalaması bulunur.

II. Her verinin aritmetik ortalama ile farkının kareleri alınıp toplanır.

III. Bulunan toplam, veri sayısının 1 eksiğine bölünür bu değer varyanstır

IV. Varyansın karekökü alınır. Bu değer standart sapmadır.

Sembolik olarak

X_i ler veri ve \bar{X} ortalama olmak üzere

$$\text{varyans} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

standart sapma = $\sqrt{\text{varyans}}$
(UYARI Kullanılan Yığın ise paydada n, örneklem ise n-1 kullanılır)

4, 8, 12 verilerinin standart sapmasını bulalım

çözüm

$$\text{Ortalama} = \frac{4+8+12}{3} = 8$$

$$\text{Varyans} = \frac{(8-4)^2 + (8-8)^2 + (8-12)^2}{3-1} = 16$$

$$\text{Standart Sapma} = \sqrt{16} = 4 \text{ olur.}$$

Örnek...11 :

Aşağıdaki verilerinin standart sapmalarını bulunuz

$$\text{a) } 1, 2, 3, 4, 5 \quad \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\text{Varyans} = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5-1} = 2,5$$

$$\text{S.S.} = \sqrt{2,5} = \frac{5}{\sqrt{10}} \approx 1,58$$

b) 1, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 7, 7

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+3+3+4+4+5+7+7}{10} = \frac{39}{10} = 3,9$$

$$\text{Varyans} = \frac{(1-3,9)^2 + (2-3,9)^2 + (3-3,9)^2 + (3-3,9)^2 + (4-3,9)^2 + (4-3,9)^2 + (5-3,9)^2 + (7-3,9)^2 + (7-3,9)^2}{10} = 3,87$$

$$\text{S.S.} = 1,96$$

c) 10, 22, 38, 26, 4

$$\bar{x} = \frac{10+22+38+26+4}{5} = 20$$

$$\text{Varyans} = \frac{(10-20)^2 + (22-20)^2 + (38-20)^2 + (26-20)^2 + (4-20)^2}{5} = 180$$

$$\text{S.S.} = 13,4$$

UYARI

Aritmetik ortalama dağılımın yaygınlığı hakkında bir bilgi vermez.

İki dağılımın aritmetik ortalamaları aynı iken yayılımı farklı olabilir.

Mesela 3, 6, 9 sayılarının aritmetik ortalaması ile 1, 2, 15 sayılarının aritmetik ortalamaları 6'dır.

Birinci dizideki değerler aritmetik ortalamaya çok yakınken ikinci dizideki değerler aritmetik ortalamadan uzaktır.

Bir dağılımda aritmetik ortalamadan uzaklaştıkça dağılımın yaygınlığı artar.

Dağılımın yaygınlığını gösteren terimlerden biri de standart sapmadır.

UYARI

Aritmetik ortalama, ortanca (medyan), tepe değeri (mod) 'merkezi eğilim';

açıklık, çeyrekler açıklığı, standart sapma ise "merkezi yayılma" ölçüleridir

Açıklık

I. Borsada riskin az olduğu yatırım araçlarını bulmak için standart sapma

II. Bir sınıfta öğrencilerin en sevdiği rengi bulmak için mod

III. Bir okuldaki en başarılı öğrenciyi bulmak için aritmetik ortalama kullanılabilir.

İSTATİSTİKİ TEMSİL BİÇİMLERİ

Grafikler sayesinde sayısal verileri daha hızlı ve kolay yorumlayabiliriz. Grafikler verileri görsel hale getirir ve sonuçları daha çabuk ve sağlıklı ulaştırmamızı sağlar

KESİKLİ VE SÜREKLİ VERİLER

Kesikli veri sayılarak elde edilen tam sayılı değerlerdir. Nüfus, bir evdeki insan sayısı gibi.

Sürekli veri reel sayı değeri alabilen nicel verilerdir. Boy, kütle gibi. Sürekli veriler ölçümle belirtilirler.

GRAFİK TÜRLERİ

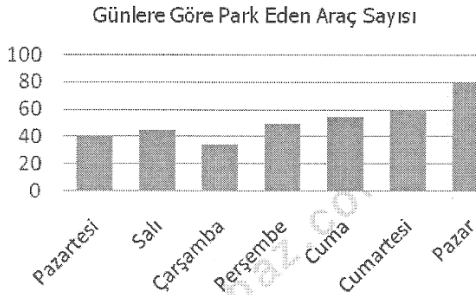
1.SÜTUN GRAFIĞI

Nicelikleri karşılaştırmak için kullanılır

Örnek...1 :

Aşağıdaki tabloda bir araç parkında günlere göre park eden araçların sayısı verilmiştir

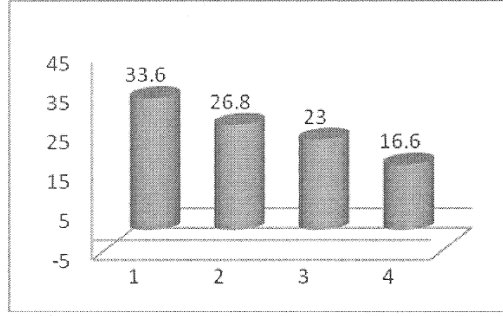
Pazartesi	40
Salı	45
Çarşamba	35
Perşembe	50
Cuma	55
Cumartesi	60
Pazar	80



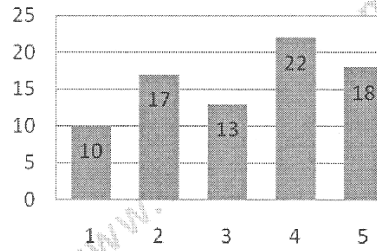
Örnek...2 :

Aşağıdaki tabloda bir ülkede yıllara göre üretilen sebze miktarı (milyon ton olarak) verilmiştir

2009	33,6
2010	26,8
2011	23
2012	16,6



Örnek...3 :



Yukarıdaki grafik bir galerinin günlere göre sattığı araba miktarını göstermektedir.

Grafığe göre

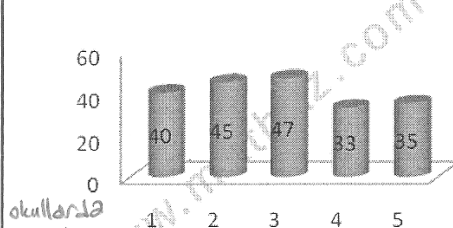
a) satışların % kaç 2. Gün yapılmıştır?

b) günde ortalama kaç araba satılmıştır?

$$a) \frac{17}{80} \cdot 100 = \frac{17}{80} \cdot 100 = 21,25\%$$

$$b) \frac{10+17+13+22+18}{5} = 16,6$$

Örnek...4 :



okullarda

$$100 \text{ öğrenci olsun. } \frac{40+45+47+33+35}{5 \cdot 100} \cdot 100 = 40\%$$

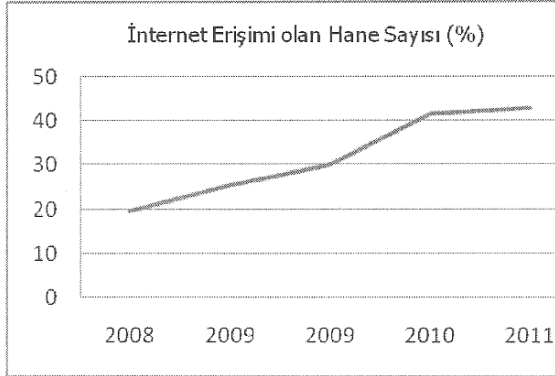
2. ÇİZGİ GRAFİĞİ

Bir niteliğin belirli zaman aralıkları içindeki değişimini incelemek için kullanılır

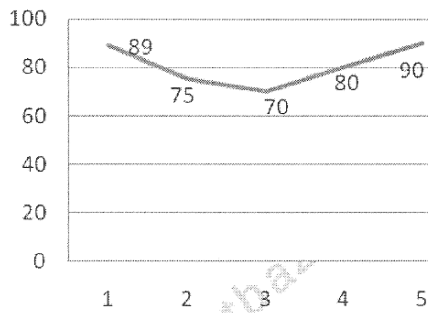
Örnek...5:

Aşağıdaki tabloda Türkiye'de yıllara göre internet erişimi olan hane sayısı verilmiştir

2008	19,7
2009	25,4
2009	30
2010	41,6
2011	42,9



Örnek...6 :



Yukarıdaki grafik bir aracın günlere aldığı mesafenin km cinsinden değerlerini vermektedir. Bu araç 4 km de 1lt benzin harcadığına göre toplam kaç lt benzin harcamıştır?

$$\frac{89+75+70+80+90}{4} = 101 \text{ km}$$

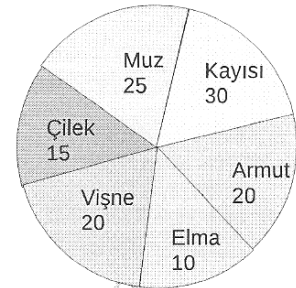
3. DAİRE GRAFİĞİ

Daire grafiği bir bütünün parçalarını karşılaştırmak için kullanılır

Örnek...7:

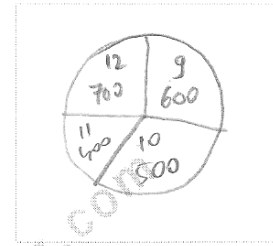
Aşağıdaki tabloda bir manavda bir günde günlere göre satılan meyve miktarı (kg olarak) verilmiştir

Elma	10
Armut	20
Muz	25
Kayısı	30
Çilek	15
Vişne	20



Örnek...8 :

Yukarıdaki grafik bir matematik test kitabındaki soruların 9,10,11 ve 12 sınıflara göre dağılımını göstermektedir. Buna göre 10. sınıf sorularının diliminin merkez açısının ölçüsü kaç derece olur?

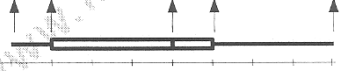


$$\frac{500}{400+500+600+700} \cdot 360 = 81,8 \dots$$

4. KUTU GRAFIĞI

Kutu grafiği: Kutu grafiği verilerin genişliğini ve yığılımını göstermek için kullanılır. Grafikte aşağıdaki gibi veriler yerlerine yerleştirilir.

Min. Alt çeyrek Medyan Üst çeyrek Maks



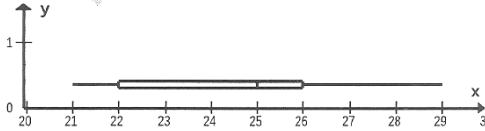
Araştırma

Bir kırtasiyenin haftanın günlerinde sattığı kalem miktarı günlere göre verilmiştir.

Pazartesi	21
Salı	29
Çarşamba	22
Perşembe	25
Cuma	25
Cumartesi	26
Pazar	23

21, 22, 23, 25, 25, 26, 29

Minimum 21 maksimum 29
medyan 25 alt çeyrek 22
üst çeyrek 26
verilerin kutu grafiği şekildedir.

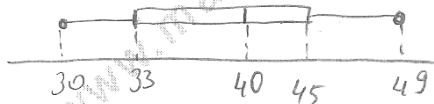


Örnek...1 :

Bir okuldaki öğretmenlerin yaşları 30, 30, 33, 33, 36, 37, 39, 40, 44, 44, 45, 45, 47, 48, 49 olarak veriliyor.

Verilerin kutu grafiğini yapınız

min 30, maks 49, med 40
alt. ç. 33, üst ç. 45

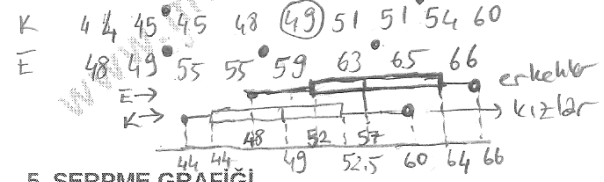


Örnek...2 :

Bir sınıftaki öğrencilerin ağırlıkları kg cinsinden şöyledir :

Kızlar 45, 45, 54, 45, 51, 60, 49, 51, 48 Erkekler: 48, 66, 55, 65, 55, 59, 63, 48.

Buna göre kız ve erkek öğrencilerin ağırlıklarının kutu grafiğini yapınız



5. SERPME GRAFIĞI

Sayısal değerler alan iki değişkenin arasındaki ilişkiyi gösteren bir grafik çeşididir.

Serpilme grafiğini iki veri kümesinin birbiriyle bağlantılı olup olmadığını göstermek için kullanırız.

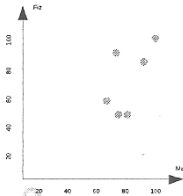
Araştırma

Bir öğretmen öğrencilerin matematik ve fizik dersindeki sınav puanları arasında ilişki olup olmadığını belirlemek için rastgele seçtiği 6 öğrencinin notlarını tabloya aktarmıştır.

Bu veriler kullanılarak elde edilen serpilme grafiği çizilmiştir. İnceleyiniz.

	Hazal	Deniz	Işık	Elif	Altuğ	Haldun
Matematik Puanı	70	90	75	80	75	100
Fizik Puanı	60	85	50	50	90	100

Öğrencilerin genel olarak matematik puanı yükseldikçe fizik notunda yükseldiği söylenebilir.



Örnek...3 :

Bir sınıftaki öğrencilerin boy ve kiloları arasında ilişki olup olmadığını belirlemek için rastgele seçilen 6 öğrencinin değerleri tabloya aktarmıştır

	Hazal	Deniz	Işık	Elif	Altuğ	Haldun
Boy (cm)	170	190	168	175	180	163
Kilo (kg)	55	86	53	50	78	56

Verilerin serpilme grafiğini çizerek aralarında ilişki olup olmadığını belirtiniz

direkt bir ilişki gözlemlenmektedir.

