

İSTATİSTİK

Bir sonuç çıkarmak ya da çözüme ulaşabilmek için gözlem, deney, araştırma gibi yöntemlerle toplanan bilgiye **veri** adı verilir.

Toplumsal nitelikteki olaylarla ilgili sayısal (kantitatif) verileri toplamak, bu verileri analiz etmek ve bunlardan sonuçlar çıkarılmasında kullanılan matematiğe dayalı bilim dalına istatistik denir. Sosyal bilimler, biyoloji ve tıp alanlarında kullanılır. Toplum olaylarıyla onları etkileyen değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında genellemeler yapılmasına imkan verir.

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

Merkezi eğilim ölçüleri mod, medyan ve aritmetik ortalamadır.

Merkezi eğilim ölçüleri, bir konuda toplanan verilerin hangi değer etrafında toplandığı hakkında yorum yapmaya yarayan değerlerdir.

1) ARİTMETİK ORTALAMA

Bir dizide terimler toplamının toplam veri adetine bölerek buluruz.

Örnek...1 :

1,2,41,18,2,8 verilerinin aritmetik ortalaması nedir?

$$\frac{1+2+41+18+2+8}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

Örnek...2 :

2,4,4,7,7,7,8,8 verilerinin aritmetik ortalaması nedir?

$$\frac{2+4+4+7+7+7+8+8}{8} = \frac{47}{8}$$

Örnek...3 :

Bir otoparktaki araç sayısının günlere göre dağılımı tabloda özetlenmiştir.

Günler	Ptesi	Sah	Çrş.	Prş.	Cuma	C.tesi	Pazar
Duraktaki araç sayısı	10	20	30	22	34	120	115

Buna göre günde ortalama kaç araç bu parkta bulunmaktadır?

$$\frac{10+20+30+22+34+120+115}{7} = \frac{351}{7}$$

Örnek...4 :

İlk iki sınavında 75 ve 82 alan bir öğrencinin bu dersin ortalamasını 5 yapabilmek için son sınavdan kaç alması gerekmektedir?

$$\frac{75+82+x}{3} = 85 \quad 157+x=255$$

$$x=98 \text{ (en az)}$$

2) MEDYAN (ORTANCA)

Dizinin terimleri büyükten küçüğe ya da küçükten büyüğe doğru sıralandığında baştan ve sondan eşit uzaklıktaki sayıya medyan (ortanca) denir.

Eğer veri dizisi tek elemanlıysa ortadaki veri medyandır.

Eğer veri dizisi çift elemanlıysa ortada bulunan iki verinin aritmetik ortalamasıdır.

Örnek...5 :

1,5, 154, 25, 20, 21 verilerinin medyanı nedir?

$$1, 5, 20, 21, 25, 154 \quad \text{medyan} = \frac{20+21}{2} = 20.5$$

Örnek...6 :

12,16, 60, 17, 7, 81,12 verileri için medyan kaçtır?

$$7, 12, 12, 16, 17, 60, 81 \rightarrow 16 = \text{medyan}$$

Örnek...7 :

52, 26, 6, 7, 8, 12 verileri için medyan kaçtır?

$$6, 7, 8, 12, 26, 52 \quad \text{medyan} = \frac{8+12}{2} = 10$$

Örnek...8 :

x, 51, 8, 8, 12 verileri için medyan x ise x kaç farklı tamsayı değeri alabilir?

$$8, 8, x, 12, 51$$

$$8 \leq x \leq 12 \quad 8, 9, 10, 11, 12 \rightarrow 5 \text{ değer}$$

Örnek...9 :

Tanım 1: Bir veri setinde, medyandan büyük değerlerin medyanına üst çeyrek; medyandan küçük değerlerin medyanına ise alt çeyrek denir.

Tanım 2: Bir veri setinde üst çeyrekten alt çeyrek değeri çıkarılarak elde edilen sayıya çeyrekler açıklığı denir.

Yukardaki tanımlara göre aşağıdaki soruyu cevaplayınız.

19, 51, 8, 8, 12, 16, 34, 9, 1 sayılarından oluşan veri setinin çeyrekler açıklığı kaçtır?

$$1, 8, 8, 9, 12, 16, 19, 34, 51$$

medyan

$$\text{A.Ç} = \frac{8+8}{2} = 8$$

$$\text{Ü.Ç} = \frac{19+34}{2} = \frac{53}{2}$$

$$\text{Çeyrekler açıklığı} = \frac{53}{2} - 8 = \frac{37}{2}$$

3) MOD (TEPE DEĞER)

Bir dizide en çok tekrarlanan sayıya mod (tepe değeri) denir.

Veri grubunda her değer farklı ise mod bulunmaz.

Aynı sayıda birden çok tekrar eden veri varsa birden çok tepe değeri vardır. Tüm terimlerin tekrar sayısı aynı olduğunda mod yoktur.

Veri grubunda bir terimin tekrar sayısına o terimin frekansı denir.

Örnek...10 :

2,5,8,11,24,15,67 verilerinin modu kaçtır?

mod yok

Örnek...11 :

1,1,3,5,1,3,67 verilerinin modu kaçtır?

mod = 1

Örnek...12 :

78,17,3,3,4,5,5 verilerinin modu kaçtır?

mod 3 ve mod 5

Örnek...13 :

8, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 13 verileri için mod kaçtır?

mod 10 ve 11

UYARILAR

1. Mod uygulamada farkına varılmadan en çok başvurulan ortalamalardan biridir. Örneğin, giyim eşyası üretiminde en çok satılan numaralar ve bedenler dikkate alınır ki, bu, mod hesabı anlamını taşır.

2. Mod (ve medyan) anormal terimlerin etkisi altında kalmaz. Örneğin bir gruba grup ortalamasının çok üzerinde yaşa sahip yeni bir birey katılması modu değiştirmez.

3. . Aritmetik ortalama ve medyan sayısal veriler için hesaplanabilirken, tepe değeri hem sayısal hem de nitel veriler için hesaplanabilir.

MERKEZİ DAĞILIM (YAYILIM) ÖLÇÜLERİ

Dizideki terimlerin birbirine yakınlığı ya da uzaklığı hakkında bilgi veren ölçülerdir. Verinin nasıl dağıldığının ölçüsüdür denilebilir.

1) ÜST UÇ DEĞER

Verilerin en büyük olanıdır.

2) ALT UÇ DEĞER

Verilerin en küçük olanıdır

3) AÇIKLIK (ARALIK, RANJ)

Veri grubundaki en büyük ve en küçük değer arasındaki farktır

Örnek...14 :

78,17,3,3,4,5,5,78 verilerinin açıklığı nedir?

maks = 78 → üst uç değer
min = 3 → alt uç değer
açıklık = 75

Örnek...15 :

1,2,3,3,3,3,4,4,5,7,7,7,8,9,10 verilerinin açıklığı nedir?

alt uç = 1 > açıklık 9
üst uç = 10

4) VARYANS VE STANDART SAPMA

Standart sapma dizideki her bir değer aritmetik ortalamaya yakınlığını gösterir. Standart sapmanın küçük olması aritmetik ortalamadan sapmaların az olduğunu ve riskin az olduğunu, standart sapmanın büyük olması ise aritmetik ortalamadan sapmaların çok olduğunu ve riskin de fazla olduğunu gösterir.

Bir veri grubunun varyans ve standart sapma aşağıdaki gibi bulunur.

I. Veri grubunun aritmetik ortalaması bulunur.

II. Her verinin aritmetik ortalama ile farkının kareleri alınır toplanır.

III. Bulunan toplam, veri sayısının 1 eksiğine bölünür bu değer varyanstır

IV. Varyansın karekökü alınır. Bu değer standart sapmadır.

Sembolik olarak

X_i ler veri ve \bar{X} ortalama olmak üzere

$$\text{varyans} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

standart sapma = $\sqrt{\text{varyans}}$

(UYARI Kullanılan yığın ise paydada n , örneklem ise n-1 kullanılır)

Örnek...16 :

4, 8, 12 verilerinin standart sapmasını bulalım

ortalama $\bar{x} = \frac{4+8+12}{3} = 8$

varyans = $\frac{(8-4)^2 + (8-8)^2 + (8-12)^2}{3} = \frac{32}{3} = 16$

standart sapma = $\sqrt{16} = 4$

Örnek...17 :

Aşağıdaki verilerinin standart sapmalarını bulunuz

a) 1,2,3,4 $\bar{x} = \frac{1+2+3+4}{4} = 2,5$

$(2,5-1)^2 + (2,5-2)^2 + (2,5-3)^2 + (2,5-4)^2$
 $\frac{9}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{9}{4} = 5$

$2,5 = \sqrt{\frac{5}{3}}$

b) 1,2,3,3,3

$\bar{x} = \frac{1+2+3+3+3}{5} = \frac{12}{5}$

$\sqrt{\frac{(\frac{12}{5}-1)^2 + (\frac{12}{5}-2)^2 + (\frac{12}{5}-3)^2 \cdot 3}{4}} = \sqrt{\frac{80}{100}} = \frac{4\sqrt{5}}{10} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

c) 10,22,38,26,4

$\bar{x} = \frac{10+22+38+26+4}{5} = 20$

$15 = \sqrt{\frac{(20-10)^2 + (20-22)^2 + (20-38)^2 + (20-26)^2 + (20-4)^2}{4}}$

$= \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$

UYARI

Aritmetik ortalama dağılımın yaygınlığı hakkında bir bilgi vermez.

İki dağılımın aritmetik ortalamaları aynı iken yayılımı farklı olabilir.

Mesela 3, 6, 9 sayılarının aritmetik ortalaması ile 1, 2,15 sayılarının aritmetik ortalamaları 6 dır.

Birinci dizideki değerler aritmetik ortalamaya çok yakinken ikinci dizideki değerler aritmetik ortalamadan uzaktır.

Bir dağılımda aritmetik ortalamadan uzaklaştıkça dağılımın yaygınlığı artar.

Dağılımın yaygınlığını gösteren terimlerden biri de standart sapmadır.

UYARI

Aritmetik ortalama, ortanca (medyan), tepe değeri (mod) 'merkezi eğilim';

Açıklık, çeyrekler açıklığı standart sapma ise "merkezi yayılma" ölçüleridir

Alıştırma

- I. Borsada riskin az olduğu yatırım araçlarını bulmak için standart sapma
- II. Bir sınıfta öğrencilerin en sevdiği rengi bulmak için mod
- III. Bir okuldaki en başarılı öğrenciyi bulmak için aritmetik ortalama kullanılabilir.

İSTATİSTİKİ TEMSİL BİÇİMLERİ

Grafikler sayesinde sayısal verileri daha hızlı ve kolay yorumlayabiliriz. Grafikler verileri görsel hale getirir ve sonuçları daha çabuk ve sağlıklı ulaşmamızı sağlar

KESİKLİ VE SÜREKLİ VERİLER

Kesikli veri sayılarak elde edilen tam sayılı değerlerdir. Belirli bir aralıktaki her gerçek sayı değerini alamayan veri türüdür. Nüfus, bir evdeki insan sayısı gibi.

Sürekli veri reel sayı değeri alabilen nicel verilerdir. Boy, kütle gibi. Sürekli veriler ölçümle belirtilirler.

HİSTOGRAM GRAFIĞI

Verilerin gruplandırılarak sütun grafiği şeklinde gösterilmesine histogram denir.

- Histogram Grafiği oluşturulurken
- Adım 1. Veriler küçükten büyüğe doğru sıralanır.
 - Adım 2. Açıklık bulunur.
 - Adım 3. İstenilen grup sayısı belirlenir.
 - Adım 4. Grup genişliği $\frac{\text{Açıklık}}{\text{Grup sayısı}}$ oranından büyük, en küçük doğal sayıdır.

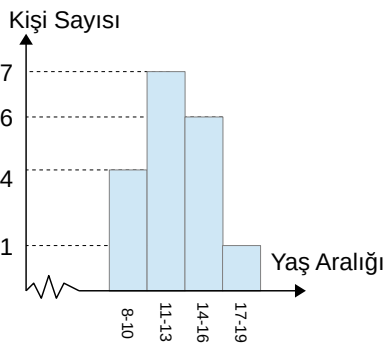
Örnek...18 :

Bir yaz okulunda kampına katılan 18 öğrencinin yaşları 13, 12, 14, 10, 16, 12, 11, 13, 16, 15, 15, 8, 9, 11, 13, 17, 16, 9 olarak verilmiştir. Bu verileri 4 gruplu histogram grafiğini oluşturalım

- Adım 1. Verileri küçükten büyüğe dizelim: 8,9,9,10,11,11,12,12,13,13,13,14,15,15,16,16,16,17
- Adım 2. Açıklık $17-8=9$
- Adım 3. Genişlik $\frac{9}{4}=2,25$ olduğundan 3 olur
- Adım 4.

Yaş Aralığı	Kişi Sayısı
8-10	4
11-13	7
14-16	6
17-19	1

Buna göre histogram grafiği şekildeki gibidir



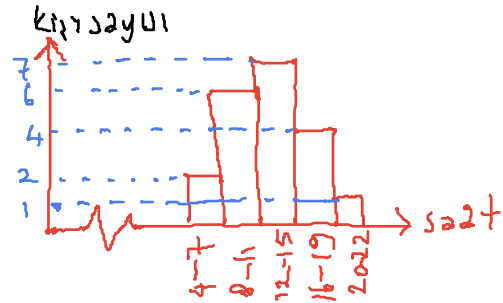
Örnek...19 :

Sınıf arkadaşlarına anket yapan Burak, arkadaşlarına haftada kaç saatlerini bilgisayar başında geçirdiklerini sormuştur. Arkadaşlarının verdiği cevaplar: 14, 10, 8, 10, 6, 9, 15, 4, 16, 12, 20, 17, 18, 16, 15, 10, 11, 12, 15, 14 olarak verilmiştir. Bu verilerin 5 gruplu histogram grafiğini oluşturunuz

4, 6, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 12, 12, 14, 14, 15, 15, 15, 16, 17, 18, 20

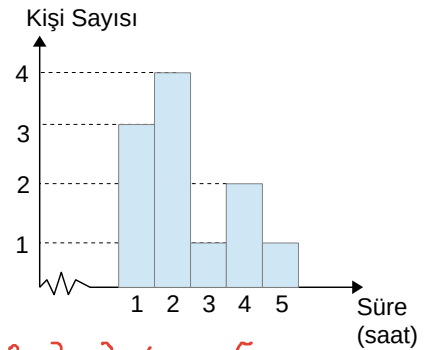
Genişlik $\frac{20-4}{5} = 3,2 \Rightarrow 4$

Aralık	Kişi Sayısı
4-7	2
8-11	6
12-15	7
16-19	4
20-22	1



Örnek...20 :

Aslı arkadaşlarına haftada kaç saat kitap okuduklarını sormuş ve topladığı verilere göre grafiği oluşturmuştur. Buna göre verilerin , açıklık, ortanca, tepe değeri ve aritmetik ortalamasını bulunuz.



1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5

mod = 2

açıklık = $5-1=4$

ortanca = 2

aritmetik ort = $\frac{1+1+1+2+2+2+2+3+4+4+5}{11} = \frac{27}{11}$

GRAFİK TÜRLERİ

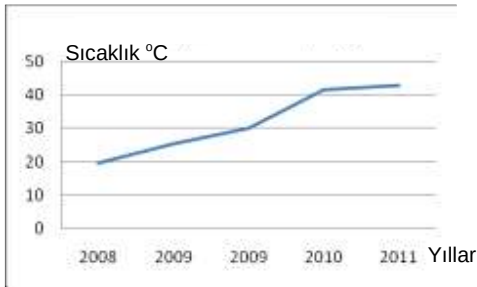
1.ÇİZGİ GRAFİĞİ

Bir niteliğin belirli zaman aralıkları içindeki değişimini incelemek için kullanılır. Sürekli verilerin yatay ve düşey eksendeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların düz çizgilerle birleştirilmesi sonucunda elde edilen grafik türüdür.

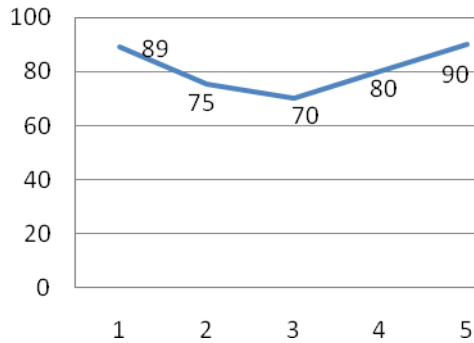
Örnek...21 :

Aşağıdaki tabloda bir gezegendeki yüzey sıcaklığının (°C) yıllara göre değişimi verilmiştir. İnceleyiniz

2008	19,7
2009	25,4
2009	30
2010	41,6
2011	42,9



Örnek...22 :

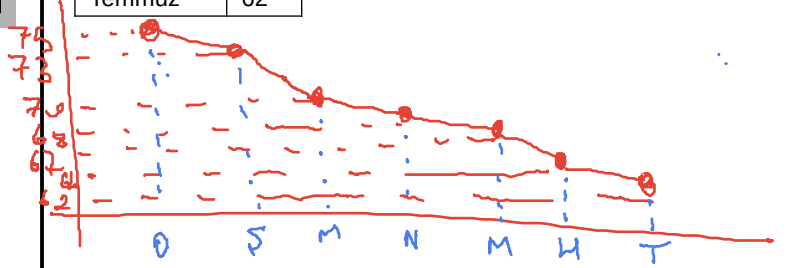


Yukarıdaki grafik havadaki nem oranının arkaya 5 gündeki değerlerini yüzde olarak vermektedir.

Örnek...23 :

Rejim yapan bir kişinin aylara göre ağırlıkları tablodaki gibidir. Buna göre verilerin çizgi grafiğini yapınız.

Ocak	75
Şubat	73
Mart	70
Nisan	68
Mayıs	67
Haziran	64
Temmuz	62



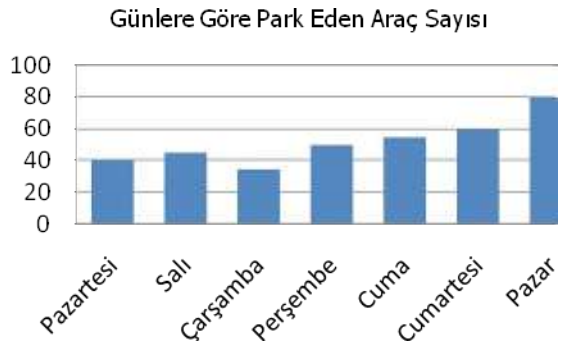
2.SÜTUN GRAFİĞİ

Nicelikleri karşılaştırmak için kullanılır

Örnek...24 :

Aşağıdaki tabloda bir araç parkında günlere göre park eden araçların sayısı verilmiştir.

Pazartesi	40
Salı	45
Çarşamba	35
Perşembe	50
Cuma	55
Cumartesi	60
Pazar	80



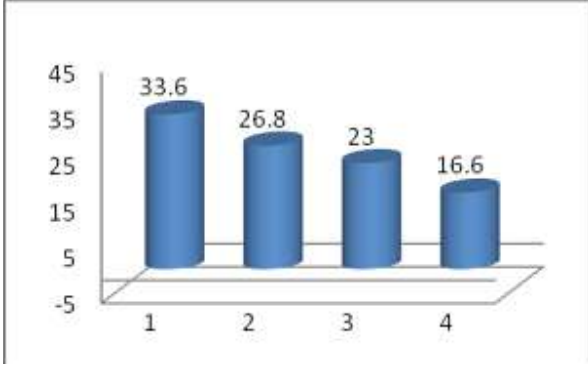
İSTATİSTİK

VERİ

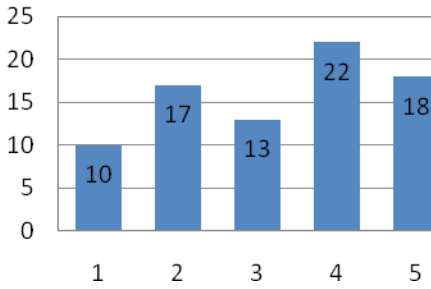
Örnek...25 :

Aşağıdaki tabloda bir ülkede yıllara göre üretilen sebze miktarı (milyon ton olarak) verilmiştir

2009	33,6
2010	26,8
2011	23
2012	16,6



Örnek...26 :

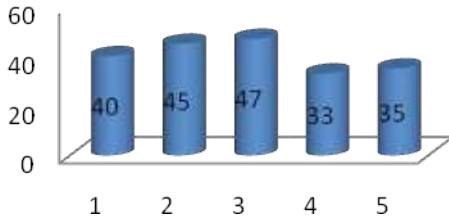


Yukarıdaki grafik bir galerinin günlere göre sattığı araba miktarını göstermektedir. Grafiğe göre

- a) satışların % kaç 2. Gün yapılmıştır?
b) günde ortalama kaç araba satılmıştır?

a) $\frac{17}{80} \cdot 100 = \frac{95}{4}$ b) $\frac{10+17+13+22+18}{5} = 16$

Örnek...27 :



En az sayıda öğrenci içeren okullar!

Yukarıdaki grafik beş okulda okuyan kız öğrenci yüzdelerini göstermektedir. Grafiğe göre kızlar tüm öğrencilerin yüzde kaçındır?

$$\frac{40+45+47+33+35}{200} = \frac{200}{500} = \frac{2}{5}$$

% 40

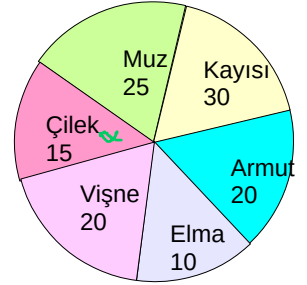
3. DAİRE GRAFİĞİ

Daire grafiği bir bütünün parçalarını karşılaştırmak için kullanılır

Örnek...28 :

Aşağıdaki tabloda bir manavda bir günde günlere göre satılan meyve miktarı (kg olarak) verilmiştir

Elma	10
Armut	20
Muz	25
Kayısı	30
Çilek	15
Vişne	20

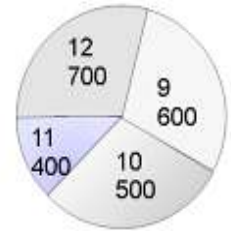


Toplam 120 kg

$$\alpha = \frac{15}{120} \cdot 360 = 45^\circ$$

Örnek...29 :

Yukarıdaki grafik bir matematik test kitabındaki soruların 9,10,11 ve 12 sınıflara göre dağılımını göstermektedir. Buna göre 10. sınıf sorularının diliminin merkez açısının ölçüsü kaç derece olur?



2200 soru

$$\frac{500}{2200} \cdot 360 = \frac{1800}{22} \sim 81,82^\circ$$

Çeşitli kategorilerde istatistiksel bilgi edinmek için TÜİK (Türkiye İstatistik Kurumu) internet sitesini inceleyebilirsiniz. <http://www.tuik.gov.tr/>