

KESİKLİ VE SÜREKLİ VERİLER

Kesikli veri sayılarak elde edilen tam sayılı değerlerdir. Belirli bir aralıktaki her gerçek sayı değerini alamayan veri türüdür. Nüfus, bir evdeki insan sayısı gibi.

Sürekli veri reel sayı değeri alabilen nicel verilerdir. Boy, kütle gibi. Sürekli veriler ölçümle belirtilirler.

ÇETELE VE SIKLIK TABLOSU

Çetele tablosu, dağınık bir şekilde toplanan verilerden hızlı bir şekilde dağılıma dair daha fazla bilgi elde etmek üzere verilerin sınıflara (kategorilere) ayrılıp, bu sınıflar için toplanan verinin uygun şekilde işlendiği tablodur.

Sıklık tablosu, toplanan veri dizisinde yer alan değerlerin tekrar sayılarını içeren tablodur.

Örnek...1 :

Bir sınıftaki öğrencilere özel tişört yaptırılacaktır. Öğrencilere hangi renk tişört istedikleri sorulmuş ve öğrencilerden alınan cevaplar tahtaya aşağıdaki şekilde not edilmiştir. İnceleyiniz.

Çetele Tablosu

Mavi	Pembe	Kırmızı	Sarı	Yeşil	Mor	Siyah
////	///	//////	/	//	///	//

Sıklık Tablosu

Mavi	Pembe	Kırmızı	Sarı	Yeşil	Mor	Siyah
4	3	6	1	2	3	2

Buna göre , en çok tercih edilen renk ve sınıfın mevcudunu bulunuz.

KÖK-YAPRAK GÖSTERİMİ

Kök-yaprak gösterimi, verilerin hangi değerlerde **yoğunlaştığına** dair bilgi sunmaktadır. Bu gösterimde veriler iki parçaya ayrılır. Kök değeri sınıfı, yaprak değeri frekansı (adet) belirler. Kök, son basamak hariç olan basamaktır. Yaprak, her zaman son basamaktır. İki veya daha fazla basamaklı sayılardan oluşan bir veri grubunda kökteki sayılar değer olarak yukarıdan aşağıya artan veya azalan bir sırada, yapraktaki sayılar değer olarak soldan sağa doğru artan bir sıradadır. (birbirinden virgül ile ayrılmalıdır).

Örnek...2 :

1,1,2,3,3,3,12,12,12,13,15,18,20,21,24,29,29,30,30,32,32 verileri verilmiştir. Veriler kök (dal/gövde) – yaprak grafiği ile gösterilmiştir İnceleyiniz.

Kök	Yaprak
0	1, 1, 2, 3, 3, 3
1	2, 2, 2, 3, 5, 8
2	0, 1, 4, 9, 9
3	0, 0, 2, 2

Örnek...3 :

Bir büfe sahibi , büfesinde bir günde satılan farklı gazetelerin sayısını gösteren kök – yaprak tablosunu aşağıdaki gibi oluşturmuştur.

Kök	Yaprak
1	2, 2, 3, 5, 8
2	4, 5, 6
3	0, 0, 2, 8

Buna göre,

- Büfede bir günde aynı gazeteden en az satılan 12 adet satılmıştır.
- Büfede bir günde aynı gazeteden en çok satılan 38 adet satılmıştır.
- Toplam satılan gazete sayısı 250 dir.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

Örnek...4 :

Bir sınıfta tüm öğrencilere bir haftada okudukları toplam kitap sayfa sayıları sorulmuş ve verilen cevaplara göre kök – yaprak tablosunu aşağıdaki gibi oluşturmuştur.

Kök	Yaprak
12	0, 0, 5, 9
13	2, 5, 5, 8, 8
14	0, 0, 0, 7

Buna göre,

- Bir öğrenci haftada en az 120 sayfa kitap okumuştur
- Bir öğrenci haftalık süre içinde ortalama günlük en çok 21 sayfa kitap okumuştur
- Okunan farklı kitap sayısı 8 dir.
- Sınıf mevcudu 13 tür.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

İSTATİSTİKİ TEMSİL BİÇİMLERİ

Grafikler sayesinde sayısal verileri daha hızlı ve kolay yorumlayabiliriz. Grafikler verileri görsel hale getirir ve sonuçları daha çabuk ve sağlıklı ulaşmamızı sağlar

GRAFİK TÜRLERİ

1.ÇİZGİ GRAFİĞİ

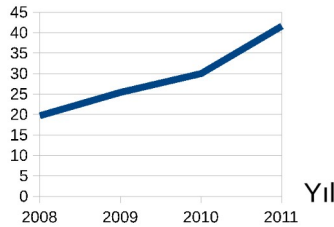
Bir niteliğin belirli zaman aralıkları içindeki değişimini incelemek için kullanılır. Sürekli verilerin yatay ve düşey eksenlerdeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların düz çizgilerle birleştirilmesi sonucunda elde edilen grafik türüdür.

Örnek...5 :

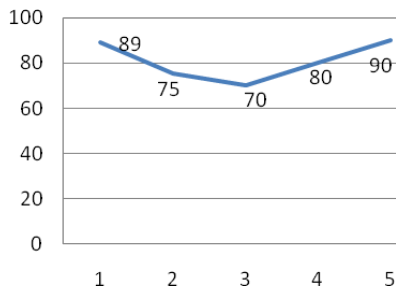
Aşağıdaki tabloda bir gezegendeki yüzey sıcaklığının (°C) yıllara göre değişimi verilmiştir. İnceleyiniz.

Yıl	2008	2009	2010	2011
Sıcaklık	19,7	25,4	30	41,6

Sıcaklık °C



Örnek...6 :



Yukarıdaki grafik havadaki nem oranının arka arkaya 5 gündeki değerlerini yüzde olarak vermektedir. Bu 5 günlük ortalama nem yüzdesi kaçtır?

Örnek...7 :

Kilo vermek isteyen bir kişinin aylara göre kütlesi (kg) tablodaki gibidir. Buna göre verilerin çizgi grafiğini yapınız.

Ay	Kilo	Ay	Kilo
Ocak	75	Mayıs	67
Şubat	73	Haziran	64
Mart	70	Temmuz	62
Nisan	68	Ağustos	65

2.SÜTUN GRAFİĞİ

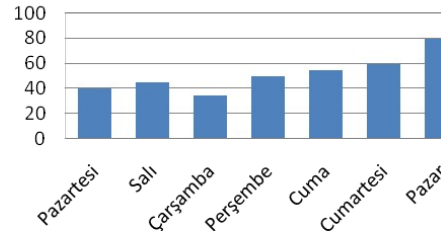
Nicelikleri karşılaştırmak için kullanılır

Örnek...8 :

Aşağıdaki tabloda bir araç parkında günlere göre park eden araçların sayısı verilmiştir. İnceleyiniz.

P.tesi	Salı	Çrş.	Prş.	Cu.	Ctesi.	Pzr.
40	45	35	50	55	60	80

Günlere Göre Park Eden Araç Sayısı



Örnek...9 :

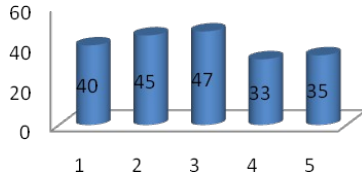
Aşağıdaki tabloda bir ülkede yıllara göre üretilen sebze miktarı (milyon ton olarak) verilmiştir.

Yıllar	2009	2010	2011	2012
Üretim	33,6	26,8	23	16,6

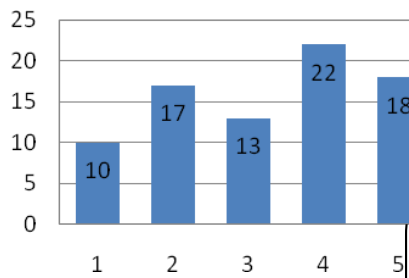
Buna göre,verilere uygun sütun grafiğini çiziniz.

Örnek...10 :

Yandaki grafik, öğrenci sayıları aynı olan beş okulda okuyan kız öğrenci yüzdeleri göstermektedir. Grafiğe göre kızlar tüm öğrencilerin yüzde kaçındır?

**Örnek...11 :**

Yandaki grafik bir galerinin günlere göre sattığı araba miktarını göstermektedir. Grafiğe göre satışların % kaç 2. gün yapılmıştır?

**3. DAİRE GRAFİĞİ**

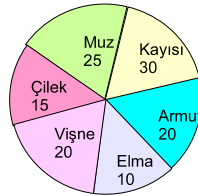
Daire grafiği bir bütünün parçalarını karşılaştırmak için kullanılır

Örnek...12 :

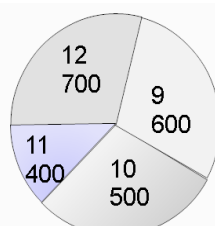
Aşağıdaki tabloda bir manavda bir günde günlere göre satılan meyve miktarı (kg olarak) verilmiştir.

Elma	Armut	Muz	Kayısı	Çilek	Vişne
10	20	25	30	15	20

Buna göre , grafikte çilek ile gösterilen dilimin merkez açısı kaç derecedir?

**Örnek...13 :**

Yandaki grafik bir matematik test kitabındaki soruların 9,10,11 ve 12 sınıflara göre dağılımını göstermektedir. Buna göre 10. sınıf sorularının diliminin merkez açısının ölçüsü kaç derece olur?

**4. NOKTA GRAFİĞİ**

Merkezi eğilim ölçülerini görebilmek için kullanılan grafik türü nokta grafiğidir. Nokta grafiği, verileri sayı doğrusu boyunca noktalar halinde temsil etmek için kullanılır

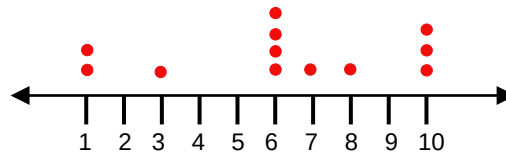
Nokta Grafiği hazırlanırken

Diyagramdaki noktaları temsil edecek sayı doğrusu görevi görecek yatay bir çizgi çizer verilerin minimum değerini sayı doğrusunun sol ucuna, maksimum değerini ise sağ ucuna yerleştiririz. Sayı doğrusu ölçeğini (herhangi bir reel sayı) işaretleyip veri setinde her görünen değer diyagramda sayısal değerinin üzerine bir nokta çizeriz.

Veri grubunda bir terimin tekrar sayısına o terimin frekansı denir

Örnek...14 :

Aşağıdaki nokta grafiği 1,1,3,6,6,6,6,7,8,10,10,10 verileri ile oluşturulmuştur. İnceleyiniz.



Nokta grafikleriyle ağırlıklı olarak yalnızca bir değişkenin dikkate alındığı bir veri kümesinin grafiği çizilir.

Örnek...15 :

Haldun'un TYT matematik denemelerinde yıl içinde girmiş olduğu sınavlarda yapmış olduğu net sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Deneme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Net	28	30	32	30	33	32	32	36	36	38

Buna göre, Haldun'un netlerini nokta grafiği ile gösteriniz.

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

İstatistiksel çalışmada elde edilen veri grubunun; genel olarak eğilim gösterdiği, grubun tamamını değerlendirmek ve yorumlamak için tespit edilen değerlerdir. Merkezi eğilim ölçüleri mod, medyan ve aritmetik ortalamadır.

Merkezi eğilim ölçüleri, bir konuda toplanan verilerin hangi değer etrafında toplandığı hakkında yorum yapmaya yarayan değerlerdir.

1) ARİTMETİK ORTALAMA ($\bar{x}$)

Bir dizide terimler toplamının toplam veri adetine bölerek buluruz.

Bir veri grubundaki elemanların toplamının elemanların adetine

bölümüdür. $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

Aritmetik ortalama, veri grubundaki her değerden etkilenen en hassas merkezi eğilim ölçüsüdür. Aritmetik ortalama aşırı uç değerlerden kolay etkilendiğinden verilerin genel eğilimini tam olarak temsil etmeyebilir.

Örnek...16 :

1,2,41,18,2,8 verilerinin aritmetik ortalaması nedir?

Örnek...17 :

Bir otoparktaki araç sayısının günlere göre dağılımı tabloda özetlenmiştir.

Günler	P.tesi	Salı	Çrş.	Prş.	Cm	C.tsi	Pzr.
Araç Sayısı	10	20	30	22	34	120	115

Buna göre, günde ortalama kaç araç bu parkta bulunmaktadır?

Örnek...18 :

İlk iki sınavında 75 ve 82 alan bir öğrencinin bu dersin ortalamasını 85 yapabilmek için son sınavdan kaç alması gerekmektedir?

2) MEDYAN (ORTANCA)

Dizinin terimleri büyükten küçüğe ya da küçükten büyüğe doğru sıralandığında baştan ve sondan eşit uzaklıktaki sayıya medyan (ortanca) denir.

Eğer veri dizisi tek elemanlıysa ortadaki veri medyandır.

Eğer veri dizisi çift elemanlıysa ortada bulunan iki verinin aritmetik ortalamasıdır.

Örnek...19 :

12,16, 60, 17, 7, 81,12 verileri için medyan kaçtır?

Örnek...20 :

52, 26, 6, 7, 8, 12 verileri için medyan kaçtır?

Örnek...21 :

x, 51, 8, 8, 12 verileri için medyan x ise x kaç farklı tamsayı değeri alabilir?

3) MOD (TEPE DEĞER)

Bir dizide en çok tekrarlanan sayıya mod (tepe değeri) denir.

Veri grubunda her değer farklı ise mod bulunmaz.

Aynı sayıda birden çok tekrar eden veri varsa birden çok tepe değeri vardır.

Tüm terimlerin tekrar sayısı aynı olduğunda mod yoktur.

Örnek...22 :

2,5,8,11,24,15,67 verilerinin modu kaçtır?

Örnek...23 :

78,17,3,3,4,5,5 verilerinin modu kaçtır?

Örnek...24 :

8, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 13 verileri için mod kaçtır?

UYARILAR

1. Mod uygulamada farkına varılmadan en çok başvurulan ortalamalardan biridir. Örneğin, giyim eşyası üretiminde en çok satılan numaralar ve bedenler dikkate alınır ki, bu, mod hesabı anlamını taşır.
2. Mod (ve medyan) anormal terimlerin etkisi altında kalmaz. Örneğin bir gruba grup ortalamasının çok üzerinde yaşa sahip yeni bir birey katılması modu değiştirmez.
3. Aritmetik ortalama ve medyan sayısal veriler için hesaplanabilirken, tepe değer hem sayısal hem de nitel veriler için hesaplanabilir.

MERKEZİ DAĞILIM (YAYILIM) ÖLÇÜLERİ

Dizideki terimlerin birbirine yakınlığı ya da uzaklığı hakkında bilgi veren ölçülerdir. Verinin nasıl dağıldığının ölçüsüdür denilebilir.

Bir veri grubundaki elemanların, merkezi eğilim ölçüsü etrafındaki yayılımını gösteren yani merkezi eğilim ölçüsüne yakın olup olmadığını belirten değerlerdir.

1) AÇIKLIK (ARALIK, RANJ)

Veri grubundaki en büyük (üst uç değer) ve en küçük (alt uç) değer arasındaki farktır

Üst Uç Değer : Verilerin en büyük olanıdır.

Alt Uç Değer Verilerin en küçük olanıdır

Örnek...25 :

78,17,3,3,4,5,5,78 verilerinin açıklığı nedir?

Örnek...26 :

1,2,3,3,3,3,4,4,5,7,7,7,8,9,10 verilerinin açıklığı nedir?

Örnek...27 :

Kök	Yaprak
4	1, 3, 4, 5, 7
5	2, 2, 3, 3, 6, 9
6	0, 1, 2, 3, 4
8	0, 0, 0, 2, 6

Yandaki veriler bir araştırma için toplanan verilerin kök yaprak gösterimidir. Bu veri grubunun açıklık değeri p, medyanı q ve modu r olsun. Buna göre, $r-p+q$ işleminin sonucu kaçtır?

2) ÇEYREKLER AÇIKLIĞI (Ç.A.)

Bir veri grubu küçükten büyüğe sıralandığında ortanca (medyan) veri grubunu alt ve üst olmak üzere iki gruba ayırır. Alt ve üst grubun her birinin ortancasına da sırasıyla **alt ve üst çeyrekler** denilir. Üst çeyrek ve alt çeyrek arasındaki farka ise **çeyrekler açıklığı** denir.

Örnek...28 :

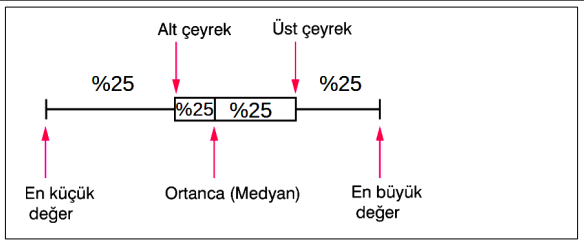
1,2,3,4,5,6,7 sayılarından oluşan veri setinin çeyrekler açıklığı kaçtır?

Örnek...29 :

19, 51, 8, 8, 12, 16, 34, 9, 1 sayılarından oluşan veri setinin çeyrekler açıklığı kaçtır?

KUTU GRAFİĞİ

Kutu Grafiği: Bir dağılımın alt uç (minimum) değer, alt çeyrek değer, ortanca, üst çeyrek değer ve üst uç (maksimum) değerden oluşan beş sayılı özetinin görselleştirilmesi için kullanılan grafik türüdür. Grafikte şekildeki gibi veriler yerlerine yerleştirilir.



Örneğin 1,2,3,4,5,6,8 verilerinin kutu grafiği
Min değer= 1 Maks değer=8 Medyan=4
Alt çeyrek= 2 Üst Çeyrek=6 değerlerini kullanarak aşağıdaki gibi oluşturulur.



Örnek...30 :

Bir kırtasiyenin haftanın günlerinde sattığı kalem miktarı günlere göre verilmiştir.

Günler	P.tesi	Salı	Çrş.	Prş.	Cm	C.tsi	Pzr.
Araç Sayısı	21	29	22	25	25	26	23

Buna göre verilerin kutu grafiğini yapınız.

Dağılımın merkezine yığılan değerlerin hangi aralıklarda yoğunlaştığını görebilmek için hangi kutu grafiği kullanılabilir.

3) ORTALAMA MUTLAK SAPMA

Bir veri grubunda, sayıların birbirine yakınlığını ve uyumluluğunu ölçen bir yöntemdir. Verilerin aritmetik ortalamadan, ortalama olarak ne kadar saptıkları ile ilgili mutlak bir değer verir. Sembolik olarak X_i ler veri ve $\bar{X}$ ortalama olmak üzere

$$\text{Ortalama Mutlak Sapma} = \frac{\sum_{i=1}^n |\bar{x} - x_i|}{n}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n |\bar{x} - x_i|}{n} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

olarak hesaplanır.

Örnek...31 :

5, 8, 5, 6, 6 sayıları ile oluşan veri grubunun ortalama mutlak sapma değerini bulunuz.

Örnek...32 :

	Aritmetik Ortalama	Mutlak Sapma
A	250	15
B	250	2
C	250	10
D	250	25

Yukarıdaki tabloda A, B, C ve D kitaplarını satan bir kitapçıda bu ürünlerin bir hafta boyunca günlük olarak toplanan verilerden elde edilen satış sayılarının aritmetik ortalaması ve mutlak sapma değerleri verilmiştir.

- B kitabından günlük yapılan satış adetleri birbirine çok yakındır.
- D kitabından günlük yapılan satış adetleri birbirine çok yakın olmayabilir.
- A ve D kitaplarından bir hafta sonunda toplamda eşit sayıda ürün satışı yapılmıştır.
- Bu hafta boyunca satılan toplam kitap sayısı 1000 adettir.

ifadelerinden hangileri doğru olabilir ?

UYARILAR

~ Mutlak sapma değerinin küçük olması değerlerin ortalamalardan çok uzaklaşmadıklarını, büyük olması ise uzaklaştıklarını gösterir.

~ Standart sapma ile kıyaslandığında daha basit bir dağılım ölçüsüdür.

~ Standart sapma aralığı, ortalama mutlak sapma aralığından daha fazla değeri kapsar (daha güvenlidir)

3) STANDART SAPMA

Bir veri grubunun aritmetik ortalamaya yakınlığını gösteren en hassas merkezi yayılım ölçüsüdür. Standart sapma dizideki her bir değerin aritmetik ortalamaya yakınlığını gösterir. Standart sapmanın küçük olması aritmetik ortalamadan sapmaların az olduğunu ve riskin az olduğunu, standart sapmanın büyük olması ise aritmetik ortalamadan sapmaların çok olduğunu ve riskin de fazla olduğunu gösterir.

Standart Sapma Bulunurken

I. Veri grubunun aritmetik ortalaması bulunur.

II. Her verinin aritmetik ortalama ile farkının kareleri alınıp toplanır.

III. Bulunan toplam, veri sayısının 1 eksiğine bölünür (bu değer varyanstır)

IV. Varyansın karekökü alınır. Bu değer standart sapmadır.
(standart sapma = $\sqrt{\text{varyans}}$)

Sembolik olarak x_i ler veri ve $\bar{x}$ ortalama olmak üzere
varyans =

$$\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1} = \frac{(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + (\bar{x} - x_n)^2}{n-1}$$

(UYARI Kullanılan yığın ise paydada n , örneklem ise n-1 kullanılır)

Örnek...33 :

4, 8, 12 verilerinin standart sapmasını bulunuz

Örnek...34 :

1,2,3,6 verilerinin standart sapmasını bulunuz

UYARI

Aritmetik ortalama dağılımın yaygınlığı hakkında bir bilgi vermez.

İki dağılımın aritmetik ortalamaları aynı iken yayılımı farklı olabilir.

Mesela 3, 6, 9 sayılarının aritmetik ortalaması ile 1, 2,15 sayılarının aritmetik ortalamaları 6 dır.

Birinci dizideki değerler aritmetik ortalamaya çok yakinken ikinci dizideki değerler aritmetik ortalamadan uzaktır.

Bir dağılımda aritmetik ortalamadan uzaklaştıkça dağılımın yaygınlığı artar.

Dağılımın yaygınlığını gösteren terimlerden biri de standart sapmadır.

UYARI

Aritmetik ortalama, ortanca (medyan), tepe değeri (mod) 'merkezi eğilim';

Açıklık, çeyrekler açıklığı standart sapma ise "merkezi yayılma" ölçüleridir

Örnek...35 :

Boşlukları doldurunuz.

I. Borsada riskin az olduğu yatırım araçlarını bulmak için kullanılabilir

II. Bir sınıfta öğrencilerin en sevdiği rengi bulmak için kullanılabilir

III. Bir okuldaki en başarılı öğrenciyi bulmak içinkullanılabilir.

Örnek...36 :

	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma
A	17	3,4
B	17	0
C	18,3	1,1
D	17	2,3

Yukarıdaki tabloda A, B, C ve D isimli futbolcuların son 4 senede yıllık olarak attıkları gol sayılarından elde edilen verilerin aritmetik ortalaması ve standart sapma değerleri verilmiştir.

- En istikrarlı futbolcu B'dir
 - Bu oyunculardan ikisi milli takıma seçilecekse seçilmesi gerekenler B ve C dir
 - D futbolcusu A'dan daha golcüdür.
- ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur ?

HİSTOGRAM GRAFİĞİ

Verilerin belli aralıklardaki **sıklığını** sütunlarla gösteren bir veri görselleştirme aracıdır. Veriler gruplandırılır ve sütun grafiği şeklinde gösterilir.

Histogram Grafiği oluşturulurken

Adım 1. Veriler küçükten büyüğe doğru sıralanır.

Adım 2. Açıklık bulunur.

Adım 3. İstenilen grup sayısı belirlenir.

Adım 4. Grup genişliği $\frac{\text{Açıklık}}{\text{Grup sayısı}}$ oranından büyük, en küçük doğal sayıdır.

Örnek...37 :

Bir yaz okulunda kampına katılan 18 öğrencinin yaşları 13, 12, 14, 10, 16, 12, 11, 13, 16, 15, 15, 8, 9, 11, 13, 17, 16, 9 olarak verilmiştir. Bu verileri 4 gruplu histogram grafiğini oluşturalım

Adım 1. Verileri küçükten büyüğe dizelim:
8, 9, 9, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 16, 16, 17

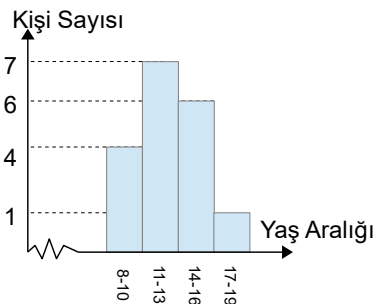
Adım 2. Açıklık $17-8=9$

Adım 3. Genişlik $\frac{9}{4}=2,25$ olduğundan 3 olur

Adım 4.

Yaş Aralığı	8-10	11-13	14-16	17-19
Kişi Sayısı	4	7	6	1

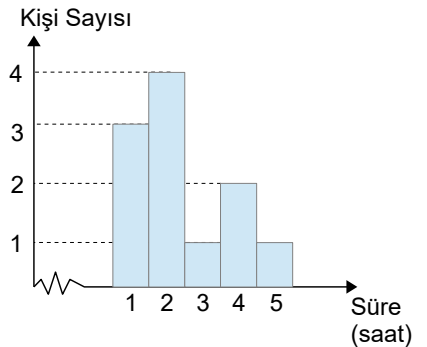
Buna göre histogram grafiği şekildeki gibidir

**Örnek...38 :**

Sınıf arkadaşlarına anket yapan Burak, arkadaşlarına haftada kaç saatlerini bilgisayar başında geçirdiklerini sormuştur. Arkadaşlarının verdiği cevaplar: 14, 10, 8, 10, 6, 9, 15, 4, 16, 12, 20, 17, 18, 16, 15, 10, 11, 12, 15, 14 olarak verilmiştir. Bu verilerin 5 gruplu histogram grafiğini oluşturunuz

Örnek...39 :

Aslı arkadaşlarına haftada kaç saat kitap okuduklarını sormuş ve topladığı verilere göre grafiği oluşturmıştır. Buna göre verilerin , açıklık,ortanca, tepe değeri ve aritmetik ortalamasını bulunuz.

**BAŞKALARI TARAFINDAN OLUŞTURULAN TEK NİCEL DEĞİŞKENLİ VERİ DAĞILIMLARI**

Günlük hayatta yazılı , görsel basın ve kaynaklarda, internet siteleri, sosyal medya gibi dijital ortamlarda başkaları tarafından oluşturulan birçok istatistiksel bilgiyle karşılaşmaktayız. Sunulan istatistiksel bilgileri detaylı,eleştirel gözle incelemeyen olduğu gibi doğru kabul etmek çeşitli yanlışlara sebep olabilir.

(Örnek olarak sosyal medyada sıklıkla rastladığımız ,reklam olarak yayımlanan ve zayıflamaya yardımcı olduğunu belirtilen bitkisel ürünler verilebilir. Bu ürünlerin ileri sürüldüğü gibi çok sayıda kişi üzerinde denenmiş ve güvenilir verilere dayandığı ifadeleri doğru olmayabilir)