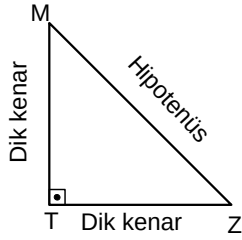


ÜÇGENLER -8

DİK ÜÇGEN-ÖKLİD-TEMEL TRİGONOMETRİ

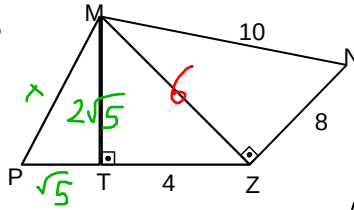
PİSAGOR BAĞINTISI

MTZ bir üçgen ve $[MT] \perp [TZ]$ ise kenarlar arasında $|TZ|^2 + |MT|^2 = |MZ|^2$ eşitliği geçerlidir.



Örnek...1 :

MZN bir dik üçgen, $[MT] \perp [PZ]$, $|TZ|=4br$, $|MN|=10br$, $|ZN|=8br$ ve $\frac{|MT|}{|PT|}=2$ ise $|PM|$ kaç birimdir?

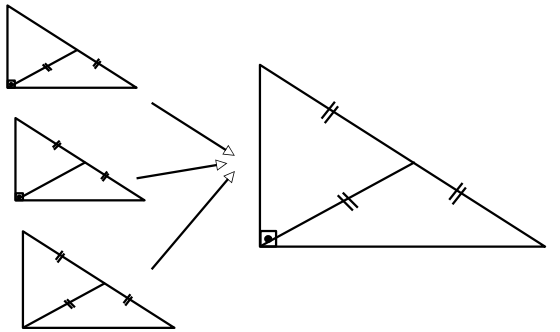
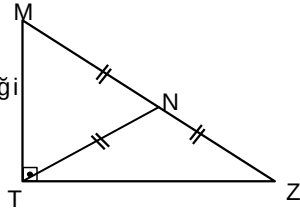


$$|MT| = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5} \Rightarrow |PT| = \sqrt{5}$$

$$x^2 = 2\sqrt{5}^2 + \sqrt{5}^2 \Rightarrow x = 5 \text{ br}$$

HİPOTENÜSE AİT KENARORTAY

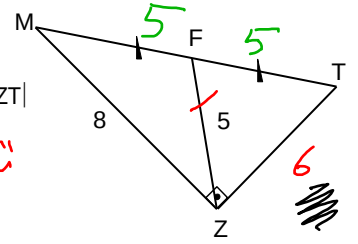
N, hipotenüsün orta noktası ise $|TN|=|MN|=|NZ|$ eşitliği geçerlidir



Örnek...2 :

MZT bir dik üçgen $|MF|=|FT|$ dir. $|MF|=5br, |MZ|=8$ ise, $|ZT|$ kaç birimdir?

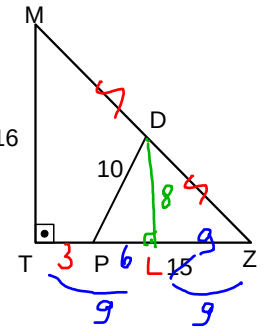
mükemmel üçlü
(3-4-5)k



Örnek...3 :

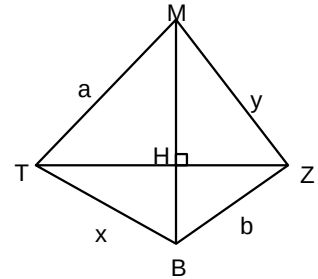
MTZ bir dik üçgendir. $|MD|=|DZ|$, $|MT|=16br, |PD|=10br, |PZ|=15br$ $|TP|$ kaç birimdir?

[DL] orta kolon $|DL|=8$
PLD 6-8-10 üçgeni
 $|LZ|=9 \Rightarrow |TP|=3$

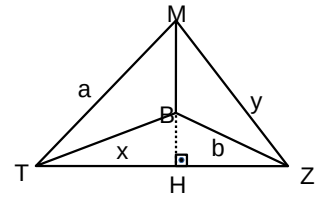


KÖŞEĞENLERİ DİK KESİŞEN DÖRTGENLER

MTBZ bir dörtgen ve $[MB] \perp [TZ]$ ise $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$



MTBZ bir iç bükey dörtgen ve $MB \perp [TZ]$ ise $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$



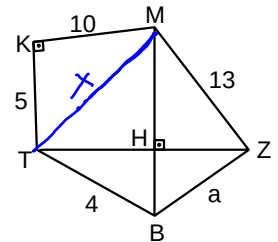
Örnek...4 :

$[MB] \perp [TZ]$ ve $[KT] \perp [MZ]$ verilen uzunluklara göre a kaçtır?

$$x^2 = 5^2 + 10^2 = 125$$

$$x^2 + a^2 = 13^2 + 4^2$$

$$125 + a^2 = 169 + 16 \rightarrow a = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$



ÜÇGENLER -8

DİK ÜÇGEN-ÖKLİD-TEMEL TRİGONOMETRİ

ÖKLİT BAĞINTILARI

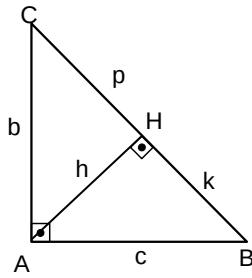
ABC bir dik üçgen ve
 $[AH] \perp [BC]$,
 $|AH|=h, |HB|=k, |CH|=p$
 ise

$$h^2 = p \cdot k$$

$$b^2 = p \cdot (k+p)$$

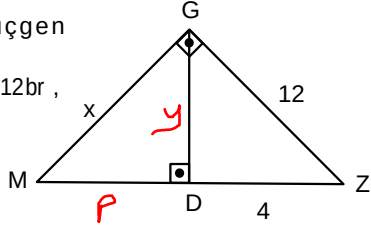
$$c^2 = k \cdot (k+p)$$

bağıntıları geçerlidir



Örnek...5 :

Şekilde MGZ dik üçgen
 $m(\widehat{G}) = m(\widehat{MDG}) = 90^\circ$
 Şekilde $|GZ|=3, |DZ|=12br$,
 ise $|GM|=x$ kaç
 birimdir ?



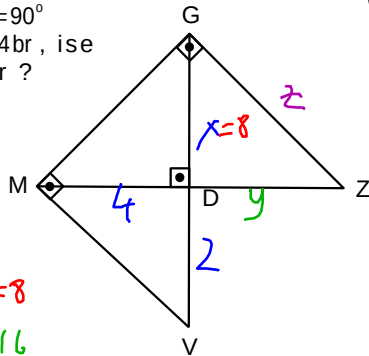
$$y^2 = 144 - 16 = 128 \quad P$$

$$y^2 = 4 \cdot p = 128 \rightarrow p = 32$$

$$x^2 = 32^2 + 128 \Rightarrow x = \sqrt{1152}$$

Örnek...6 :

Şekilde
 $m(\widehat{G}) = m(\widehat{M}) = m(\widehat{MDG}) = 90^\circ$
 Şekilde $|MD|=2, |DV|=4br$, ise
 $|GZ|$ kaç birimdir ?

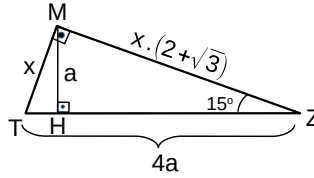
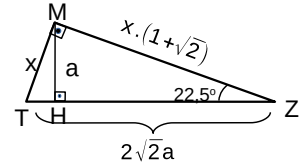
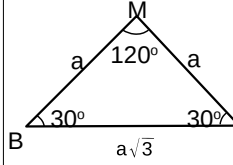
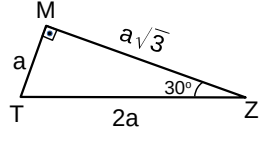
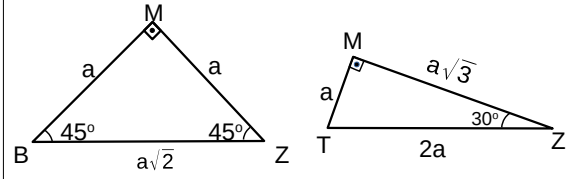


$$4^2 = 2x \rightarrow x = 8$$

$$8^2 = 4y \rightarrow y = 16$$

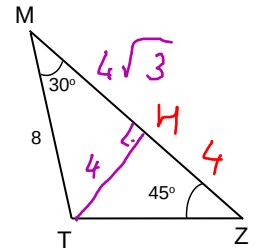
$$z^2 = 8^2 + 16^2 \rightarrow z = 8\sqrt{5}$$

AÇILARINA GÖRE ÖZEL ÜÇGENLER



Örnek...7 :

MTZ bir üçgen
 $m(\widehat{TMZ}) = 30^\circ, m(\widehat{TZM}) = 45^\circ$ dir.
 $|MT|=8br$
 ise, $|MZ|$ kaç birimdir ?



$$|MZ| = 4\sqrt{3} + 4 \text{ br}$$

ÜÇGENLER -8

DİK ÜÇGEN-ÖKLİD-TEMEL TRİGONOMETRİ

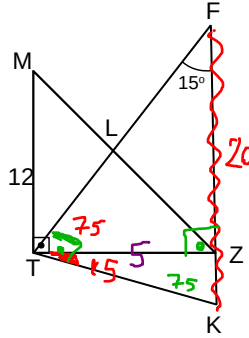
Örnek...8 :

MTZ bir dik üçgendir.
 $[MT] \parallel [FK]$,
 $|MT|=12br, |FK|=20br$,
 $m(\widehat{TFK})=m(\widehat{ZTK})=15^\circ$
 Buna göre $|MZ|$ kaç
 birimdir?

$$|TZ| = \frac{20}{4} = 5br$$

$$(15 \quad 75 \quad 90)$$

$$|MZ| = 13 \quad (MTZ \quad 5-12-13)$$



DİK ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK BAĞINTILAR

$0^\circ < \theta < 90^\circ$ olmak üzere

$$\cos(\theta) = \frac{x}{r}$$

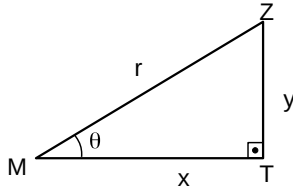
$$\sin(\theta) = \frac{y}{r}$$

$$\tan(\theta) = \frac{y}{x}$$

$$\cot(\theta) = \frac{x}{y}$$

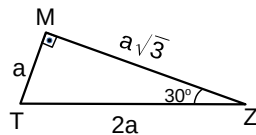
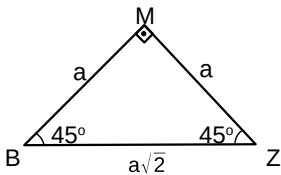
Ayrıca

$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$ ve $\cot(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$ bağıntıları elde edilir.



Örnek...9 :

Değerleri üçgenleri kullanarak bulunuz



$$\cos 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45 = 1$$

$$\cot 45 = 1$$

$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30 = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot 30 = \sqrt{3}$$

$$\cos 60 = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 60 = \sqrt{3}$$

$$\cot 60 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Örnek...10 :

x dar bir açı olmak üzere, $\cos(x) = \frac{2}{3}$ ise

$\sin^2(x) - \tan^2(x)$ kaçtır?

$$\sin^2(x) - \tan^2(x) = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{5}{9} - \frac{5}{4} = -\frac{25}{36}$$

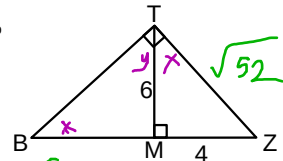
Örnek...11 :

TBZ bir dik üçgen

$m(\widehat{TMZ}) = 90^\circ = m(\widehat{BTZ}) = 90^\circ$

$|TM| = 6br, |MZ| = 4br$ ise

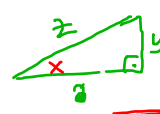
$\cos(\widehat{TBM})$ kaçtır?



$$\cos x = \frac{6}{\sqrt{52}} = \frac{6}{2\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

Örnek...12 :

x dar bir açı olmak üzere, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ olduğunu gösteriniz.



$$\cos^2 x = \frac{x^2}{z^2}$$

$$\sin^2 x = \frac{y^2}{z^2}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{x^2 + y^2}{z^2} = \frac{z^2}{z^2} = 1$$

Örnek...13 :

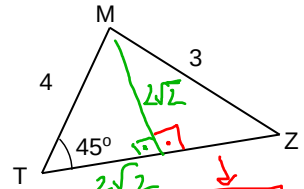
MTZ bir üçgendir.

$m(\widehat{T}) = 45^\circ$

$|TM| = 4br, |MZ| = 3br$,

olduğuna göre

$\tan(\widehat{Z})$ kaç olabilir?

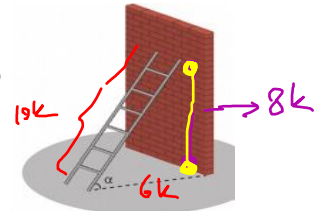


$$\tan x = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{9-8} = 1$$

Örnek...14 :

Şekilde boyu 5 m olan merdiven duvara dayalı olarak durmaktadır. $\sin \alpha = 0,6$ olduğuna göre, merdivenin zemine değdiği noktanın duvara olan uzaklığı kaç cm'dir?



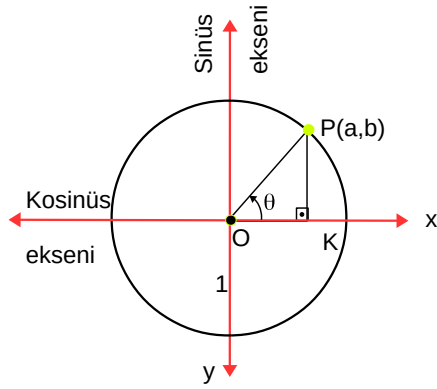
$$10k = 5$$

$$6k = \frac{5}{10} \cdot 6 = \frac{3}{2}$$

ÜÇGENLER -8

DİK ÜÇGEN-ÖKLİD-TEMEL TRİGONOMETRİ

BİR AÇININ KOSİNÜS VE SİNÜS DEĞERLERİ



Merkezi orjin ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim çember denir. Standart pozisyonda (Köşesi orjinde ,bir kolu x eksenini ve yönü pozitif yönü) ve ölçüsü θ olan açının birim çember üzerinde yay bitim noktası $P(a,b)$ ise $\cos(\theta)=a$ ve $\sin(\theta)=b$ olarak tanımlanır.

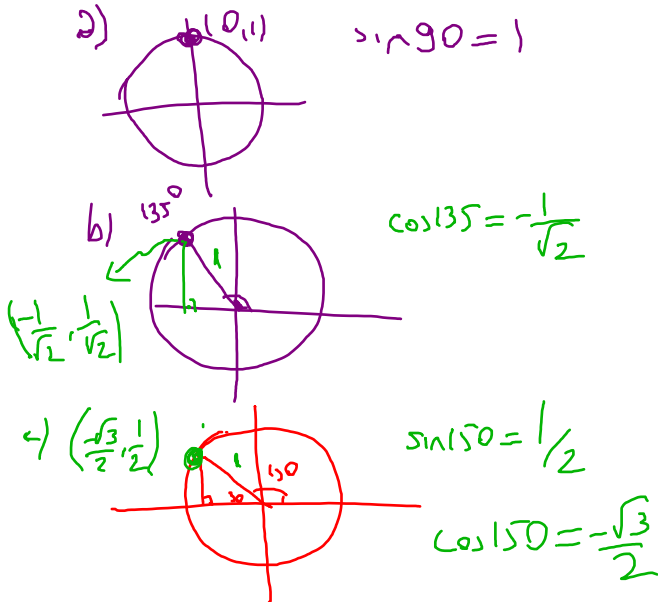
O_x eksenine kosinüs eksenini
 O_y eksenine ise sinüs eksenini denir

OKP dik üçgeninde $\cos^2(\theta)+\sin^2(\theta)=1$

Örnek...15 :

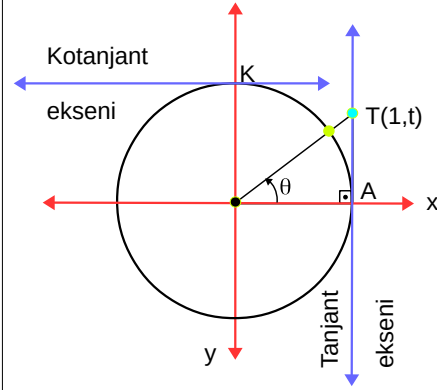
Birim çember kullanarak aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

a) $\sin 90$ b) $\cos 135$ c) $\sin 150$ d) $\cos 150$



BİR AÇININ TANJANT VE KOTANJANT DEĞERLERİ

Birim çembere $A(1,0)$ noktasından çizilen teğete tanjant eksenini, $K(0,1)$ noktasından çizilen teğete de kotanjant eksenini denir.



Bir açının tanjant değeri bulunurken şu adımlar izlenir :

adım 1. verilen açiya eşit olan pozitif yönlü standart biçimli yayın bitim noktası birim çemberde işaretlenir

adım 2 yay bitim noktası ve orjini birleştiren doğru çizilir

adım 3 doğru tanjant eksenini ile kesiştirilir

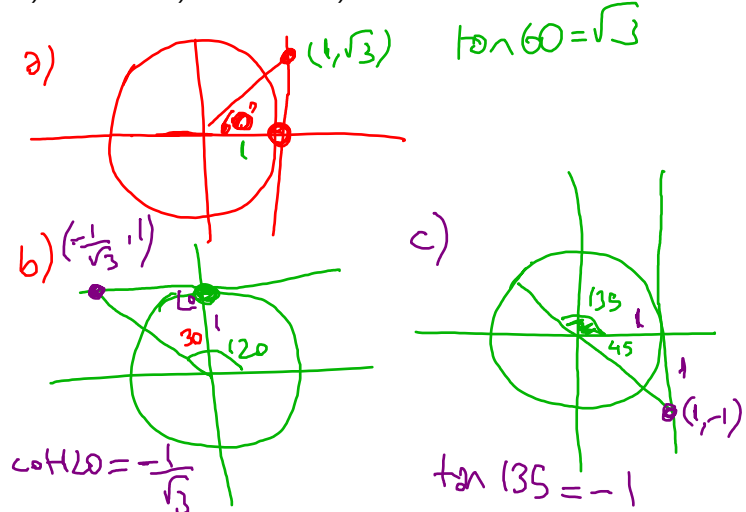
adım 4 kesim noktasının ordinatı açının tanjantıdır.

Aynı şekilde kotanjant değeri de yay bitim ve orjini birleştiren doğrunun kotanjant eksenini kestiği noktanın apsisisidir.

Örnek...16 :

Birim çember kullanarak aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

a) $\tan 60$ b) $\cot 120$ c) $\tan 135$

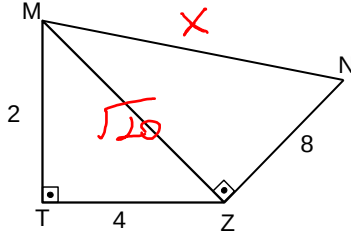


ÜÇGENLER -8

DİK ÜÇGEN-ÖKLİD-TEMEL TRİGONOMETRİ

DEĞERLENDİRME - 1

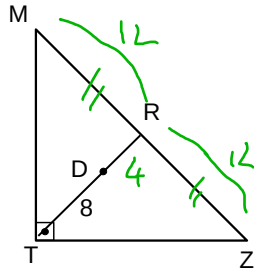
- 1) MTZ ve MZN birer dik üçgendir.



4. $|MT|=2$, $|TZ|=|ZN|=8$ br ise $|MN|$ kaç birimdir?

$$x^2 = 8^2 + (\sqrt{20})^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{21}$$

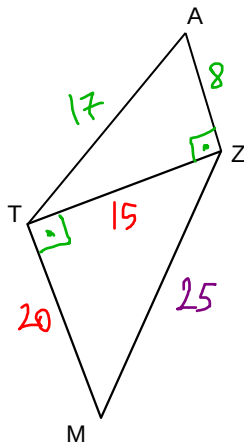
- 2) MTZ bir üçgen D ağırlık merkezidir $|TD|=8$ cm, ise $|MZ|$ kaç cm dir?



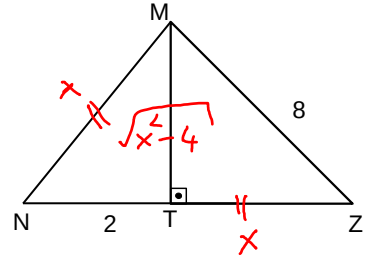
- 3) MTZ ve ATZ birer üçgen, $[AZ] \perp [TZ]$, $[MT] \parallel [AZ]$, $|AT|=2 \cdot |AZ|+1=17$ br, $|TM|=20$ br Buna göre $|MZ|$ kaç birimdir?

$$8-15-17$$

$$15-20-25$$



- 4) MNZ bir üçgen, $[NZ] \perp [TM]$, $|MN|=|TZ|$, $|NT|=|MZ|=8$ cm ise $|MT|$ kaç birimdir?



$$x^2 - 4 + x^2 = 64$$

$$2x^2 = 68$$

$$x^2 = 34$$

$$|MT| = \sqrt{34}$$

- 5) MTZ bir üçgen, $m\widehat{MKZ}=135^\circ$ Şekilde $|MT|=7$ br, $|TZ|=5\sqrt{2}$ br ise $|MZ|$ kaç birimdir?



$$x^2 = 12^2 + 5^2$$

$$x = 13$$

- 6) MTZ bir dik üçgen, $|MD|=|TD|=8$ br, $|ZD|=12$ br ise $|TZ|$ kaç birimdir?

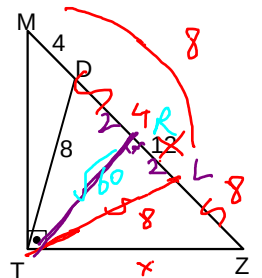
$$\triangle (ML=12Z)$$

$$\triangle (LD) \text{ ikizkenar}$$

$$|TR| = \sqrt{60}$$

$$x^2 = \sqrt{60}^2 + 10^2$$

$$x = \sqrt{60} = 4\sqrt{10}$$



ÜÇGENLER -8

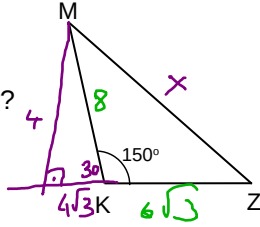
DİK ÜÇGEN-ÖKLİD-TEMEL TRİGONOMETRİ

DEĞERLENDİRME - 2

- 1) MKZ bir üçgen
 $m\widehat{MKZ}=150^\circ$ dir.
 $|MK|=8br$, $|KZ|=6\sqrt{3}br$
 ise, $|MZ|$ kaç birimdir?

$$x^2 = 16 + (10\sqrt{3})^2$$

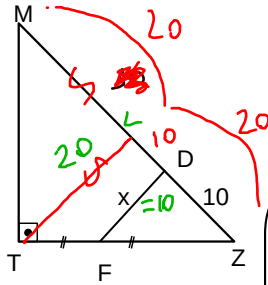
$$x = \sqrt{316}$$



- 2) MTZ bir dik üçgendir.
 $|TF|=|FZ|$ ve
 $|ZD|=10br$, $|DM|=3br$,
 $|FD|$ kaç birimdir?

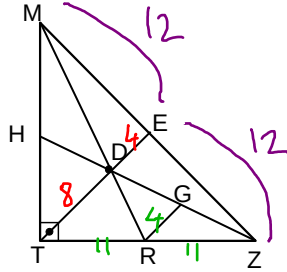
$$|FD| = \frac{|TL|}{2}$$

(muhafazan üçüncü kenar)



- 3) MTZ bir üçgen D
 ağırlık merkezidir.
 $[RG] \parallel [TE]$,
 Şekilde $|MZ|=24br$,
 $|RG|$ kaç
 birimdir?

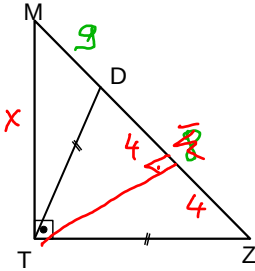
$$[RG] \text{ orta taban}$$



- 4) MTZ bir dik üçgendir.
 $|TD|=|TZ|$ ve
 $|MD|=9br$, $|DZ|=8br$,
 $|TM|$ kaç birimdir?

$$x^2 = 13 + 17 \text{ (oklid)}$$

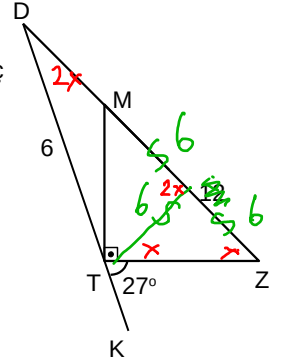
$$x = \sqrt{221}$$



- 5) MTZ bir dik üçgen,
 $2 \cdot |TD| = |MZ| = 12br$,
 $m(\widehat{ZTK}) = 27^\circ$ ise $m(\widehat{Z})$ kaç
 derecedir?

$$3x = 27$$

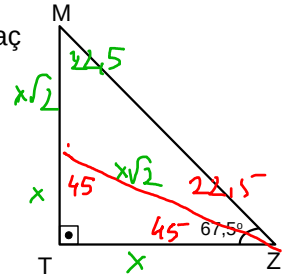
$$x = 9$$



- 6) MTZ bir dik üçgendir.
 $|MT|=6+6\sqrt{2}br$, $|TZ|$ kaç
 birimdir?

$$x\sqrt{2} + x = 6 + 6\sqrt{2}$$

$$x = 6$$

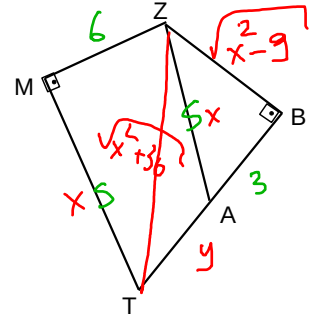


- 7) MTBZ bir dörtgendir.
 $[TM] \perp [MZ]$, $[TB] \perp [BZ]$.
 $|TM|=|AZ|$, $|MZ|=6br$
 $|AB|=3br$, $|AT|$ kaç
 birimdir?

$$(y+3)^2 + x^2 - 9 = x^2 + 36$$

$$(y+3)^2 = 45$$

$$y = 3\sqrt{5} - 3$$



- 8) MTZ bir dik üçgendir.
 $|MK|=|MZ|=12br$,
 $m(\widehat{MTZ}) = 22,5^\circ$ ise T
 noktasının $[MZ]$ na uzaklığı
 kaç birimdir?

$$h = \frac{12\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = 3\sqrt{6}$$

$$(22,5 - 67,5 = 90 \text{ üçgen})$$

