

ÜÇGENLER-7

KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

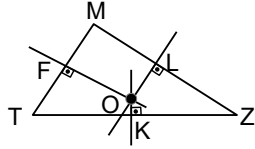
KENAR ORTA DİKME

Üçgenin herhangi bir kenarının orta noktasından geçen ve bu kenara dik olan doğru parçasına kenar orta dikme denir.

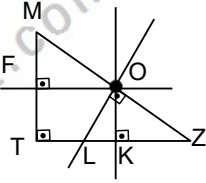
Bir üçgende kenar orta dikmeler bir noktada kesişir. Bu nokta çevrel çemberin merkezidir. (Üçgenin köşelerinden geçen çember) Çevrel çemberin merkezi üçgenin açı çetşidine göre farklı bölgelere ait olabilir.

Durum 1 Dar açılı üçgende kenar orta dikmelerin kesim noktası üçgenin içindedir.

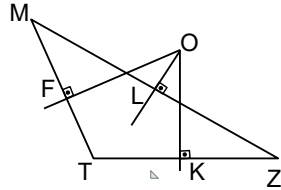
$[OF] \perp [MT]$,
 $[OL] \perp [MZ]$,
 $[OK] \perp [ZT]$,
 $|MF|=|TF|$,
 $|TK|=|KZ|$,
 $|ZL|=|LM|$



Durum 2 Dik açılı üçgende kenar orta dikmeler hipotenüs üzerinde kesişir



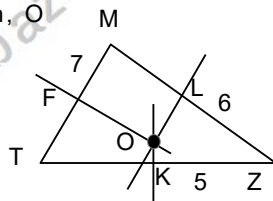
Durum 3 Geniş açılı üçgende kenar orta dikmelerin kesim noktası üçgenin dış bölgesindedir.



Şekillerde O noktası kenar orta dikmelerin kesim noktasıdır. (çevrel çemberin [üçgenin köşe noktalarından geçen çember] merkezidir)

Örnek...1 :

Şekilde MTZ bir üçgen, O noktası kenar orta dikmelerin kesim noktasıdır. $|MF|=7$ br, $|KZ|=5$ br, $|LZ|=6$ birim olduğuna göre $\angle(MTZ)$ kaç birimdir?

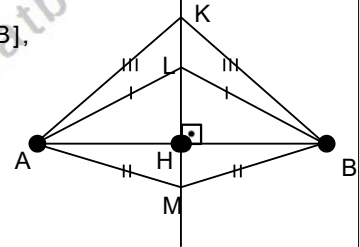


Uyarı

Bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan her nokta, doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktadır ve bunun karşıtı da doğrudur.

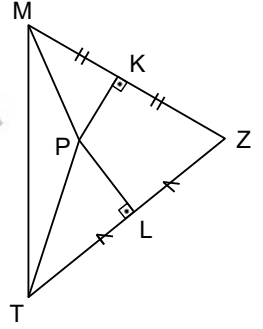
Şekilde $KM \perp [AB]$,

$|LA|=|LB|$,
 $|MA|=|MB|$,
 $|KA|=|KB|$



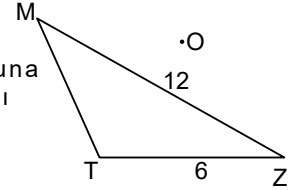
Örnek...2 :

MTZ bir üçgen, $[KP] \perp [MZ]$, $[LP] \perp [TZ]$, $m(\angle PTL)=34^\circ$, $m(\angle PMK)=26^\circ$, olduğuna göre $m(\angle MPT)$ kaç derecedir?



Örnek...3 :

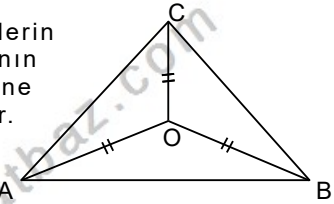
O noktası MTZ üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktasıdır. $|MZ|=12$ br, $|TZ|=6$ br dir. Buna göre $|MT|$ kaç farklı tamsayı değeri alır?



Uyarı

kenarorta dikmelerin kesişme noktasının üçgenin köşelerine uzaklıkları eşittir.

Şekilde O noktası kenar orta dikmelerin kesişim noktası, $|AO|=|OB|=|OC|$ dir.



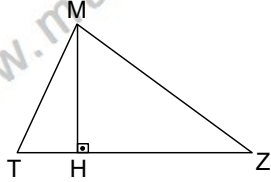
ÜÇGENLER-7

KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

YÜKSEKLİK VE DİKLİK MERKEZİ

Bir üçgende herhangi bir köşeden karşı kenara veya karşı kenarın uzantısına dik olarak indirilen doğru parçasına o kenara ait yükseklik denir.

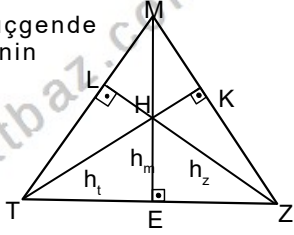
Şekilde $[MH]$, $[TZ]$ nin yüksekliğidir.



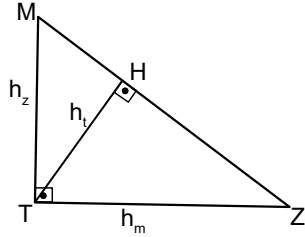
H noktasına dikme ayağı denir. Kenar m olarak gösterildiğinde $|MH| = h_m$ ile gösterilir.

Bir üçgende yükseklikleri tek noktada kesişir. Bu nokta diklik merkezidir. Diklik merkezi üçgenin açı çeşidine göre farklı bölgelere ait olabilir.

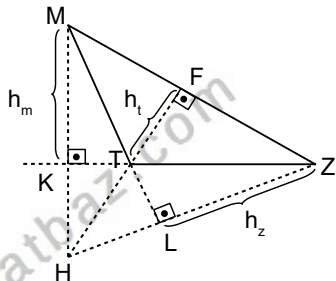
Durum 1 Dar açılı üçgende diklik merkezi üçgenin içindedir.



Durum 2 Dik açılı üçgende diklik merkezi üçgende dik kenarların birleştiği köşedir



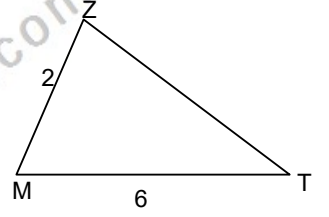
Durum 2 Geniş açılı üçgende diklik merkezi üçgenin dış bölgesindedir.



Şekillerde H noktası diklik merkezidir

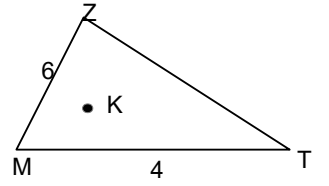
Örnek...4 :

Şekilde $|ZM|=2$ br, $|MT|=6$ br dir. Z noktası, MTZ üçgeninin diklik merkezi ise $|ZT|$ kaç birimdir?



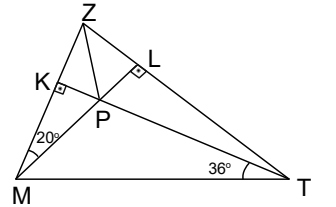
Örnek...5 :

Şekilde $|ZM|=6$ br, $|MT|=4$ br dir. K noktası, MTZ üçgeninin diklik merkezi ise $|ZT|$ nin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?



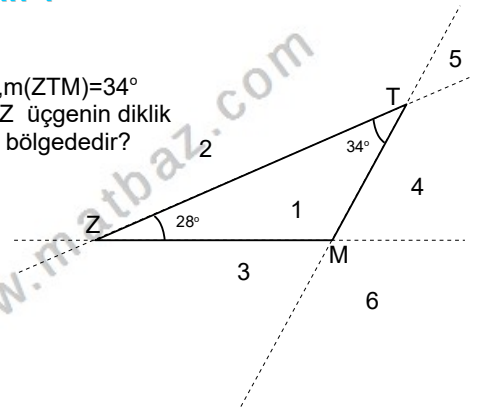
Örnek...6 :

Şekilde MTZ bir üçgen, $[KT] \perp [MZ]$, $[ZT] \perp [ML]$ $[KT] \cap [ML] = \{P\}$ dir. Buna göre $m(\angle PZT)$ kaç derecedir?



Örnek...7 :

Şekilde , $m(\angle MZT)=28^\circ$, $m(\angle ZTM)=34^\circ$ Buna göre MTZ üçgenin diklik merkezi hangi bölgededir?

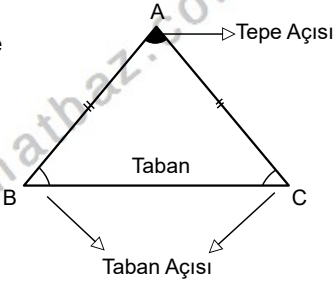


ÜÇGENLER-7

KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

İKİZKENAR ÜÇGEN

Herhangi iki kenarı birbirine eşit olan üçgendir.

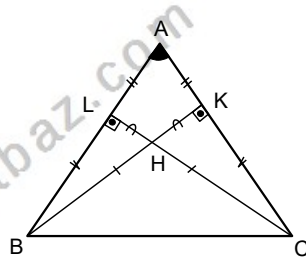


Taban açıları eşittir. $m(\widehat{B})=m(\widehat{C})$

Eşit kenarlara ait yükseklikler, iç açıortaylar ve kenarortaylar eşittir $h_b=h_c$, $V_b=V_c$, $n_B=n_C$

Yandaki ikizkenar üçgende $|AB|=|AC|$ ve buradan eşlik kullanarak şu sonuçları çıkarabiliriz

$m(\widehat{ABK})=m(\widehat{ACL})$
 $|KC|=|BL|$, $|LH|=|HK|$



Örnek...8 :

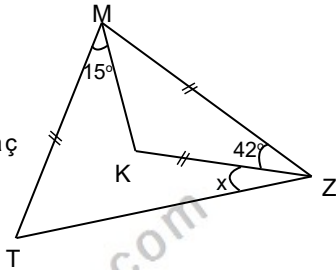
MTZ bir üçgendir.

$|TM|=|MZ|=|KZ|$,

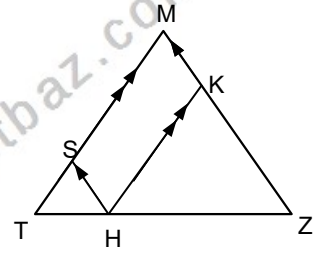
$m(\widehat{KZM})=42^\circ$

$m(\widehat{KMT})=15^\circ$

olduğuna göre x kaç derecedir?



$|MT|=|MZ|$, H taban üzerinde alınan rastgele bir nokta ve $[HS] \parallel [MZ]$, $[HK] \parallel [MT]$ ise



$|HS|+|HK|=|MT|=|MZ|$ olur

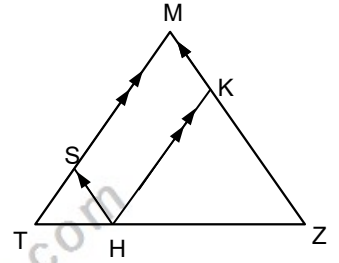
Örnek...9 :

MTZ bir ikizkenar üçgen

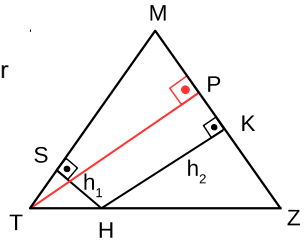
$|HS|+|HK|=13$ br ve

$|TH|+|HZ|=10$ br ise MTZ

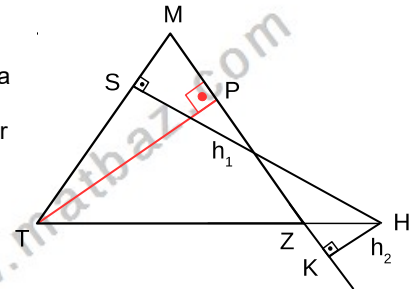
üçgeninin alanı kaç birim karedir?



$|MT|=|MZ|$, H taban üzerinde alınan rastgele bir nokta ve $[HS] \perp [MT]$, $[HK] \perp [MZ]$ ise $h_1+h_2=h_1=h_2$ olur



$|MT|=|MZ|$, H taban uzantısında alınan rastgele bir nokta ve $[HS] \perp [MT]$, $[HK] \perp [MZ]$ ise



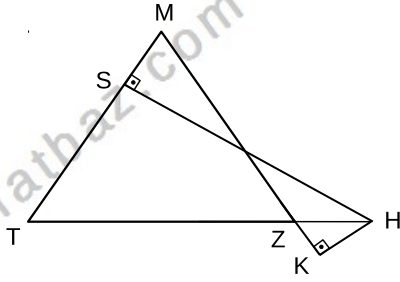
$|HS|-|HK|=h_1-h_2=h_1=h_2$ olur

ÜÇGENLER-7

KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

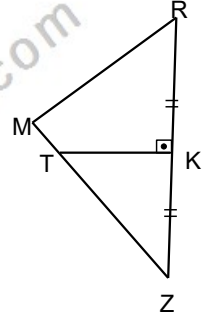
Örnek...10 :

Yandaki MTZ
üçgeninde
 $[HS] \perp [MT]$
 $[HK] \perp [MK]$
 $|HK|=2br$
 $|HS|=8br$,
 $m(\widehat{MZT})=67,5^\circ$
olduğuna göre
 $|MT|=|MZ|$ kaç
birimdir?

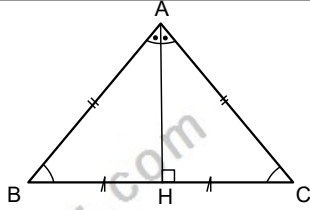


Örnek...11 :

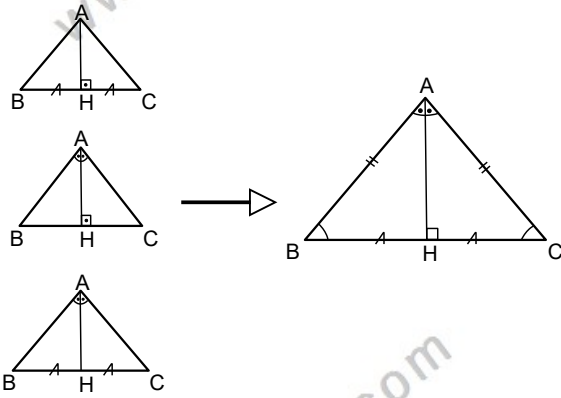
MRZ bir üçgen $|MR|=|TZ|$
 $m(\widehat{RKT})=90^\circ$ ve
 $m(\widehat{MRK})=63^\circ$ ise $m(\widehat{M})$ kaç
derecedir?



$|AB|=|AC|$ ise A
köşesinden
indirilen dikme
aynı zamanda
açıortay ve
kenarortaydır.

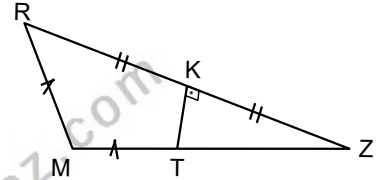


Bir köşeye ait yükseklik, açıortay veya
kenarortaydan herhangi ikisi aynı ise
üçgen en azından ikizkenardır



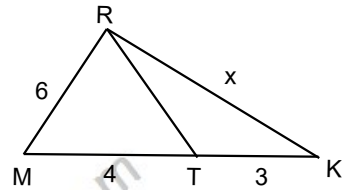
Örnek...12 :

MRZ bir üçgen
 $|MR|=|MT|$, $|RK|=|KZ|$,
 $m(\widehat{TKZ})=90^\circ$,
 $m(\widehat{RMZ})=120^\circ$ ve
 $|TZ|=20br$ ise $m(\widehat{TZK})$
kaç derecedir?



Örnek...13 :

KMR bir üçgen
 $|MR|=|RT|=6br$, $|MT|=4br$,
 $|KT|=3br$ ise x kaç
birimdir?

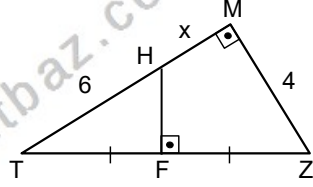


ÜÇGENLER-7

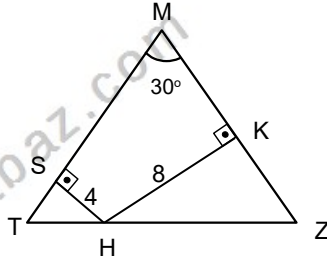
KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

DEĞERLENDİRME - 1

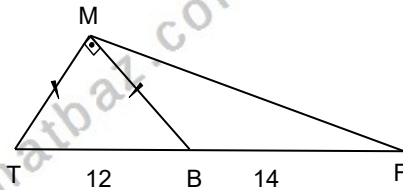
- 1) $\triangle TMZ$, $\triangle HFT$ birer dik üçgendir.
 $|HT|=6$ br ,
 $|FT|=|FZ|$
 $|MZ|=4$ br $|HM|$
kaç birimdir?



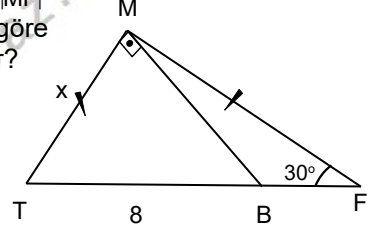
- 2) $\triangle MTZ$ bir üçgen ikizkenar üçgen ,
 $[SH] \perp [MT]$,
 $[HK] \perp [MZ]$
 $2 \cdot |SH|=|HK|=8$ cm,
ise $|MT|$ kaç cm dir?



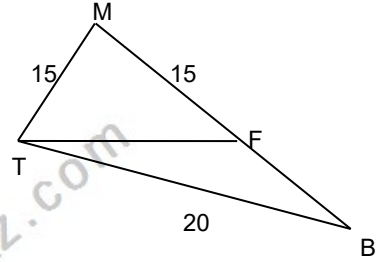
- 3) $\triangle TMB$ bir dik üçgen
 $|MT|=|MB|$
 $|TB|=12$ br ,
 $|BF|=14$ br
ise, $|MF|$
kaç birimdir?



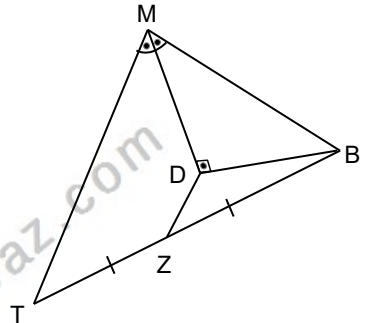
- 4) $\triangle MTF$ ikizkenar, $\triangle TMB$ dik üçgendir.
 $[TM] \perp [MB]$, $|TM|=|MF|$
 $|TB|=8$ br olduğuna göre
 $|MT|=x$ kaç birimdir?



- 5) $\triangle MTB$ bir üçgendir.
 $F \in [MB]$,
 $|MT|=|FM|=15$ br ,
 $m(\widehat{TMF})=2 \cdot m(\widehat{FTB})$,
 $|TB|=20$ br .
Buna göre $|FB|$ kaç birimdir?



- 6) $\triangle MTB$ bir üçgen ,
 $[MD] \perp [DB]$,
 $|ZB|=|TZ|$, $[MD]$
açıortay,
 $2 \cdot |MT|=3 \cdot |MB|=48$
cm ise $|DZ|$ kaç birimdir?

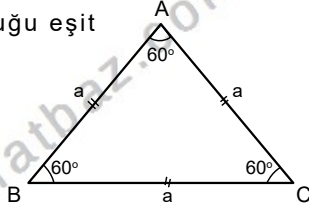


ÜÇGENLER-7

KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

EŞKENAR ÜÇGEN

Üç kenar uzunluğu eşit olan üçgendir.



$$m(\widehat{A})=m(\widehat{B})=m(\widehat{C})=60^\circ$$

Yükseklikler, iç açıortaylar ve kenarortaylar eşittir

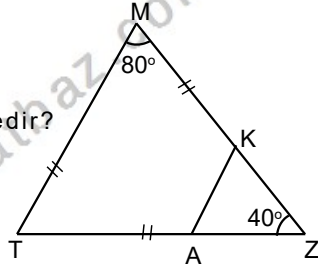
$$h_a=h_b=h_c=V_a=V_b=V_c=n_A=n_B=n_C=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ç}(\text{ABC})=3a$$

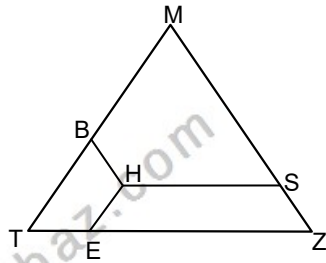
$$A(\text{ABC})=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Örnek...1 :

MTZ bir üçgen,
 $m(\widehat{M})=2.m(\widehat{Z})=80^\circ$,
 $|\text{MT}|=|\text{MK}|=|\text{AT}|$ ise
 $m(\widehat{\text{KAZ}})$ kaç derecedir?



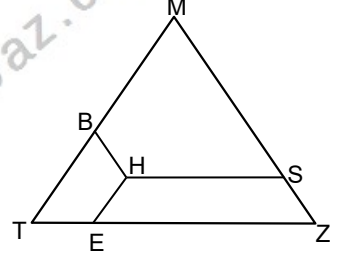
MTZ eşkenar üçgen, H üçgenin iç bölgesinde alınan rastgele bir nokta ve ve $[\text{HS}]//[\text{TZ}]$, $[\text{HB}]//[\text{MZ}]$, $[\text{HE}]//[\text{MT}]$ ise



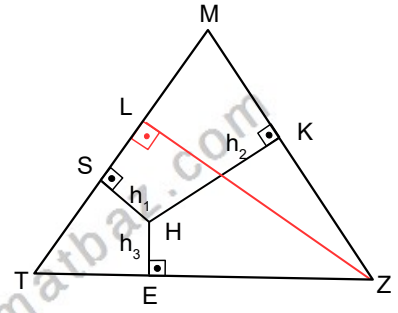
$$|\text{HS}|+|\text{HE}|+|\text{HB}|=|\text{MT}| \text{ olur}$$

Örnek...2 :

MTZ bir eşkenar üçgen, $\text{HB}//\text{MZ}$, $\text{EH}//\text{TM}$ ve $\text{HS}//\text{ZT}$ dir. $|\text{HS}|+|\text{HE}|+|\text{HB}|=12$ br ise MTZ üçgeninin alanı kaç birim karedir?

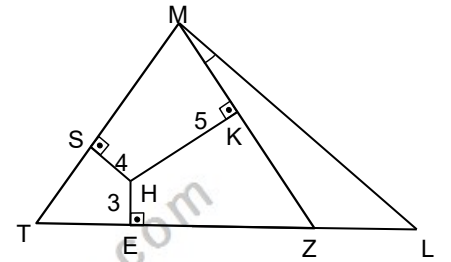


MTZ eşkenar üçgen, H üçgenin iç bölgesinde alınan rastgele bir nokta ve $[\text{HS}] \perp [\text{MT}]$, $[\text{HK}] \perp [\text{MZ}]$, $[\text{HE}] \perp [\text{TZ}]$ ise $h_1+h_2+h_3=h_z$ olur



Örnek...3 :

MTZ eşkenar üçgen, H üçgenin iç bölgesinde alınan rastgele bir nokta ve $[\text{HS}] \perp [\text{MT}]$, $[\text{HK}] \perp [\text{MZ}]$, $[\text{HE}] \perp [\text{TZ}]$ dir. $m(\widehat{\text{ZML}})=15^\circ$ ise $|\text{ML}|$ kaç birimdir?

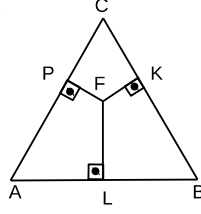


ÜÇGENLER-7

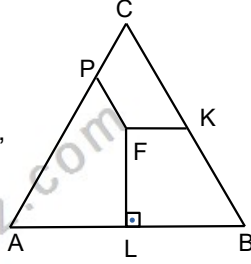
KENAR ORTA DİKME-DİKLİK MERKEZ

DEĞERLENDİRME - 2

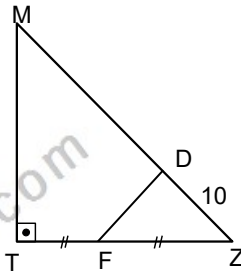
- 1) ABC bir eşkenar üçgen
[FP]⊥[AC], [FK]⊥[BC],
[FL]⊥[AB] dir.
|FP|+3√3=|FK|+2√3=|FL|=7√3br
ise,ABC üçgeninin bir kenarı
kaç birimdir?



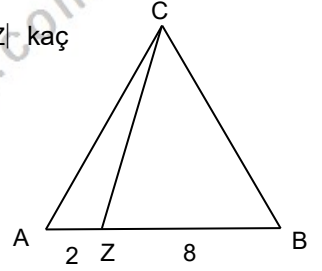
- 2) ABC bir eşkenar üçgen
[FP] // [BC], [FK] // [AB]
, [FL]⊥[AB] dir |FP|=5br
|FK|=6br |FL|=4√3br ise,
ABC üçgeninin çevresi
kaç birimdir?



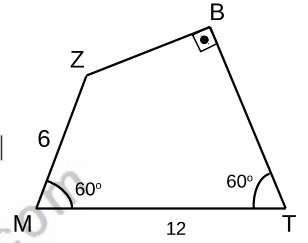
- 3) MTZ bir dik üçgen FDZ
bir eşkenar üçgendir.
|TF|=|FZ| ve |ZD|=10br,
A(MTFD) kaç birim
karedir?



- 4) ABC bir eşkenar üçgen,
4.|AZ|=|ZB|=8br, ise |CZ| kaç
birimdir?



- 5) MTBZ bir dörtgendir.
m(∠B)=90°,
m(∠M)=m(∠T)=60°
2.|MZ|=|MT|=12br ise |TB|
kaç birimdir?



- 6) ABC bir eşkenar üçgen
[FP]⊥[AC], [FK]⊥[BC],
[FL]⊥[AB] dir.
|FP|+|FK|=6√3, |FL|=2√3br
ise,ABC üçgeninin alanı
kaç birim karedir?

