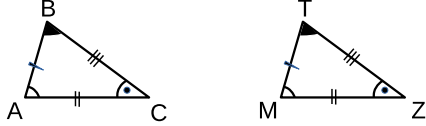


EŞLİK

ABC ve MTZ üçgenleri arasında bire bir eşleme kurulduğunda; karşılıklı kenarlar ve karşılıklı açılar eş ise ABC ve MTZ üçgenleri eştir denir.

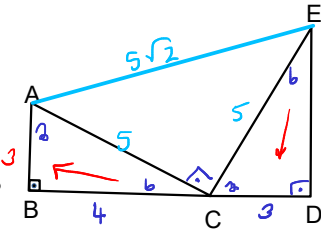
$\triangle ABC \equiv \triangle MTZ$ İle bu eşlik gösterilir.



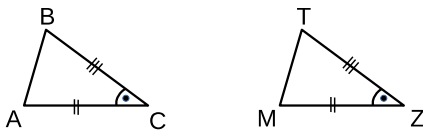
$$\triangle ABC \equiv \triangle MTZ \iff \begin{cases} |AC|=|MZ| & m(\hat{A})=m(\hat{M}) \\ |AB|=|MT| & m(\hat{B})=m(\hat{T}) \\ |BC|=|TZ| & m(\hat{C})=m(\hat{Z}) \end{cases}$$

Örnek...1 :

B, C, D doğrusal noktalardır.
 $m(\hat{B})=90^\circ$
 $|CD|=3br, |BC|=4br$
 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ ise
 $|AE|$ kaç birimdir?



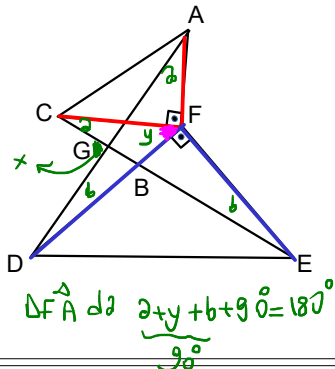
2. Kenar - açı - kenar eşlik teoremi



$$\left. \begin{array}{l} m(\hat{C})=m(\hat{Z}) \\ |AC|=|MZ| \\ |BC|=|TZ| \end{array} \right\} \implies \triangle ABC \equiv \triangle MTZ$$

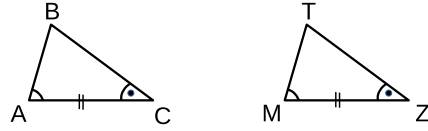
Örnek...2 :

AFC ve DFE ikizkenar dik üçgenlerdir.
 $m(\hat{CFA})=m(\hat{DFE})=90^\circ$
 ise $m(\hat{CGD})$ kaç birimdir?



$\triangle AFC \cong \triangle DFE$
 $x = 2 + y + b$ (öneriyi)
 $x = 90^\circ$

1. Açı - kenar- açı eşlik teoremi

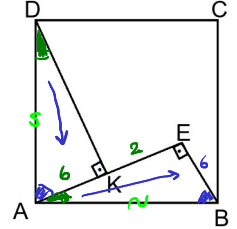


$$\left. \begin{array}{l} m(\hat{A})=m(\hat{M}) \\ m(\hat{C})=m(\hat{Z}) \\ |AC|=|MZ| \end{array} \right\} \implies \triangle ABC \equiv \triangle MTZ$$

Örnek...3 :

ABCD kare, AEB ve AKD dik üçgenlerdir.
 $|KE|=2br, |AK|=6br$ ise
 $\angle(ABCD)$ kaç birimdir?

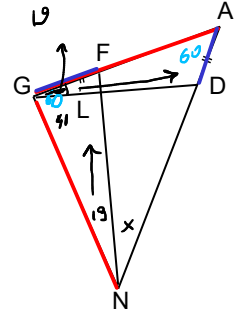
$\triangle KDA \cong \triangle EAB$ (A.K.A)
 $\triangle AEB$ 6-8-10 $\rightarrow |AB|=10br$
 $\angle(ABCD) = 4 \cdot 10 = 40br$



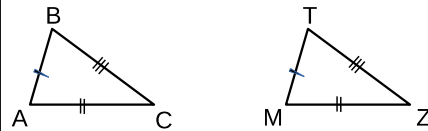
Örnek...4 :

AGN eşkenar üçgendir.
 $|AD|=|GF|$ ve $m(\hat{AGD})=19^\circ$
 olduğuna göre $m(\hat{FND})$ kaç derecedir?

$\triangle AGD \cong \triangle NGF$ (K.A.K)
 $x = 60 - 19 = 41^\circ$



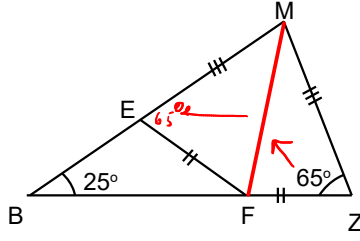
3. Kenar - kenar- kenar eşlik teoremi



$$\left. \begin{array}{l} |AC|=|MZ| \\ |AB|=|MT| \\ |BC|=|TZ| \end{array} \right\} \implies \triangle ABC \equiv \triangle MTZ$$

DEĞERLENDİRME

- 1) MBZ bir üçgendir.
 $|EF|=|FZ|$,
 $|EM|=|MZ|$
 olduğuna göre
 $m(\widehat{EFZ})$ kaç derecedir?

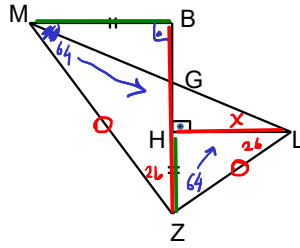


$$\triangle MEF \cong \triangle MZF$$

$$m(\widehat{BFE}) = 65 - 25 = 40$$

$$m(\widehat{EFZ}) = 180 - 40 = 140$$

- 2) MBZ bir üçgendir.
 $[MB] \parallel [HL]$
 $|MB|=|HZ|$,
 $|ZB|=|HL|$,
 $m(\widehat{HZL})=64^\circ$ ise
 $m(\widehat{HLG})$ kaç derecedir?



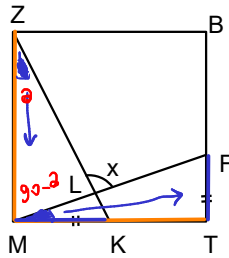
$$\triangle MBZ \cong \triangle ZHL$$

$\triangle ML$ ikizkenar dik üçgen

$$x + 26 = 45$$

$$x = 19$$

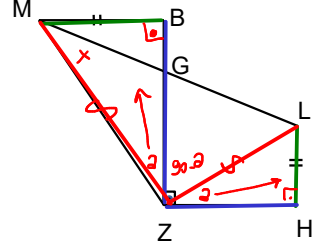
- 3) MTBZ bir karedir.
 $|MK|=|FT|$, olduğuna göre
 $m(\widehat{ZLF})=x$ kaç derecedir?



$$\triangle MK \cong \triangle FT \text{ (KAK)}$$

$$x = 90 - 2 + 2 = 90$$

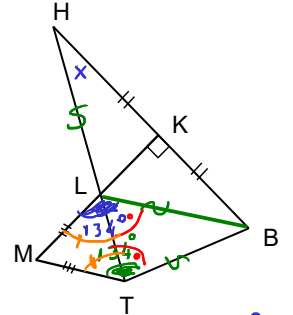
- 4) MBZ bir üçgendir.
 $m(\widehat{BZH})=90^\circ$
 $|MB|=|LH|$,
 $|ZB|=|HZ|$,
 $[MB] \parallel [HZ]$,
 $[ZB] \parallel [HL]$ ise
 $m(\widehat{LMZ})$ kaç derecedir?



$$\triangle MBZ \cong \triangle LHZ \text{ (K.A.K)}$$

$$\triangle ML \text{ ikizkenar dik üçgen} \Rightarrow x = 45$$

- 5) MTBK bir dörtgendir.
 $m(\widehat{MTB})=134^\circ$, $|KB|=|HK|$,
 $|ML|=|MT|$, $|HL|=|TB|$,
 $[MK] \perp [HB]$ olduğuna göre
 $m(\widehat{THK})$ kaç derecedir?



$$\triangle MLK \cong \triangle BLK$$

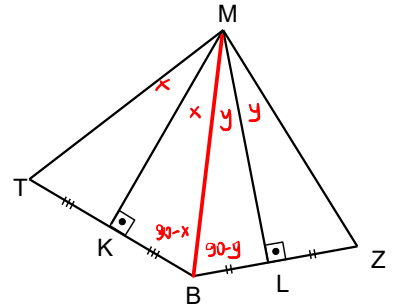
$$\Rightarrow |LB|=|HL|=|BT|$$

$$m(\widehat{MTB}) = 134 \Rightarrow m(\widehat{MLB}) = 134 \Rightarrow m(\widehat{BLK}) = 46$$

$$m(\widehat{KLH}) = 46$$

$$x + 46 = 90 \Rightarrow x = 44$$

- 6) MTBZ bir dörtgendir.
 $|KT|=|KB|$, $|BL|=|LZ|$
 $m(\widehat{TMZ})=138^\circ$
 olduğuna $m(\widehat{TBZ})$ kaç derecedir?



$$\triangle TK \cong \triangle BK$$

$$\triangle BL \cong \triangle ZL$$

$$2x + 2y = 138$$

$$x + y = 64$$

$$m(\widehat{TBZ}) = 90 - x + 90 - y = 180 - (x + y)$$

$$= 180 - 64$$

$$= 116$$

BENZERLİK

Bir şekli belirli oranlarda büyüterek veya küçültürük benzerleri elde edilebilir.

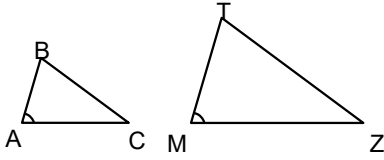
Buradaki belirli orana Benzerlik Oranı denir.



İki doğru parçası, iki eşkenar üçgen, iki kare, iki çember, iki küp, iki küre... gibi şekil ve cisimlerin uzunlukları arasında daima bir oran vardır. Bu nedenle bunların her zaman birbirine benzer olduklarını söyleyebiliriz.

ÜÇGENLERİN BENZERLİĞİ

ABC ve MTZ üçgenleri arasında bire bir eşleme kurulduğunda; birinin kenarları diğerinin kenarlarının "k" katı ise, ABC ve MTZ üçgenleri benzerdir denir ve bu benzerlik $\triangle ABC \sim \triangle MTZ$ biçiminde gösterilir. ($k \in \mathbb{R}$)



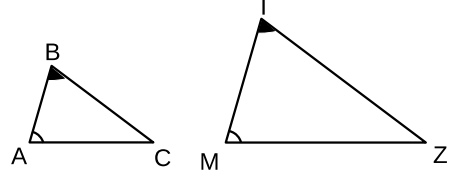
$$\triangle ABC \sim \triangle MTZ \Leftrightarrow \begin{cases} m(\hat{A})=m(\hat{M}) \\ m(\hat{B})=m(\hat{T}) \\ m(\hat{C})=m(\hat{Z}) \end{cases} \text{ ve } \frac{a}{m} = \frac{b}{t} = \frac{c}{z} = k$$

Ayrıca, İki üçgenin benzerlik oranı olarak,

- 1) Karşılıklı kenarlar oranı,
- 2) Karşılıklı kenarortaylar oranı,
- 3) Karşılıklı açıortaylar oranı,
- 4) Karşılıklı yükseklikler oranı,
- 5) Karşılıklı iç teğet çember yarıçapları oranı,
- 6) Karşılıklı dış teğet çember yarıçapları oranı,
- 7) Karşılıklı çevrel çember yarıçapları oranı,
- 8) Karşılıklı çevre uzunlukları oranı da alınabilir

BENZERLİK TEOREMLERİ

1. Açı - açı benzerliği



$$\left. \begin{matrix} m(\hat{A})=m(\hat{M}) \\ m(\hat{B})=m(\hat{T}) \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \triangle ABC \sim \triangle MTZ$$

Örnek...5 :

B, C, D doğrusal noktaldır.

$$m(\hat{B})=m(\hat{D})=m(\hat{ACE})=90^\circ$$

$$6 \cdot |CD|=4 \cdot |AB|=3|ED|=12 \text{ br}$$

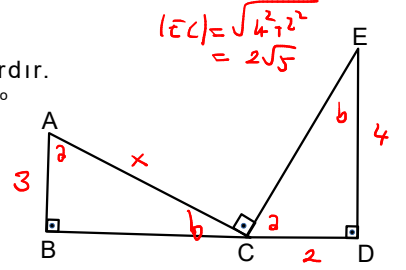
|AC| kaç birimdir?

$$\triangle ABC \sim \triangle CDE \text{ (AAA)}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{2\sqrt{5}}$$

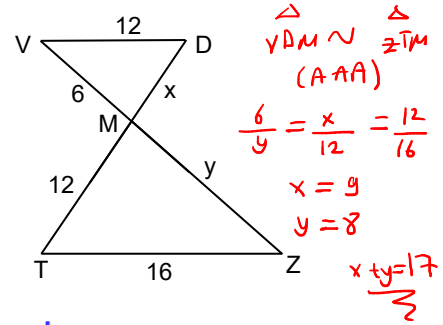
$$x = 3\sqrt{5}$$

$$|EC| = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$



Örnek...6 :

V, M, Z doğrusal noktaldır. T, M, D doğrusal noktaldır. [VD] // [TZ] dir. Verilen uzunluklara göre x+y kaçtır?



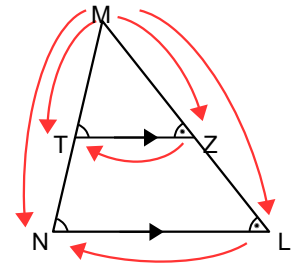
TEMEL ORANTI TEOREMİ

Bir üçgenin bir kenarına paralel olan bir doğru üçgenin diğer kenarlarını farklı noktalarda keserse, bu doğru kenarlar üzerinde orantılı parçalar ayırır

TZ // NL ise
 $\triangle MTZ \sim \triangle MNL$

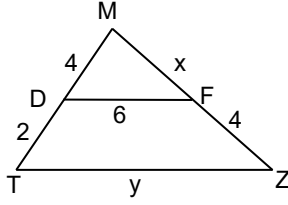
$$\frac{|MT|}{|MN|} = \frac{|MZ|}{|ML|} = \frac{|TZ|}{|NL|}$$

$$\frac{|MT|}{|TN|} = \frac{|MZ|}{|ZL|}$$



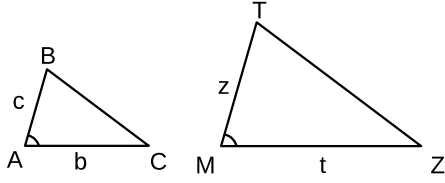
Örnek...7 :

MTZ bir üçgendir.
[DF] // [TZ] dir.
Verilen uzunluklara göre x+y kaçtır?



$\triangle DFM \sim \triangle TZM$ (AAA)
 $\frac{4}{6} = \frac{2}{y} = \frac{x}{x+4} \Rightarrow x=8, y=9$
 $x+y=17$

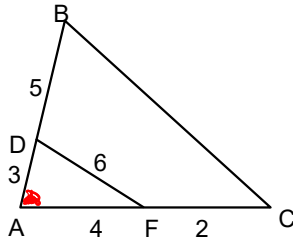
2. Kenar - açı - kenar benzerlik teoremi



$m(\hat{A})=m(\hat{M})$
 $\frac{c}{z} = \frac{b}{t} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MTZ$

Örnek...8 :

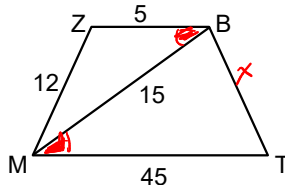
ABC ve ADF birer üçgendir. Verilen uzunluklara göre |BC| kaçtır?



$\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{6}{|BC|}$
 $|BC| = 12$ br
 $\triangle ADF \sim \triangle ACB$ (KA.K)

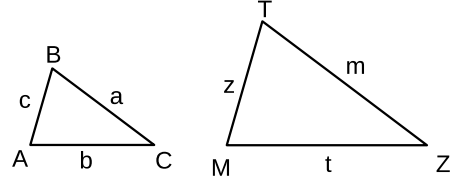
Örnek...9 :

MTBZ dörtgeninde BZ // MT
Verilen uzunluklara göre |BT| kaç birimdir?



$\frac{5}{15} = \frac{15}{45} = \frac{12}{x}$
 $x = 36$ br
 $(\triangle ZBM \sim \triangle BMT)$
 KA-K

3. Kenar - kenar -kenar benzerlik teoremi



$\frac{c}{z} = \frac{b}{t} = \frac{a}{m} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MTZ$

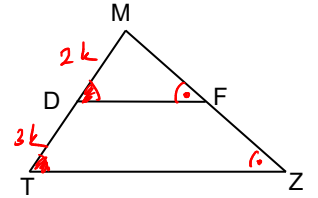
Benzer iki şekilde karşılıklı uzunlukların oranı benzerlik oranına eşittir

Benzer iki şeklin alanlarının oranı benzerlik oranının karesine eşittir

Benzer iki şeklin hacimlerinin oranı benzerlik oranının küpüne eşittir

Örnek...10 :

MTZ bir üçgendir.
[DF] // [TZ] dir.
3.|MD|=2.|DT| .
A(MTZ)=250 br² ise
A(MDF) kaç birim karedir?



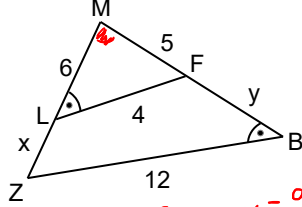
$\triangle MDF \sim \triangle MTZ$ (AAA)
 benzerlik oranı = $\frac{2}{5}$
 $\frac{A(MDF)}{A(MTZ)} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$
 $A(MDF) = \frac{4}{25} \times 250 = 40$ br²

$A(MDF) = 40$ br²

Pantograf, verilen bir Şeklin daha büyüğünü ya da eşini çizmeye yarayan mekanik bir alettir.

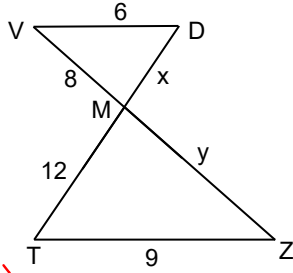
DEĞERLENDİRME - 1

- 7) MBZ bir üçgendir.
 $|ML|=6br$, $|MZ|=5br$,
 $|LF|=4br$, $|ZB|=12br$,
 $m(\hat{L})=m(\hat{B})$ olduğuna
 göre $x+y$ kaçtır?



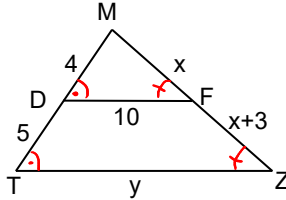
$\triangle MLF \sim \triangle MBZ \Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{6}{5+y} = \frac{5}{6+x}$ $x=9$
 (AAA) $y=13$
 $x+y=22$

- 8) V,M,Z doğrusal noktalardır. T,M,D doğrusal noktalardır. $[VD] \parallel [TZ]$ dir. Verilen uzunluklara göre $x+y$ kaçtır?



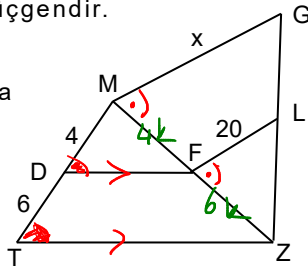
$\triangle VDM \sim \triangle TDM (AAA)$
 $\frac{6}{9} = \frac{x}{12} = \frac{8}{y} \rightarrow x=8$
 $y=12$
 $x+y=20$

- 9) MTZ bir üçgendir. $[FD] \parallel [TZ]$ dir. Verilen uzunluklara göre $x+y$ kaçtır?



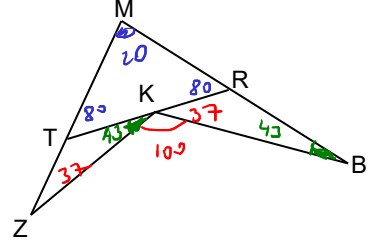
$\triangle MDF \sim \triangle MTZ (AAA)$
 $\frac{4}{9} = \frac{10}{y} = \frac{x}{2x+3} \Rightarrow y=22.5$
 $x=12$
 $x+y=34.5$

- 10) MTZ ve MZG birer üçgendir. $[FD] \parallel [TZ]$, $[LF] \parallel [MG]$ dir. Verilen uzunluklara göre x kaçtır?

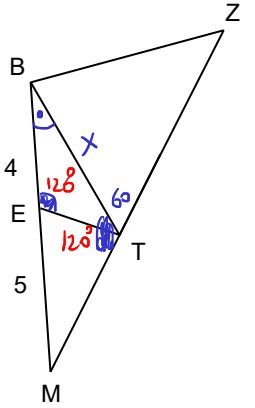


$\triangle MDF \sim \triangle MTZ (AAA)$
 $\triangle FLZ \sim \triangle MZG (AAA)$
 $\frac{6}{10} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = \frac{200}{6} = \frac{100}{3}$

- 11) MTR bir üçgendir. $KBR \sim ZKT$
 $m(\hat{RBK})=43^\circ$,
 $m(\hat{ZKB})=100^\circ$ ise
 $m(\hat{M})$ kaç derecedir?

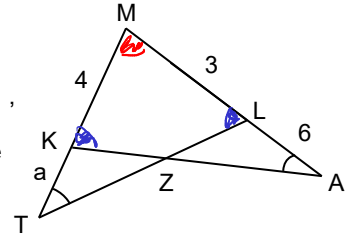


- 12) TBZ bir eşkenar üçgendir. $m(\hat{BET})=120^\circ$, $|EB|=4br$, $|EM|=5br$, M,T ve Z doğrusal noktalar olduğuna göre eşkenar üçgenin bir kenarı kaç birimdir?



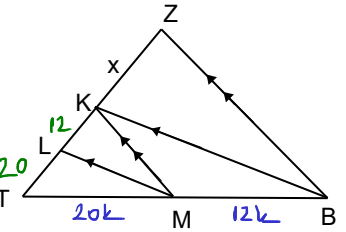
$\triangle BET \sim \triangle BTM (AAA)$
 $\frac{x}{9} = \frac{4}{x} \Rightarrow x=6$

- 13) MTL, MKA birer üçgendir. $m(\hat{MAK})=m(\hat{MTL})$, verilen uzunluklara göre a kaçtır?



$\triangle MTL \sim \triangle MAK$
 $\frac{3}{4} = \frac{a+4}{9} \Rightarrow a = \frac{27}{4} - 4 = \frac{11}{4}$

- 14) BTZ bir üçgendir. Şekilde $[LM] \parallel [KB]$, $[KM] \parallel [ZB]$ dir. $|TL|=20br$ ve $|LK|=12br$ ise x kaçtır?

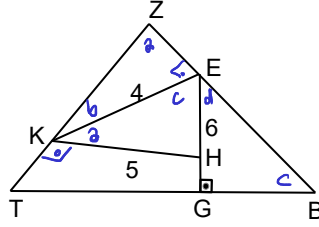


$\triangle TLM \sim \triangle TKB$
 $\triangle TLM \sim \triangle TEB \rightarrow \frac{20k}{12k} = \frac{32}{x}$ (tenel oranlı)
 benzerlik

$\frac{20}{12} = \frac{32}{x} \Rightarrow x = \frac{32 \cdot 12}{20} = \frac{96}{5}$

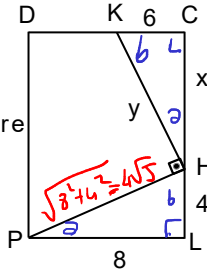
DEĞERLENDİRME - 2

1. ZTB bir üçgen dir. $[EG] \perp [TB]$, $[KE] \perp [ZB]$, $[ZT] \perp [KH]$, $|KH|=5br$, $|EH|=4br$, ve $\angle(TZB)=60$ br ise $|BT|$ kaç birimdir?



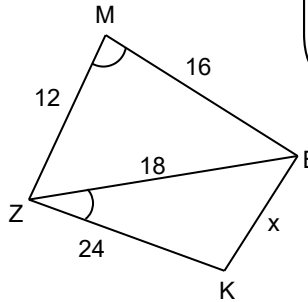
$\triangle KEH \sim \triangle BT$
 $\angle(TZB)=60$
 $\angle(KEH)=15$
 $|BT|=4 \cdot 6 = 24$ (benzerlik 1=4)

2. PLCD bir dikdörtgendir. $[PH] \perp [KH]$. Verilen uzunluklara göre x.y kaçtır?



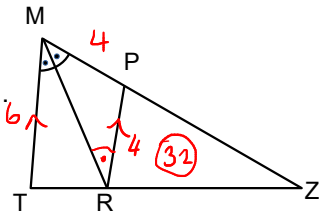
$\triangle CKH \sim \triangle HLP$ (A.A.A)
 $\frac{x}{8} = \frac{y}{4\sqrt{5}} = \frac{6}{4} \Rightarrow x=12$
 $y=6\sqrt{5}$
 $x \cdot y = 72\sqrt{5}$

3. MBZ ve BZK birer üçgendir. $m(\widehat{ZMB})=m(\widehat{BZK})$, verilen uzunluklara göre x kaç birimdir?



$\triangle ZMB \sim \triangle BZK$ (K.A.K)
 $\frac{12}{18} = \frac{16}{24} = \frac{x}{18} \Rightarrow x=27$

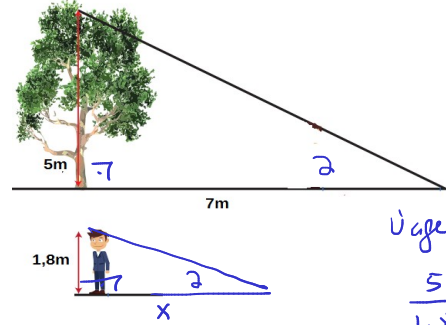
4. MTZ bir üçgendir. $[RP] \parallel [TM]$ dir. $|PM|=2$, $|MT|=12br$. $A(PRZ)=32$ br ise $A(MTZ)$ kaç birim karedir?



$\triangle PRZ \sim \triangle MTZ$ benzerlik oranı $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$k = \frac{A(PRZ)}{A(MTZ)} = \frac{16}{36} \rightarrow 32$
 $A(MTZ) = 72$

5. güneşten gelen açılar paralel kabul edilirse üçgenler benzerdir

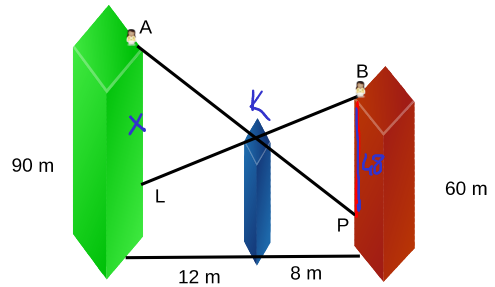


Üçgenler benzerdir.
 $\frac{5}{1.8} = \frac{7}{x}$

Günün belli bir anında boyu 5m olan bir ağacın gölgesi 7m olmaktadır. Buna göre aynı anda boyu 1,8 m olan kişinin gölgesinin uzunluğu kaç cm dir?

$x = \frac{12.6}{5} = \frac{126}{50} = \frac{63}{25} m = 252cm$

- 6.



Şekilde yeşil renkli binanın yüksekliği 90 metre, bordo renkli binanın yüksekliği 60 metredir. A noktasından bakan bir göz, aradaki mavi bina sebebiyle bordo renkli binanın yüzde 80 ini görebiliyor. Buna göre, B noktasından bakan bir göz yeşil binanın kaç metresini görebilir?

$\frac{60 \cdot 80}{100} = 48$ $\triangle AKL \sim \triangle PKB$ (AAA)

$\frac{48}{x} = \frac{8}{12} \Rightarrow x = 72m$

benzerlik oranı benzer üçgenlerde orantılı kenarların yükseklikleri oranı olarak alınabilir