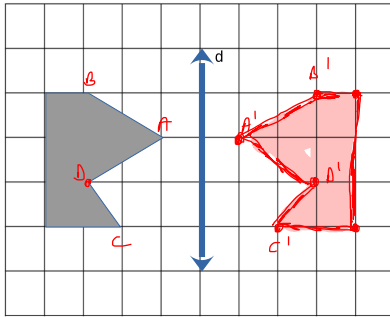


## DÖNÜŞÜMLER

Düzlemde bir şekli geometrik dönüşümler dediğimiz hareketler ile başka bir yere taşıyabiliriz. Bu dönüşümler sayesinde şekli oluşturan noktalar düzlemdeki başka noktalara bire bir eşlendiğinden o şekle eş yeni şekiller elde ederiz. Kullandığımız geometrik dönüşümler; yansıma, öteleme ve dönme dönüşümleridir

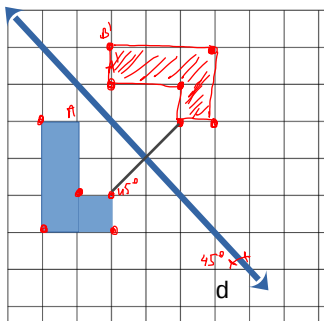
**1.Yansıma Dönüşümü:** Bu dönüşümde görüntü şekil üzerindeki noktaların verilen doğruya göre simetriği olan noktalar belirlenerek oluşturulur.

## Örnek...1 :



Şekildeki çokgenin d doğrusuna göre yansıması alınıyor. Buna göre oluşan şekli çiziniz.

## Örnek...2 :

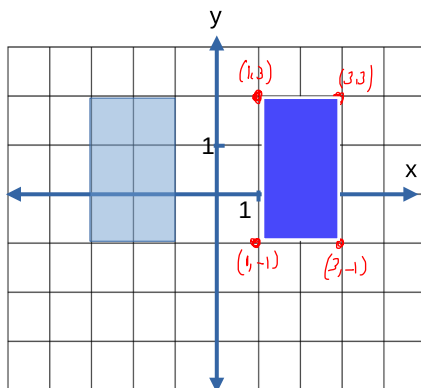


Şekildeki bölgenin d doğrusuna göre yansımasını çiziniz.

d doğrusunun birim kenarlık 45° yaptığına dikkat ediniz

## Örnek...3 :

Şekildeki ABCD dikdörtgeninin y eksenine göre simetriği alınıyor. Buna göre oluşan şeklin koordinatları toplamı kaçtır?

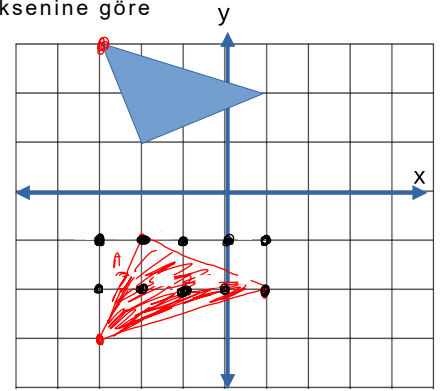


$$4 + 6 + 2 + 0 = 12$$

## Örnek...4 :

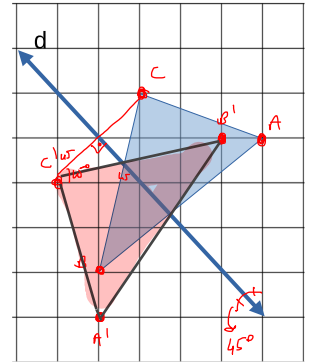
Şekildeki üçgen x eksenine göre simetrik alınırsa hangi noktalar üçgensel bölgede (üzerinde veya içinde) olur?

5 nokta

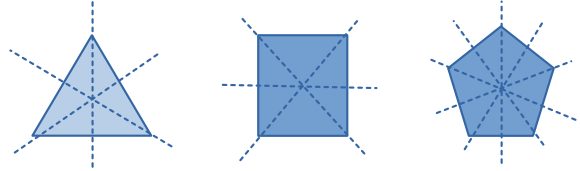


## Örnek...5 :

ABC üçgensel bölgesinin d doğrusuna göre yansımasını alınız.



**Simetri Eksenini:** Üzerine çizilen bir doğruya göre simetrik olan şekillerin simetri eksenini vardır. Düzgün çokgenlerde köşe sayısı kadar simetri eksenini vardır.



Özetlersek:

– Geometrik dönüşümler, düzlemdeki tüm noktaları yine düzlemdeki tüm noktalara bire bir eşler.

– Geometrik dönüşümler, uzaklıkları koruduğundan açıları da korur. Bu nedenle bir şekil ile şeklin dönüşümler altındaki görüntüleri eştir.

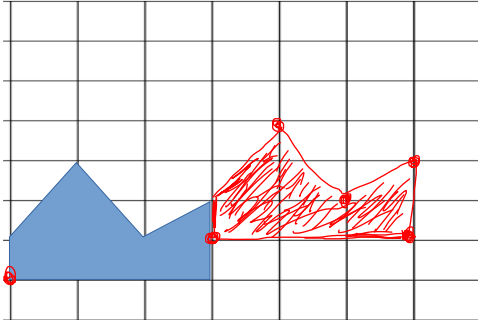
– Şeklin kenar uzunlukları ile bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün kenar uzunlukları eşittir.

– Yansıma dönüşümü, noktalar arası uzaklıkları korur.

**2 Öteleme dönüşümü:** Bu dönüşüm altındaki görüntü, şekil üzerindeki tüm noktaların verilen yön ve uzaklıkta ilerletilmesiyle oluşturulur.

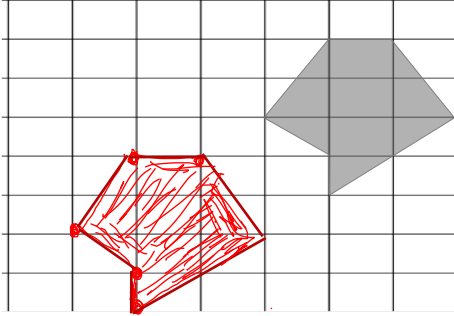
- Şeklin kenar uzunlukları ile öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünün kenar uzunlukları eşittir.
- Öteleme dönüşümü, noktalar arası uzaklıkları korur.

### Örnek...6 :



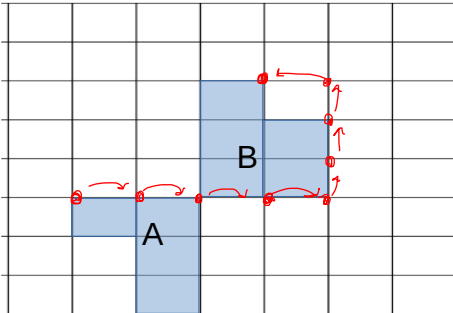
Şeklin 1 birim yukarı 3 birim sağa ötelenmişini çiziniz.

### Örnek...7 :



Şeklin 3 birim aşağı 3 birim sola ötelenmişini çiziniz.

### Örnek...8 :



Yandaki birim kareli zeminde verilen A şekli dört ana yönde ötelenerek B şekli ile birleştirilip bir kare

elde edilecektir. Öteleme sırasında şekiller kenarları hariç üst üste gelemediğine göre, A şeklinin en az kaç birim ötelenmesi gerektiğini bulunuz.

*e<sub>1</sub> = 8 birim ötelenmeli*

### Örnek...9 :

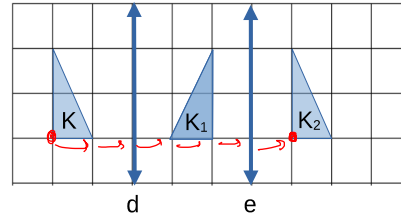
Aşağıdaki noktalara verilen ötelemeleri uygulayarak elde edilen noktaları yazınız.

Nokta	Öteleme Biçimi	Elde edilen Nokta
(-3,4)	2 birim sola 3 birim yukarı	(-5,7)
(0,1)	2 birim sağa 3 birim aşağı	(2,-2)
(4,-2)	5 birim sağa 4 birim yukarı	(9,2)

### YANSIMA VE ÖTELEME DÖNÜŞÜMLERİ ARASI İLİŞKİ

Düzlemde bir şekle paralel doğrulara göre sırasıyla iki kez yansımaya dönüşümü uygulandığında şekil, doğrular arasındaki uzaklığın iki katı kadar uzaklığa ötelenmiş olur. Şeklin elde edilen son görüntüsü, ilk şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsüdür.

### Örnek...10 :



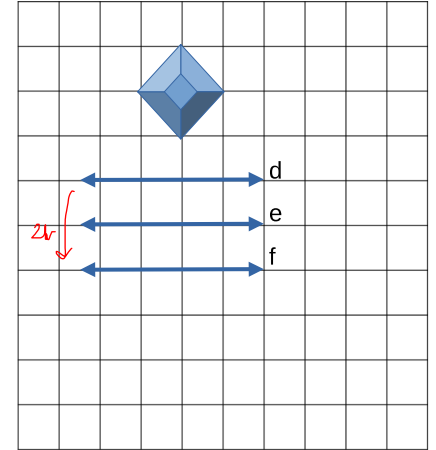
Yandaki şekilde önce d doğrusuna sonra e doğrusuna göre yansımaya dönüşümü uygulanarak elde edilen şekil ile ilk şekli karşılaştırınız.

*K şekli d ve doğruların arasındaki uzaklığın 2 katı kadar ötelenmiştir.*

### Örnek...11 :

Verilen şekil sırasıyla hangi doğrulara göre yansımaları alınırsa 4 birim ötelenmiş olur

*d ve f doğruları aynı mesafeye 2 bir olduğundan d ve e'ye göre yansımalar ile 4 birim ötelenir.*



Bir şekle kesik iki doğruya göre sırasıyla iki kez yansımaya dönüşümü uygulandığında şekil üzerindeki noktalar ile bu noktaların görüntülerinin birbirine uzaklıkları farklı olur. (Elde edilen dönüşüm dönme dönüşümü olacaktır.)

**3. Dönme dönüşümü:** Düzlemde verilen şekle ait noktaların belirli bir nokta etrafında belirli bir açıyla ve belirli bir yönde döndürülerek oluşturduğu dönüşüme dönme dönüşümü denir. Belirli nokta dönme merkezi; belirli açı ölçüsü değeri ise dönme açısı olarak adlandırılır.

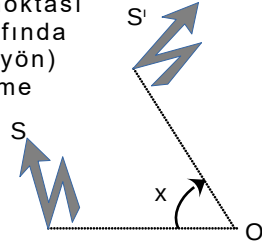
– Dönme dönüşümünün bileşenleri, dönme merkezi ve dönme açısıdır

– Dönme dönüşümü, düzlemdeki tüm noktaları dönme merkezi ve dönme açısı yardımıyla belirli bir yönde hareket ettirerek yine düzlemdeki tüm noktalara dönüştüren bir dönüşümdür.

– Bir şekle dönme dönüşümü uygulandığında şekil üzerindeki herhangi bir nokta ile bu noktanın görüntüsünün dönme merkezine uzaklıkları birbirine eşit olur.

– Bir şekle dönme dönüşümü uygulanırsa elde edilecek şekil ilk şekille eşittir.

Yandaki S şeklinin O noktası (dönme merkezi) etrafında saat yönünde (belirli yön)  $x^\circ$  (dönme açısı) dönme dönüşümü  $S'$  şeklidir. S ve  $S'$  eş şekillerdir. Dönme dönüşümünde pozitif ve negatif yön vardır.

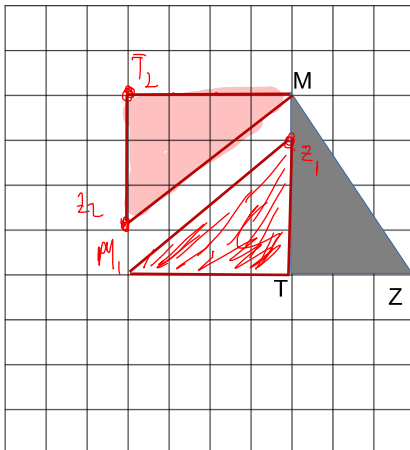


– Saat yönünde dönme negatif yönde dönme, saat yönünün tersine dönme pozitif yönde dönme olarak kabul edilmiştir.

### Örnek...12 :

Şekildeki MTZ dik üçgenine

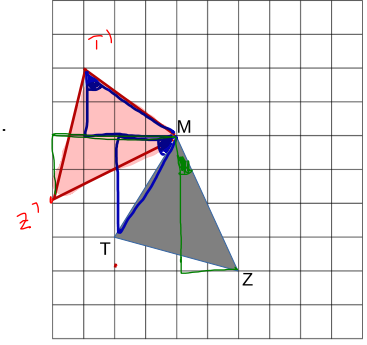
- T noktası etrafında pozitif yönde  $90^\circ$
- M noktası etrafında negatif yönde  $90^\circ$  dönme dönüşümü uygulayınız.



### Örnek...13 :

Şekildeki birim kareli zeminde verilen üçgenin, M noktası etrafında saatin tersi yönde  $270^\circ$  dönme dönüşümünü bulunuz.

$$\curvearrowright 270^\circ \cong \curvearrowleft 90^\circ$$

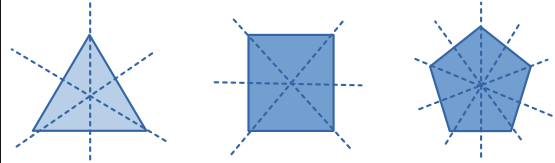


### Uyarı 1

Birden fazla simetri eksenine sahip şekiller, simetri eksenlerinin kesişim noktası etrafında belli açılar kadar

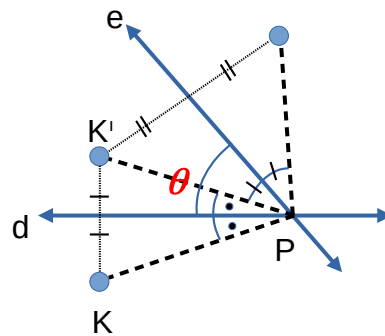
$$\left( n\text{kenarlı düzgün çokgende } \frac{360}{n} \right)$$

döndürüldüğünde kendisi ile çakışır. Şekilleri inceleyiniz.



Kare merkezi etrafında  $90^\circ$ , eşkenar üçgen merkezi etrafında  $120^\circ$  ve düzgün beşgen merkezi etrafında  $72^\circ$  döndürüldüğünde kendisi ile çakışır.

### Uyarı 2



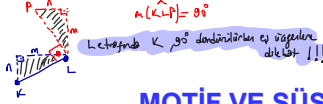
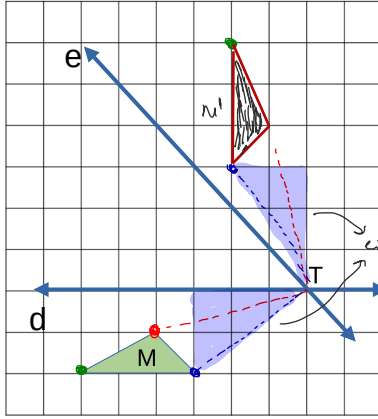
Bir şeklin kesişen iki doğruya göre sırasıyla iki kez yansıma dönüşümü, bu şeklin doğrular arasındaki açının iki katı kadar dönme dönüşümüdür.

Yukarıdaki şekilde, aralarında  $\theta$  derece açı bulunan ve P noktasında kesişen d ve e doğruları verilmiştir. K noktasının sırasıyla d ve e doğrularına göre yansıması, K noktasının P noktası etrafında  $2\theta$  derece dönme dönüşümüdür.

## Örnek...14 :

Şekildeki birim kareli zeminde verilen M önce d sonra e doğrularına göre yansımasını alınız

diğer doğruların oranı 45° olduğundan, şekli 90° negatif (saat yönünde) tetrafubunda döndürülmüştür.



## MOTİF VE SÜSLEMELER

Düzlemde dönüşümler kullanılarak motif ve süslemeler elde edilebilir.

## a. Şerit Süslemeleri

Başlangıç şekli olarak bir şekil tasarlanır, başlangıç şekline çeşitli dönüşümler uygulanıp bir motif elde edilir. Bu motifin eşit aralıklar ile ötelenmesiyle şerit süslemeleri oluşturulabilir.

Başlangıç Şekli	Motif	Süsleme

## Örnek...15 :

Soldaki başlangıç şekline uygulanan

dönüşümler ve elde edilen motifler ve süslemeler verilmiştir inceleyiniz.

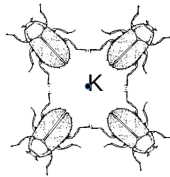
Dönüşüm	Motif	Süsleme
Öteleme		
180°		
Yatay eksende yansıma		

## b. Dönme Dönüşümü ile Süsleme

Başlangıç olarak bir şekil tasarlanır. Yanda birim kareli zemine çizilen şeklin dikey yansıması alınmış ve bir başlangıç şekli elde edilmiştir.

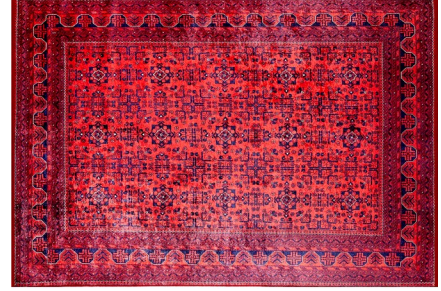


Başlangıç şekline, dönme merkezi olarak seçilen bir nokta etrafında belli açı ile dönme dönüşüm uygulanır ve aynı dönüşüm tekrarlanıp süsleme elde edilir. Başlangıç şeklinin K noktası etrafında 90° dönme dönüşümleri ile bir süsleme oluşturulmuştur



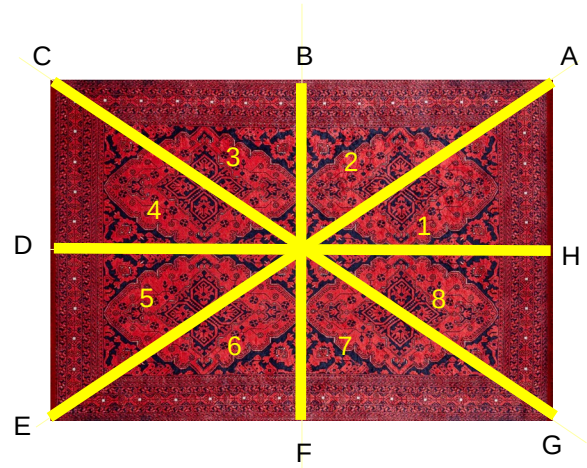
## Örnek...16 :

Geleneksel halı ve kilimlerde geometrik dönüşümler kullanılmıştır. İnceleyiniz.



## Örnek...17 :

Aşağıda şekilde motif ve süslemeler kullanılan dikdörtgen biçimli bir halı görseli verilmiştir. Şekilde bazı motif ve süslemeler için yansıma dönüşümü yine şekilde verilen doğruların bazılarına göre yapılmıştır. Şekil doğrular ile 8 bölgeye ayrılmıştır.



Buna göre, önermelerin hangileri doğrudur?

i) 1 no lu bölge , 4 no lu bölgenin BF doğrusuna göre yansıması ile elde edilebilir ✓

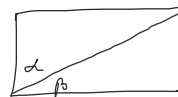
ii) 1 no lu bölgenin DH doğruna göre yansıması 8 no lu bölgedir ✓

iii) Şekil CG doğrusuna göre simetriktir. ✗

iv) Şekilde çizilmiş doğrulardan ikisi simetri eksenidir. ✓ (BF, DH simetri eksenleridir.)

v) 4 no lu bölgenin DH doğruna göre yansıması ile 8 no lu bölgenin BF doğrusuna göre yansıması aynıdır. ✓

Şekil dikdörtgen olduğundan köşegenlere göre simetrik değildir.



$\alpha \neq \beta$  ! (dikdörtgen de)

$\alpha = \beta = 45^\circ$  (sadece kare için)