

**KÖKLÜ SAYILAR**

$n$  birden büyük bir doğal sayı ve  $a$  bir reel sayı olmak üzere  $a^n = b$  ifadesinde  $a$  ya  $b$  nin  $n$ . kuvvetten kökü denir. Yani

$$a^n = b \Rightarrow a = \sqrt[n]{b} \text{ veya özel olarak}$$

$$a^2 = b \Rightarrow a = \sqrt{b} \text{ } a, b \text{ nin kareköküne eşittir. (2.kuvvetten kökü)}$$

$$a^3 = b \Rightarrow a = \sqrt[3]{b} \text{ } a, b \text{ nin küp köküne eşittir. (3.kuvvetten kökü)}$$

$$a^4 = b \Rightarrow a = \sqrt[4]{b} \text{ } a \text{ ya, } b \text{ nin 4.kuvvetten kökü denir.}$$

**UYARI:**

Her köklü ifade reel sayı belirtmez; kök derecesi çiftken kök içi negatif olursa ifade reel sayı değildir. Yani

$$\sqrt[4]{-3} \notin \mathbb{R} \text{ ama } \sqrt[13]{-3} \in \mathbb{R}$$

**Örnek...1 :**

$\sqrt[4]{x-3}$  ifadesinin reel sayı belirtmesi için  $x$  kaç olmalıdır?

**Örnek...2 :**

$\sqrt[12]{8-x} + \sqrt[4]{x-2} - \sqrt[177]{x-5}$  ifadesinin reel sayı belirtmesi için  $x$  kaç olmalıdır?

**Örnek...3 :**

$\sqrt[102]{12-|8-2x|}$  ifadesinin reel sayı belirtmesi için  $x$  hangi aralıkta olmalıdır?

**KÖKLÜ İŞLEMLERİN ÖZELLİKLERİ**  
**ÖZELLİK 1**

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|, n \in \mathbb{Z}^+ \quad \sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a, n \in \mathbb{Z}^+$$

**Örnek...4 :**

$$\sqrt[5]{(-2)^5} + \sqrt[4]{(-2)^4} - \sqrt[3]{(-27)} = ?$$

**Örnek...5 :**

$$\sqrt{25} + \sqrt{49} + \sqrt{121} - \sqrt{(-8)^2} = ?$$

**Örnek...6 :**

$$\sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)^3} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = ?$$

**Örnek...7 :**

$$\sqrt{\frac{1}{64} + \frac{1}{25} - \frac{1}{20}} = ?$$

**Örnek...8 :**

$$\sqrt[4]{(\sqrt{2}-5)^4} - \sqrt[6]{(5-\sqrt{2})^6} = ?$$

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 9

### KÖKLÜ İFADELER

#### Örnek...9 :

$x > y > 0 > z$  ise

$$\sqrt[40]{(z-x)^{40}} - \sqrt[5]{(z-y)^5} + 2z - y$$

ifadesinin eşitini bulunuz?

#### Örnek...10 :

$$\sqrt{967.969+1} = ?$$

#### ÖZELLİK 2

$n$ , 1 den büyük bir tamsayı ve  $a \geq 0$  ise

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

#### Örnek...11 :

Rasyonel kuvvet olarak yazınız.

$$\sqrt{5}$$

$$\sqrt[3]{8}$$

$$\sqrt[7]{6}$$

#### Örnek...12 :

$$\sqrt[3]{32 \cdot 8^5 \cdot 16^3} = 256 \text{ eşitliğine göre, } x \text{ kaçtır?}$$

#### Örnek...13 :

$$\sqrt[3]{(2)^{x+2}} = \sqrt[5]{(4)^{7-2x}} \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

#### ÖZELLİK 3

$a > 0$  ve  $k > 0$  olmak üzere,

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[k]{a^{\frac{m}{n}}}$$

Yani kök dereceleri uygun koşullarda sadeleştirilebilir ve ya genişletilebilir

#### Örnek...14 :

$$x = \sqrt{5}, y = \sqrt[3]{120} \text{ sayılarını sıralayınız}$$

#### ÖZELLİK 4

$$x \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a \cdot x^n}$$

#### Örnek...15 :

$$a = 3\sqrt{5}, b = 5\sqrt{2} \text{ sayılarını sıralayınız.}$$

#### ÖZELLİK 5 (TOPLAMA VE ÇIKARMA)

$$x \cdot \sqrt[n]{a} + y \cdot \sqrt[n]{a} - z \cdot \sqrt[n]{a} = (x + y - z) \sqrt[n]{a}$$

#### Örnek...16 :

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{128} - 2\sqrt{32} = ?$$

#### Örnek...17 :

$$\sqrt{28} - 3\sqrt{63} - 6\sqrt{112} = ?$$

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 9

### KÖKLÜ İFADELER

#### Örnek...18 :

$$3\sqrt{80}-6\sqrt{20}+2\sqrt{45}=?$$

#### ÖZELLİK 6 (ÇARPMA)

$$(m \cdot \sqrt[n]{a}) \cdot (p \cdot \sqrt[n]{b}) \cdot \sqrt[n]{c} = m \cdot p \cdot \sqrt[n]{abc}$$

#### Örnek...19 :

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}=?$$

#### Örnek...20 :

$$3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}=?$$

#### Örnek...21 :

$$(\sqrt{6}-1) \cdot (\sqrt{6}+1)=?$$

#### Örnek...22 :

$$(\sqrt{6}-2)^2=?$$

#### ÖZELLİK 7 (BÖLME)

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

#### Örnek...23 :

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}=?$$

#### Örnek...24 :

$$\frac{\sqrt{0,63}}{\sqrt{0,07}}=?$$

#### Örnek...25 :

$$\frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{2}}=?$$

#### Örnek...26 :

$$\sqrt[4]{2} \cdot \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[6]{2}}=?$$

#### Örnek...27 :

$$\frac{(\sqrt{4,4}+\sqrt{9,9})}{\sqrt{0,1}}=?$$

#### Örnek...28 :

$$\frac{(\sqrt{1,47}+\sqrt{0,75})}{\sqrt{75}}=?$$

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 9

### KÖKLÜ İFADELER

#### Örnek...29 :

$$\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{10+\sqrt{15}}}{\sqrt{8+\sqrt{12}}}=?$$

#### Örnek...30 :

$$a=\sqrt{3}-1, b=\sqrt{3}+1 \text{ ise } \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=?$$

#### ÖZELLİK 8 (İÇ İÇE KÖK DURUMU)

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}} = \sqrt[m \cdot n \cdot p]{x}$$

$$\sqrt[m]{x \cdot \sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a \cdot x^n}$$

#### Örnek...31 :

$$\sqrt[5]{1024}=?$$

#### Örnek...32 :

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{8}} = \sqrt{x} \text{ ise } x+y \text{ toplamı en az kaçtır?}$$

(x ve y sayma sayılarıdır)

#### Örnek...33 :

$$\sqrt[3]{4 \sqrt[5]{32}}=?$$

#### Örnek...34 :

$$\sqrt[3]{4 \sqrt{x}} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{2} \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

#### Örnek...35 :

$$0 < x < 2 \text{ olduğuna göre } \sqrt{x^2+x+3} - \sqrt{x^2-4x+4}$$

ifadesinin eşiti nedir?

#### ÖZELLİK 9

$$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y} \quad (x > y)$$

↓        ↓  
x+y    x.y

#### Örnek...36 :

$$\sqrt{8+2\sqrt{7}} - \sqrt{8-2\sqrt{7}}=?$$

#### Örnek...37 :

$$\sqrt{12+4\sqrt{5}}=?$$

#### Örnek...38 :

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}=?$$

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 9

### KÖKLÜ İFADELER

**Örnek...39 :**

$$\sqrt{5+\sqrt{21}}-\sqrt{5-\sqrt{21}}=?$$

**Örnek...40 :**

$$\sqrt[4]{17+12\sqrt{2}}=?$$

#### ÖZELLİK 10 (PAYDANIN RASYONEL YAPILMASI)

$$i) \frac{K}{\sqrt{a}} = \frac{K}{\sqrt{a}} = \frac{K(\sqrt{a})}{a}$$

**Örnek...41 :**

$$\frac{8}{\sqrt{2}}=?$$

**Örnek...42 :**

$$\frac{12}{\sqrt{3}} + \frac{21}{5\sqrt{3}}$$

$$ii) \frac{K}{\sqrt{a+\sqrt{b}}} = \frac{K}{\sqrt{a+\sqrt{b}}} = \frac{K(\sqrt{a-\sqrt{b}})}{a-b}$$

**Örnek...43 :**

$$\frac{24}{\sqrt{5-\sqrt{3}}}=?$$

**Örnek...44 :**

$$\frac{24}{\sqrt{3}} - \frac{12}{\sqrt{3}-1}=?$$

**Örnek...45 :**

$$\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=?$$

**Örnek...46 :**

$a=\sqrt{71}-\sqrt{70}$ ,  $b=\sqrt{67}-\sqrt{66}$   
sayılarını sıralayınız.

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 9

### KÖKLÜ İFADELER

#### DEĞERLENDİRME

1)  $\sqrt[12]{14-2x} + \sqrt[4]{x-7} - 3x + 5$  reel sayısının değeri kaçtır?

2)  $x < 0 < y < z$  veriliyor.  
 $\sqrt[3]{(x-y-z)^3} + \sqrt[4]{(x-y-z)^4} + \sqrt{(x-y)^2}$  ifadesinin eşitini bulunuz?

3)  $\sqrt{169} - \sqrt[8]{(-2)^8} + \sqrt[3]{-64} = ?$

4)  $\sqrt[3]{(2)^{x+2}} = \sqrt[5]{(4)^{7-2x}}$  ise x kaçtır?

5)  $\sqrt{28} - 3\sqrt{63} - 6\sqrt{112} = ?$

6)  $(\sqrt{6}-2)^2 + \frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{2}} = ?$

7)  $\sqrt[4]{17+4\sqrt{18}} = ?$

8)  $\frac{20}{\sqrt{5}} - \frac{12}{\sqrt{5}-1} = ?$

9)  $a_1, a_2, \dots, a_n$  gibi n tane sayının aritmetik ortalaması  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$  geometrik ortalaması  $G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$  olarak tanımlanmıştır.

a) Buna göre 1, 2 ve 4 sayılarının aritmetik ortalaması geometrik ortalamasının kaç katıdır?

b) x ve y negatif olmayan iki sayı olsun. x ve y nin aritmetik ortalaması A.O. ve geometrik ortalaması G.O ise  $G.O \leq A.O$  olduğunu ispatlayınız