

ORAN ORANTI

a sayısının 0 dan farklı olan b sayısına oranı $a:b$ veya $\frac{a}{b}$ olarak gösterilir. İki veya daha fazla oranın eşitlenmesiyle oluşan ifadeye orantı denir. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ifadesine ikili orantı denir. Bir orantı orantı sabitine eşitlenerek $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ biçiminde de yazılabilir.

Örnek...1 :

$$a=3b \text{ ise } \frac{a+4b}{a-2b} = ?$$

Örnek...2 :

$$\frac{a+4b}{a+2b} = \frac{5}{3} \text{ ise } \frac{2a-b}{a+b} = ?$$

UYARI

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

ifadesi $a:c:e=b:d:f$ olarak da yazılabilir.

Örnek...3 :

$$a:5:c=8:b:12 \text{ ise } ab+bc \text{ kaçtır?}$$

ORANTININ ÖZELLİKLERİ

- 1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c$
(içler dışlar çarpımı eşittir)
- 2) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
- 3) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{1}{k}$
- 4) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = k^n$

Örnek...4 :

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} \text{ ve } 3a-4b-2c=-68 \text{ ise } c \text{ kaçtır?}$$

Örnek...5 :

$$\frac{a-1}{2} = \frac{2b+1}{3} = \frac{3c}{4} \text{ ve } a+b-2c=3 \text{ ise } a \text{ kaçtır?}$$

Örnek...6 :

Bir karışımda bulunan a, b ve c maddeleri arasında $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, $\frac{b}{c} = \frac{2}{5}$ ilişkisi olduğu biliniyor. Karışımın toplam ağırlığı 1250 gram ise karışımda kaç gram a maddesi vardır?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 9

ORANTI VE ORTALAMALAR

NOT

- 1) $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ ifadesinde x' e a ile b nin orta orantılısı denir.
- 2) $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ ifadesinde x sayısına a, b ve c nin dördüncü orantılısı denir.

Örnek...7 :

2, 3 ve 12 ile dördüncü orantılı olan sayı a ; 3 ve 12 ile orta orantılı olan negatif reel sayı b ise a-b kaçtır?

$$5) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{m \cdot a + n \cdot c}{m \cdot b + n \cdot d} = k$$

(m ve n sayılarının her ikisi de sıfır olmamak koşuluyla)

$$\text{örneğin } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = k \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{1+3}{2+6} = \frac{1}{2}$$

Örnek...8 :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3}{8} \text{ ise } \frac{b+d}{a+c} = ?$$

Örnek...9 :

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{6a+k \cdot b}{28} \text{ ise } k \text{ kaçtır?}$$

Örnek...10 :

$$x + \frac{7}{a} = 11, \quad a + \frac{7}{x} = 9 \text{ ise } \frac{a}{x} = ?$$

Örnek...11 :

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 3 \text{ ise } \frac{d}{a} = ?$$

Örnek...12 :

$$\frac{x+y}{y} = \frac{y+z}{z} = \frac{z+k}{k} = 1,3 \text{ ise } \frac{x}{k} = ?$$

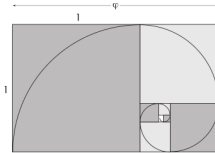
Altın Oran: Uç noktaları A ve B olan bir doğru parçasını üzerindeki P noktasından eşit olamayan iki parçaya bölelim. Eğer parçalardan küçük olanının boyunun büyük olanına oranı ,büyük olanının, tüm çubuğun boyuna oranı eşitse çubuk P noktası tarafından altın oranda bölünmüştür ve eşit olan bu oranlara altın oran denir.

Altın oran ϕ sembolü ile temsil edilir ve $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1,6180339..$ irrasyonel sayıdır.

Altın oran terimleri 1,1,2,3,5,8,13,... şeklinde ilerleyen Fibonacci dizisinin terimleri arasındaki oran olarak da karşımıza çıkar.

Altın dikdörtgen:

Kenarlarının oranı $\frac{1}{\phi}$ olan dikdörtgendir.

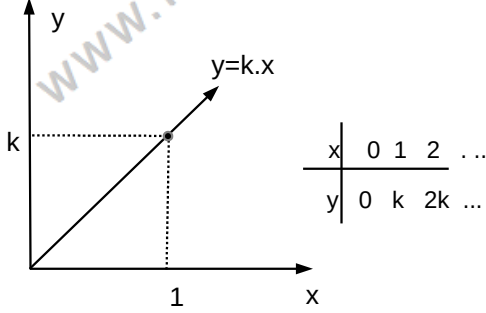


Altın oran doğada da pek çok defa karşımıza çıkmaktadır. Örneğin, omuzdan parmak ucuna olan mesafe ile dirsekten parmak olan mesafenin oranı, arı kovanındaki dişi arı ile erkek arı sayıları arasındaki oran yaklaşık olarak altın orandır.

ORANTI MODELLERİ

1. DOĞRU ORANTI

İki çokluk belirten ifade aynı katlarla artıp aynı katlarla azalıyorsa böyle çokluklar ters orantılıdır denir. Kısaca y , x ile doğru orantılı ise bu ilişkiyi $y=k.x$ ($k>0$) ile modelleriz.



Örnek...13 :

a sayısı b ile doğru orantılı ve $a=8$ için $b=20$ ise $b=25$ için a kaçtır?

Örnek...14 :

$(a-2)$ sayısı $(b+1)$ ile doğru orantılı ve $a=48$ için $b=5$ ise $b=59$ için a kaçtır?

Örnek...15 :

a, b, c sayıları sırasıyla 2, 4 ve 5 ile doğru orantılı ve $4a-3b+2c=60$ ise b kaçtır?

Örnek...16 :

Bir aracın duruş mesafesi, frene basıldığı andaki hızının karesi ile orantılıdır. Bu araç saatte 40 km hızla giderken duruş mesafesi 5 metre olduğuna göre, saatte 80 km hızla giderken duruş mesafesi kaç metre olur?

Örnek...17 :

Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısı 1,8 erkek öğrencilerin sayısı ise 1,5 ile doğru orantılıdır. Sınıf mevcudu en az kaçtır?

Örnek...18 :

Eş güçteki 20 işçi 300 m² duvar örebiliyor. Buna göre aynı güçteki 30 işçi aynı sürede kaç m² duvar örer?

Örnek...19 :

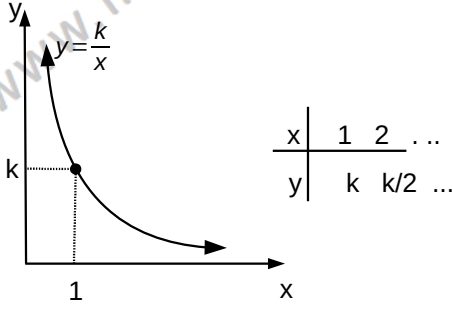
Bir usta 6 günde 7 sandalye ,bir çırak 9 günde 5 sandalye yapabilmektedir. Beraber 217 sandalyeyi kaç günde yaparlar?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 9

ORANTI VE ORTALAMALAR

2. TERS ORANTI

iki çokluktan biri büyürken diğeri aynı oranda küçülüyorsa bu çokluklar ters orantılıdır denir. Kısaca y , x ile ters orantılı ise bu ilişkiyi $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) ile modelleriz.



Örnek...20 :

a sayısı ile b ters orantılı ve $a=8$ için $b=20$ ise $b=24$ için a kaçtır?

Örnek...21 :

$(x+4)$ sayısı $(y-2)$ ile ters orantılıdır. $x=1$ için $y=10$ ise $y=3$ için x kaçtır?

Örnek...22 :

a , b , c sayıları sırasıyla 2, 4 ve 5 ile ters orantılı ve $4a-3b+2c-4=260$ ise c kaçtır?

Örnek...23 :

Eş güçteki 20 işçi bir işi 30 günde bitirebiliyor. Buna göre aynı güçteki 25 işçi kaç günde işi bitirir

Örnek...24 :

30 kişilik bir topluluğa 20 gün yetecek kadar yemek vardır. 5 gün sonra kaç kişi bu topluluktan ayrılmalıdır ki kalan yemek kalan kişilere 30 gün yetsin?

3. BİLEŞİK ORANTI

İçinde üç veya daha fazla oran bulunduran orantılara bileşik orantı denir. Kısaca y , x ile doğru, z ile ters orantılı ise bu ilişkiyi $y = \frac{k \cdot x}{z}$ ($k > 0$) ile modelleriz.

Örnek...25 :

a sayısı ile b sayısı doğru, c ters orantılıdır. $a=12$ için $b=16$ ve $c=20$ ise $c=12$ ve $b=10$ için a kaçtır?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 9

ORANTI VE ORTALAMALAR

Örnek...26 :

$(x+3)$ sayısı ile $(y+2)$ sayısı doğru, $(z-4)$ ile ters orantılıdır. $x=17$ için $z=9$ ve $y=8$ ise $z=12$ ve $y=10$ için x kaçtır?

Örnek...27 :

225 TL 3 ve 4 ile doğru 2 ile ters orantılı parçalanırsa en büyük parça kaç TL olur?

Örnek...28 :

Eşit kapasiteli 9 işçi 15 m² halıyı 6 saatte dokuyabiliyorsa aynı kapasitedeki kaç işçi 30 m² halıyı 12 saatte dokur?

Örnek...29 :

Eşit kapasiteli 8 işçi 32 parça işi günde 16 saat çalışarak 18 günde yapabiliyorsa 12 işçi 8 parça işi günde 4 saat çalışarak kaç günde bitirir?

Örnek...30 :

Bir yarışta sabit hızlarla yarışan 3 kişiden A yarışı bitirdiğinde B nin 50 metre C nin ise 60 metre yolu vardır. B yarışı bitirdiğinde ise C nin yarışı bitirmesine 12 metre yolu kaldığına göre pist kaç metredir?

Örnek...31 :

Birbirine bağlı üç çarktan birincisi 12 kere döndüğünde ikinci 9 üçüncüsü ise 15 dönüş yapmaktadır. Bu çarklardaki toplam diş sayısı 2820 ise en küçük çarkın diş sayısı nedir?

Örnek...32 :

Bir işi Hakan 12 günde, Onur 24 günde bitiriyor. Buna göre, beraber 3 günde bu işin ne kadarını bitirebilirler?

Örnek...33 :

Bir işi birinci işçi 48 günde, ikinci işçi 16 ve üçüncü işçi ise işin $\frac{1}{4}$ ini 6 günde bitiriyor. Buna göre beraber bu işin yarısını kaç günde bitirirler?

Örnek...34 :

Bir havuzu birinci musluk 45 dakikada ikinci musluk ise 30 dakikada dolduruyor. Musluklar beraber açıldıktan kaç saat sonra havuz dolar?

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 9

ORANTI VE ORTALAMALAR

DEĞERLENDİRME

- 1) $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ ise $\frac{a-b}{a+b} = ?$
- 2) Bir okulda gözlüklü öğrencilerin gözlüksüz öğrencilere oranı $\frac{3}{8}$ dir. Gözlüklü öğrenci sayısının 150 den fazla olduğu biliniyorsa okul mevcudu en az kaçtır?
- 3) a, b, c pozitif sayılar $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ ve $a^2+b^2+c^2=8000$ ise b kaçtır?
- 4) $\frac{3}{a \cdot b} = \frac{4}{b \cdot c} = \frac{5}{a \cdot c}$ ve $b+c-2a=24$ ise c kaçtır?
- 5) 560 TL yaşları 5, ve 9 olan kardeşlere yaşlarıyla doğru orantılı olarak paylaştırılırsa fark ne kadar olur?
- 6) 328 TL yaşları 2,3 ve 7 olan üç çocuğa yaşlarıyla ters orantılı bölüştürülürse en çok alan kaç TL alır?
- 7) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{y} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ olduğuna göre $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ kaçtır?
- 8) $\frac{p \cdot a \cdot b}{a+b} = \frac{q \cdot b \cdot c}{c+b} = \frac{r \cdot a \cdot c}{a+c} = \frac{5}{6}$ ve $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 8$ olduğuna göre $p+q+r$ kaçtır?
- 9) Bir işi 60 günde yapan Kerem'in hızını dört kat arttır, iş ise üç katına çıkarsa işin bitiş süresi kaç gün olur?
- 10) Bir usta 5 saatte 7 m^2 , çırağı ise 7 satte 5 m^2 duvar boyuyabiliyor. Beraber 222 m^2 duvar boyadıklarında çirak kaç m^2 duvar boyamıştır?