

## ÜSLÜ İFADELER

a bir reel sayı ve n bir doğal sayı olmak üzere, n tane a 'nın çarpımına a'nın n. kuvveti denir ve  $a^n$  olarak ifade edilir.  
 $a^n = b$  üslü ifadesinde a ya **taban**, n ye **üs**, b ye ise üslü ifadenin değeri denir.

Örneğin;  $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$  dir.

### Örnek...1 :

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 + 2 + 2 + 2$  işleminin sonucu kaçtır?

## ÜSLÜ İŞLEMLERİN ÖZELLİKLERİ

1)  $a \neq 0$  için  $a^0 = 1$  dir.  
 Her a reel sayısı için  $a^1 = a$  dır.  
 $x \neq 0$  için  $0^x = 0$  dır.  
 $0^0$  ifadesi **tanımsızdır**.

### UYARI

$(-5)^2 = 25$  iken  $-5^2 = -25$  tir.  
 $a < 0$  için  $a^{\text{ÇİFT}} > 0$  olur. {  $(-5)^2 = 25$  gibi }  
 $a < 0$  için  $a^{\text{TEK}} < 0$  olur. {  $(-5)^3 = -125$  gibi }

### Örnek...2 :

$(-2)^3 + 4^2 - (-3)^2 + 1^{1234} - 0^{567} = ?$

## NEGATİF KUVVET (ÜS)

2)  $(a)^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$  veya  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$  dir.

Örneğin;  $(5)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

### Örnek...3 :

$(-5)^2 - 7^2 - 36 \cdot (-3)^{-2} + 12^0 - (-4)^3 = ?$

### Örnek...4 :

$\frac{1^{100} + 1^{101} + \dots + 1^{125}}{(-1^{-67}) + (-1^{-66}) + \dots + (-1^{-42})} = ?$

## ÇARPMA BÖLME İŞLEMİ

3)  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

4)  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

5)  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

6)  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

### Örnek...5 :

$x = -2$  ve  $y = 3$  olmak üzere  $x^y - y^x - x : y = ?$

### Örnek...6 :

m ve k tamsayılar ve k'nın en büyük değeri için ,  $(-x)^3 \cdot (-x)^{-8} \cdot (x^2)^3 = m \cdot x^k$  ise  $m+k$  kaçtır?

### Örnek...7 :

$\frac{\overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}^{8 \text{ tane}}}{\underbrace{3+3+3+\dots+3}_{2187 \text{ tane}}}$  ifadesinin eşiti nedir?

### Örnek...8 :

$\frac{0,0006^3}{0,00002^4}$  sayısı kaç basamaklıdır?

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 8

### ÜSLÜ İFADELER

#### TOPLAMA ÇIKARMA İŞLEMİ

$$7) k \cdot a^n + m \cdot a^n - n \cdot a^n = a^n(k+m-n)$$

#### Örnek...9 :

$$6 \cdot 2^{x-3} + 3 \cdot 2^{x-2} - 2^x = 512 \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

#### KUVVETİN KUVVETİ

$$8) (a^n)^m = a^{n \cdot m} \text{ dir.}$$

$$\text{⚠ : } (a^n)^m \neq a^{(n^m)} \neq a^{n^m} \text{ (genellikle)}$$

#### Örnek...10 :

$$(3^2)^3 + 3^{(2^3)} \text{ toplamının eşiti kaçtır?}$$

#### Örnek...11 :

$$(2^{-2})^{-3} + 7^0 + 1^{-1000} = ?$$

#### Örnek...12 :

$$128^8 \text{ sayısının yarısı kaçtır?}$$

#### Örnek...13 :

$$\frac{0,09^{-2,5}}{0,81^{-4}} = ?$$

#### Örnek...14 :

$$32^{34} \cdot 25^{87} \text{ sayısı kaç basamaklıdır?}$$

#### Örnek...15 :

$$4 \cdot x^{12 \cdot y} + 5 \cdot (x^3)^4 \cdot y - 7(x^2)^6 \cdot y = m \cdot x^n \cdot y$$

olduğuna göre, m.n çarpımı kaçtır?

#### Örnek...16 :

$$5^x = p \text{ ise } 5^{2x+3} \text{ sayısının } p \text{ türünden eşiti nedir?}$$

#### Örnek...17 :

$$3^{x-2} = a \text{ ise } \left(\frac{1}{81}\right)^{3-x} \text{ sayısının } a \text{ türünden eşiti nedir?}$$

#### Örnek...18 :

$$3^x = k, 5^x = n \text{ ise } 2025^x \text{ in } k \text{ ve } n \text{ cinsinden değeri nedir?}$$

#### ÜSLÜ İFADE EŞİTLİĞİ

$$9) a^n = a^m \text{ ise } n = m \text{ dir.}$$

#### Örnek...19 :

$$2^{4x-3} = 128^{x-2} \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 8

### ÜSLÜ İFADELER

#### Örnek...20 :

$49^{4-2x}=343^{x-2}$  ise x kaçtır?

#### Örnek...21 :

$7^a=5^b$  ise  $(343)^{\frac{a}{b}}$  nin değeri kaçtır?

#### Örnek...22 :

$4a=b$  ve  $a^b=27^4$  ise a-b kaçtır?

### ÜSLÜ İFADE EŞİTLİĞİ

10)  $a^n=b^n$  ise n tekse  $a=b$ ,  
n çiftse  $|a|=|b|$

#### Örnek...23 :

$(4x-1)^3=(3x+2)^3$  ise x kaç olabilir?

#### Örnek...24 :

$(2x+1)^2=(x-2)^2$  ise x kaç olabilir?

### ÜSLÜ İFADE EŞİTSİZLİĞİ

11)  $a>1$  ve  $a^x>a^y$  ise  $x>y$  olur.

#### Örnek...25 :

$8^{2-5x} < 32^{2x-3}$   
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

### ÜSLÜ İFADE EŞİTSİZLİĞİ

12)  $0<a<1$  ve  $a^x>a^y$  ise  $x<y$  olur.

#### Örnek...26 :

$\left(\frac{2}{3}\right)^{3x-2} < \left(\frac{2}{3}\right)^{x+5}$   
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 8

### ÜSLÜ İFADELER

#### Örnek...27 :

$\left(\frac{3}{4}\right)^{5x+1} < \left(\frac{64}{27}\right)^{x-1}$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

13)  $a^x=1$  ise 3 durum mümkün olabilir.

- $a=1$  ve  $x$  her reel değeri alabilir.
- $a=-1$  ise  $x$  çift tam sayı
- $x=0$  ise  $a \neq 0$  yeterlidir.

#### Örnek...28 :

$(x-2)^{x^2-4}=1$  ise  $x$  kaç olabilir?

14)  $\left. \begin{matrix} a^n=b^m \\ a^p=b^r \end{matrix} \right\}$  ise  $\frac{n}{p}=\frac{m}{r}$  dir.

#### Örnek...29 :

$5^a=49$  ve  $5^b=343$  ise  $a$  nın  $b$  türünden değeri nedir?

#### Örnek...30 :

$2^a=12$  ve  $3^b=72$  ise  $a$  nın  $b$  türünden değeri nedir?

#### Örnek...31 :

$\frac{1}{1+7^x} + \frac{1}{1+7^{-x}} = 1525^{3+y}$  ise  $y$  kaçtır?

15) Üstlü sayılarda sıralama sorularında üsler veya tabanlar eşitlendikten sonra karşılaştırma yapılarak sıralanırlar.

#### Örnek...32 :

Aşağıdaki sayıları sıralayınız?

i)  $a=2^{45}$  ,  $b=4^{30}$  ,  $c=8^{11}$

ii)  $x=7^{60}$  ,  $y=11^{48}$  ,  $z=2^{96}$

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 8

### ÜSLÜ İFADELER

#### Örnek...33 :

$x^y=16$  olmak üzere, bileşenleri tam sayı olan kaç  $(x,y)$  ikilisi vardır?

#### Örnek...34 :

$a=3+6^x$  ve  $b=4-6^{-x}$  ise  $a$  nın  $b$  türünden değeri nedir?

#### Örnek...35 :

$6^x-6^{-x}=8$  olduğuna göre,  $36^{-x}+36^x$  toplamı kaçtır?

#### Örnek...36 :

$A=3^2+4^2+5^2$  olduğuna göre,  $15^2+20^2+25^2$  ifadesinin  $A$  türünden eşiti nedir?

#### Örnek...37 :

$x$  ve  $y$  tamsayıları için,  
 $7^{3x+4y-4}=9^{y+2+x}$  olduğuna göre,  $x.y$  çarpımı kaçtır?

16)  $a, b \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere,  $a^x=b$  eşitliğinde  $b$  nin değerini  $a$  nın iki kuvveti arasına sıkıştırırsak  $x$  in aralığı bulunmuş olur.

#### Örnek...38 :

$y$  tamsayısı için,  $3^{x+2} = 111$  ve  $y < x < y + 1$  olduğuna göre,  $y$  nin değeri kaçtır?

#### Örnek...39 :

$27=5^x$  ,  $1=11^y$  ,  $224=15^z$  ise  $x, y$  ve  $z$  yi sıralayınız.

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER – 8

### ÜSLÜ İFADELER

#### DEĞERLENDİRME

1)  $4^{x-4} = 512^{1-y}$  ise x in y türünden değeri nedir?

2)  $(2^2)^3 + 2^{(2^2)}$  toplamının eşiti kaçtır?

3)  $(x-2)^4 = (x)^2$  ise x kaç olabilir?

4)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{5x+1} < \left(\frac{64}{27}\right)^{x-1}$   
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?

5)  $8^x = 25$  ,  $125^y = 32$  ise x.y çarpımı kaçtır?

6)  $p=3^{48}$  ,  $q=9^{23}$  ,  $r=27^{17}$   
sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız?

7)  $a^b = 64$  olmak üzere, bileşenleri tam sayı olan kaç (a,b) ikilisi vardır?

8) x ve y tamsayıları için,  
 $5^{x+3y-6} = 6^{2x+y+2}$   
olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?