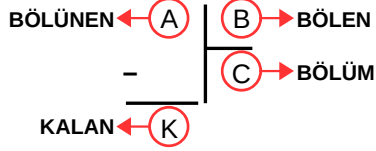


DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 2

BÖLME - BÖLÜNEBİLME

BÖLME İŞLEMİ VE ÖZELLİKLERİ

A, B, C, K doğal sayılar ve $B \neq 0$ olmak üzere,



Bu bölme işleminde;

- 1) $A = B \cdot C + K$ 2) $0 \leq K < |B|$
- 3) $K=0$ ise A sayısı B'ye tam bölünür denir ve $B | A$ şeklinde yazılır, "B böler A" diye okunur.
- 4) $K < C$ ise B ile C yer değiştirilebilir.

Örnek...1 :

Yandaki bölme işleminde bölüm ile kalanın toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{r|l} b a b a 5 & b a \\ \hline b a & 1010 \\ \hline 0 b a & \\ \hline b a & \\ \hline 0 5 & \end{array}$$

Örnek...2 :

A, x, y birer doğal sayı olmak üzere, yandaki bölme işleminde y'nin alabileceği değerlerin toplamını bulunuz.

$$\begin{array}{r|l} A & 13 \\ - & x \\ \hline y & \end{array}$$

$$0 \leq y < 13$$

$$0 + 1 + 2 + \dots + 12 = \frac{12 \cdot 13}{2} = 78$$

Örnek...3 :

Yandaki bölme işlemlerinde a, b, c sıfırdan farklı

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ - & 4 \\ \hline 3 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} b & c \\ - & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$$

pozitif tam sayılar olmak üzere, a'nın c türünden eşiti nedir?

$$a = 4b + 3 \quad b = 3c + 1$$

$$a = 4(3c + 1) + 3 = 12c + 7$$

Örnek...4 :

x sayısının y ile bölümündeki bölüm 2 ve kalan 5 tir. y sayısının z ile bölümündeki bölüm 3 ve kalan 7 dir. x sayısının 6 ile bölümündeki kalan kaçtır?

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ - & 2 \\ \hline 5 & \end{array} \quad y = 3z + 7$$

$$x = 2(3z + 7) + 5$$

$$x = 6z + 19 = 6(z + 3) + 1$$

kalan 1

Örnek...5 :

A, B, C birbirinden farklı doğal sayıları için, yandaki bölme işleminde B ile C nin yer değiştirmesi, sonucu değiştirmeye göre, A en az kaç olabilir?

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ - & C \\ \hline 12 & \end{array}$$

$$12 < B \quad 12 < C$$

$$A = BC + 12 = 13 \cdot 14 + 12 = 194$$

Örnek...6 :

Yandaki bölme işleminde A ve n birer doğal sayıdır. A'nın alabileceği en küçük ve en büyük değerleri bulunuz.

$$\begin{array}{r|l} A & 9 \\ - & 2n+3 \\ \hline n-1 & \end{array}$$

$$0 \leq n-1 < 9$$

$$1 \leq n < 10$$

$$A = 9(2n+3) + n-1 = 19n + 26$$

$$n=1 \Rightarrow A_{\min} = 19 + 26 = 45$$

$$n=9 \Rightarrow A_{\max} = 171 + 26 = 197$$

ASAL SAYI

Sadece 1 ve kendisine bölünen sayılara asal sayı denir. En küçük asal sayı tek çift asal sayı olan 2 dir.

Örnek...7 :

a ve b doğal sayılar olmak üzere $a^2 - b^2 = 13$ ise $a^2 + b^2$ kaçtır?

$$(a-b)(a+b) = 13$$

$$\begin{array}{l} a-b = 1 \\ a+b = 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2a = 14 \\ a = 7 \Rightarrow b = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a^2 + b^2 = 7^2 + 6^2 \\ = 49 + 36 \\ = 85 \end{array}$$

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 2

BÖLME - BÖLÜNEBİLME

ARALARINDA ASAL SAYI

Ortak pozitif tam sayı böleni sadece 1 olan sayılara aralarında asal sayılar denir.
Örneğin 26 ve 15 aralarında asaldır.

Örnek...8 :

5, 12 ve 13 sayıları aralarında asal mıdır?

Evet Aynı anda bölen sayı yok

BÖLÜNEBİLME KURALLARI

2'YE 5'E VE 10'A BÖLÜNEBİLME KURALLARI :

Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam çiftse, bu sayı 2 ile kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 2 ye bölümünden kalanı verir.

Bir doğal sayının birler basamağı 0 veya 5 ise, bu sayı 5 ile kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 5 e bölümünden kalanı verir.

Bir doğal sayının birler basamağındaki rakam 0 ise, bu sayı 10 ile kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 10 a bölümünden kalanı verir.

Örnek...9 :

Dört basamaklı $a74a$ sayısı 2 ile kalansız bölünebildiğine göre, a kaç farklı değer alabilir?

$$a = 2, 4, 6, 8 \quad (a \neq 0)$$

4 değer

Örnek...10 :

$732a$ rakamları farklı, dört basamaklı, 2 ile bölündüğünde 1 kalanı veren doğal sayıdır. a nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

$$2 \text{ tek} \rightarrow a = 1, 3, 5, 7, 9$$

çarpım $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 = 945$

Örnek...11 :

$abcd$ sayısı 30000 den büyük ve ikiye bölündüğünde 1 kalanını veren beş basamaklı bir sayıdır. a 'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

$$a = \text{tek} \quad \text{3} \quad \text{5} \quad \text{7} \quad \text{9}$$
$$\Sigma a = 3 + 5 + 7 + 9 = 24$$

Örnek...12 :

Dört basamaklı $357m$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesini bulunuz.

$$m = 2, 7$$
$$m \in \{2, 7\}$$

3'E VE 9'A BÖLÜNEBİLME KURALLARI :

Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 3 ün (9 un) katı ise, bu sayı 3 ile (9 ile) kalansız (tam) bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 3 e veya 9 a bölümünden kalanı verir.

Örnek...13 :

$52A3$ dört basamaklı sayısının 3 ile kalansız bölünebilmesi için, A yerine yazılabilecek rakamların kümesini bulalım.

$$R.T = 5 + 2 + A + 3 = A + 10 = 3k$$
$$\downarrow$$
$$\frac{2}{5}$$
$$8$$
$$A \in \{2, 5, 8\}$$

Örnek...14 :

$A = 2ab54317$ sayısının rakamları farklı ve 9 ile bölünebilen bir sayı olduğu bilindiğine göre $a.b$ çarpımı kaç olabilir?

$$R.T = 2 + a + b + 5 + 4 + 3 + 1 + 7$$
$$= a + b + 4 = 9k$$

$a, b = 14$

$a, b = 5 \rightarrow a, b = 2$ (rakamlar farklı)

$a.b = 48$

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 2

BÖLME - BÖLÜNEBİLME

Örnek...15: $16948 \rightarrow$ 16948 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

33 basamaklı 858585...858 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$R.T = 16.13 + 8 = 216$$

$$RT = 2 + 1 + 6 = 9 \rightarrow 9 \text{ un katı}$$

kalan 0

Örnek...16:

Dört basamaklı $a37b$ sayısının 10 ile bölümünden kalan 7 dir. Bu sayı 9 ile kalansız bölünebildiğine göre, a kaçtır?

$$b=7 \quad a+3+7+7=9k$$

$$a=1$$

4 İLE VE 8 İLE BÖLÜNEBİLME KURALLARI :

Bir doğal sayının birler ve onlar basamağındaki rakamlarının oluşturduğu sayı 00 ya da 4 ün katı ise, 4 ile kalansız bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 4 e bölümünden kalanı verir.

Bir doğal sayının birler , onlar yüzler basamağındaki rakamlarının oluşturduğu sayı 000 ya da 8 in katı ise, 8 ile kalansız bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 8 e bölümünden kalanı verir.

Örnek...17:

54675 beş basamaklı doğal sayının 4 ve 8 ile bölümünden kalanlar çarpımı kaçtır?

$$4 \text{ için } \begin{array}{r} 75 \\ 72 \\ \hline 3 \end{array} \quad 8 \text{ için } \begin{array}{r} 675 \\ 64 \\ \hline 35 \\ -32 \\ \hline 3 \end{array} \quad 3.3=9$$

Örnek...18:

Dört basamaklı $735m$ sayısı, 4 ile bölündüğünde kalan 3 olduğuna göre, m rakamı kaç farklı değer alır?

$$5m = 4k + 3$$

$m = 1, 5, 9$

2 basamaklı sayıdır 3 değer

11 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI :

Bir doğal sayının basamakları 1' ler basamağından başlanarak sola doğru "+, -, +, -, +, ..." biçiminde işaretlenir. Bu işaretlerle rakam değerleri çarpılarak toplanır. Elde edilen sonuç 0 veya 11 in katı ise bu sayı 11 ile kalansız bölünebilir. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 11 e bölümünden kalanı verir.

Örnek...19:

Altı basamaklı 245795 sayısının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{array}{r} - + - + - + \\ 245795 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \\ 16 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} - \\ 16 \\ \hline \end{array}$$

$$16 - 16 = 0 \quad \text{kalan } 0 \text{ (tam bölünür)}$$

Örnek...20:

Altı basamaklı $3275a7$ sayısı 11 ile kalansız bölündüğüne göre, a kaçtır ?

$$\begin{array}{r} - + - + - + \\ 3275a7 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \\ 14 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} - \\ 10+a \\ \hline \end{array}$$

$$14 - (10+a) = 11k$$

$$4 - a = 11k \quad (k=0 \Rightarrow a=4) \quad a=4$$

Örnek...21:

Rakamları farklı, üç basamaklı pozitif tam sayıların en büyüğü ve en küçüğünün çarpımlarının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$abc \rightarrow \begin{array}{r} 987 \\ \times 102 \\ \hline 1974 \\ 9870 \\ \hline 100674 \end{array} \quad \begin{array}{r} - + - + \\ 100674 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \\ 10 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} - \\ 8 \\ \hline \end{array}$$

$$10 - 8 = 2 \text{ kalan}$$

Örnek...22:

$87xy$ sayısı 2 ve 11 ile tam bölünebildiğine göre, x ' in alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{r} - + - + \\ 87xy \end{array} \quad \begin{array}{r} + \\ y+7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} - \\ 8+x \\ \hline \end{array}$$

$$y+7-8-x = 11k$$

$$y-x = 11k+1$$

$y-x=1$

0	?
2	1
4	3
6	5
8	7

$\sum x = 16/4$

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 2

BÖLME - BÖLÜNEBİLME

7 İLE BÖLÜNEBİLME KURALI :

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ ab \quad cde \quad fgh \\ 31 \quad 231 \quad 231 \end{array}$$

şeklindeki bir sayı birler basamağında başlanarak üçlü gruplara (yani bölüklere) ayrılarak sırasıyla " ... , -, +, -, + " şeklinde işaretlenir. İşaretili grupların rakamları soldan sağa 2,3 ve 1 sayılarıyla sırasıyla çarpılır ve sonuç bulunur. Bu sonuç 7'nin katı ise sayı 7'ye tam bölünür. Eğer tam bölünmüyor ise sayının 7'ye bölümünden kalanı verir.

Örnek...23 :

322 667 sayısının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{array}{r} 231 \quad 231 \\ 322 \quad 667 \end{array}$$

$$7+18+12-2-6-6 = 23 = 7k+2$$

kalan 2

Örnek...24 :

1234567 sayısının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{array}{r} 231 \quad 231 \\ 1234 \quad 567 \end{array}$$

$$7+18+10-4-9-4+1 = 19 = 7k+5$$

kalan 5

6, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 45 İLE BÖLÜNEBİLME KURALLARI :

BÖLÜNEBİLME KURALI :

m ile n **aralarında asal** iki sayı olsun, m ve n ile kalansız bölünebilen sayılar m.n çarpımı ile de kalansız bölünür. Dolayısı ile m.n'ye tam bölünebilen bir sayıda hem m'ye hem de n'ye tam bölünebilir.

Bir sayı 6 ile bölünebiliyorsa hem 2 hem de 3'e tam bölünebilir.

Bir sayı 24 ile bölünebiliyorsa hem 3 hem de 8'e tam bölünebilir. (Ama hem 6 hem 4 ile bölünemez.)

Örnek...25 :

Bir sayının aşağıdaki sayılara bölünebilmesi için hangi sayılara tam olarak bölünmesi gerekir?

12 = 3 ve 4	15 = 3 ve 5	18 = 9 ve 2
20 = 4 ve 5	30 = 6 ve 5	36 = 9 ve 4
45 = 9 ve 5	55 = 5 ve 11	63 = 9 ve 7

Örnek...26 :

Dört basamaklı 634a sayısının 6 ile kalansız bölünebilmesi için, a yerine yazılabilecek rakamların toplamı kaçtır?

hem 2 hem 3'e bölünmeli (2=çift)

$$RT = 6+3+4+a = 13+a = 3k$$

$$a_1+a_2 = 2+8 = 10$$

Örnek...27 :

Dört basamaklı 4a7b sayısı 45 ile kalansız bölündüğüne göre, a'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

$$4a7b \Rightarrow 9 \text{ ve } 5 \text{ e bölünür}$$

$$4a70 \rightarrow 1+a = 9k \rightarrow a = 7$$

$$4a75 \rightarrow 16+a = 9k \rightarrow a = 2$$

$$a_1+a_2 = 9$$

Örnek...28 :

Beş basamaklı 847AB sayısı 15 ile bölümünden kalan 6 ise A+B kaç olabilir?

$$15k+6 \begin{cases} \rightarrow 5 \text{ ile } 1 \text{ kalır} \\ \rightarrow 3 \text{ ile } 0 \end{cases}$$

$$B=1 \rightarrow 847A1 \rightarrow RT = 20+A = 3k \quad A=1,4,7$$

$$B=6 \rightarrow 847A6 \rightarrow RT = 25+A = 3k \quad A=2,5,8$$

A+B = 2, 5, 8, 11, 14 olabilir.

Örnek...29 :

Altı basamaklı 317a2b sayısının 12 ile bölümünden 7 kalıyor ise a+b toplamı en çok kaç olabilir?

$$12k+7 \begin{cases} \rightarrow 4k+3 \\ \rightarrow 3k+1 \end{cases}$$

$$b = 3, 7$$

$$b = 3 \Rightarrow RT = 16+2 = 3k+1 \rightarrow a = 0, 3, 6, 9$$

$$b = 7 \Rightarrow RT = 20+2 = 3k+1 \rightarrow a = 2, 5, 8$$

$$a+b = 8+7 = 15 \text{ (maks)}$$

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 2

BÖLME - BÖLÜNEBİLME

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA

1 den büyük bir doğal sayının asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılmasına sayının asal çarpanlara ayrılması denir.

x, y farklı asallar olmak üzere,

$$A = x^m \cdot y^n$$

yazımı A'nın asal çarpanlarına ayrılmış biçimidir.

Örnek...30 :

360 sayısını asal çarpanlarına ayırınız?

$$\begin{array}{r} 360 \div 2 = 180 \\ 180 \div 2 = 90 \\ 90 \div 2 = 45 \\ 45 \div 3 = 15 \\ 15 \div 3 = 5 \\ 5 \div 5 = 1 \end{array} \quad 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$$

Örnek...31 :

A, x ve y tam sayılar olmak üzere,

$$80! = 2^x \cdot 5^y \cdot A$$

ise x ve y en çok kaçtır?

$$\begin{array}{r} 80 \div 2 = 40 \\ 40 \div 2 = 20 \\ 20 \div 2 = 10 \\ 10 \div 2 = 5 \\ 5 \div 2 = 2 \\ 2 \div 2 = 1 \end{array} \quad x = 78$$
$$\begin{array}{r} 80 \div 5 = 16 \\ 16 \div 5 = 3 \\ 3 \div 5 = 1 \end{array} \quad y = 19$$

Toplanacak

Örnek...32 :

9! sayısını asal çarpanlarına ayırınız?

$$\begin{array}{r} 9 \div 2 = 4 \\ 4 \div 2 = 2 \\ 2 \div 2 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \div 3 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \div 5 = 1 \\ 1 \div 5 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \div 7 = 1 \\ 1 \div 7 = 1 \end{array}$$

$$9! = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^1 \cdot 7^1$$

Örnek...33 :

45! sayısının sondan kaç basamağı 0 dir?

$$45! = 10^n \cdot A \quad (n \text{ noktası=?})$$
$$\begin{array}{r} 45 \div 5 = 9 \\ 9 \div 5 = 1 \end{array} \quad n = 10$$

5'ler (5'ler 82, 5'e bakılır)

Örnek...34 :

360.x=y² eşitliğini sağlayan en küçük x ve y pozitif tam sayılarını bulunuz?

$$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot x = y^2 \quad \text{İm} = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 = 60$$

$$x_{\min} = 2^1 \cdot 5^1 = 10$$

EBOB

İkisi birden sıfır olmayan a ve b tam sayılarının ikisini birden bölen en büyük pozitif tam sayıya bu sayıların **en büyük ortak böleni** (EBOB) denir ve EBOB(a,b)=x biçiminde gösterilir.

EBOB bulunurken sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak asal çarpanlardan en küçük üslülerin çarpımı bu sayıların EBOB unu verir.

Örnek...35 :

EBOB(240,672)=?

$$\begin{array}{r} 240 \div 2 = 120 \\ 120 \div 2 = 60 \\ 60 \div 2 = 30 \\ 30 \div 2 = 15 \\ 15 \div 2 = 7 \\ 7 \div 2 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 672 \div 2 = 336 \\ 336 \div 2 = 168 \\ 168 \div 2 = 84 \\ 84 \div 2 = 42 \\ 42 \div 2 = 21 \\ 21 \div 3 = 7 \\ 7 \div 7 = 1 \end{array}$$
$$e_{bob} = 2^4 \cdot 3 = 48$$

EBOB ÖZELLİKLERİ

- 1) EBOB(a,b)=EBOB(b,a)=EBOB(-a,b)
- 2) EBOB(a,b+c.a)=EBOB(a,b)
- 3) EBOB(a,b) ≤ min{|a|,|b|}
- 4) EBOB(a,b)=1 ise a ile b aralarında asal sayıdır.

EKOK

Sıfırdan farklı a ve b tam sayılarının katlarından en küçük olup ortak olanına bu sayıların **En Küçük Ortak Katı** (EKOK) denir.

EKOK bulunurken sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak asal çarpanlardan en büyük üslüleri ve ortak olmayan çarpanların çarpımı bu sayıların EKOK ini verir.

Örnek...36 :

EKOK(36,120)=?

$$\begin{array}{r} 36 \div 2 = 18 \\ 18 \div 2 = 9 \\ 9 \div 3 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 120 \div 2 = 60 \\ 60 \div 2 = 30 \\ 30 \div 2 = 15 \\ 15 \div 3 = 5 \\ 5 \div 5 = 1 \end{array}$$
$$e_{kok} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 2

BÖLME - BÖLÜNEBİLME

EKOK ÖZELLİKLERİ

- 1) EKOK(a,b)=EKOK(b,a)
- 2) EKOK(a,b) ≥ max{|a|,|b|}
- 3) EBOB(a,b).EKOK(a,b)=a.b

Örnek...37 :

x,y,z birbirlerinden farklı asal sayılardır.

$$A=x^2 \cdot y \cdot z^3$$

$$B=x \cdot y^3 \cdot z^2 \quad \text{olduğuna göre,}$$

$$C=x^4 \cdot z$$

EKOK(A,B,C)
OBEB(A,B,C) ifadesinin eşitini bulunuz

$$\frac{x^4 \cdot y^3 \cdot z^3}{x \cdot y \cdot z} = x^3 \cdot y^2 \cdot z^2$$

Örnek...38 :

96,112,120 sayılarını tam olarak bölen en büyük doğal sayı kaçtır?

96	112	120	2 *	ebeb = 23 = 8
48	56	60	2 *	
24	28	30	2 *	
12	14	15	2	
6	7	15	2	
3	7	15	3	
1	7	5	5	
1	7	1	7	
1	1	1	1	
1	1	1	1	

Örnek...39 :

A, a,b,c birer doğal sayıdır.

$A=24 \cdot a+2=15 \cdot b+2=18 \cdot c+2$ olduğuna göre ,
1000 den küçük en çok A değeri vardır?

$$A-2 = 24a = 15b = 18c$$

24	15	18	2	$A-2 = 360 \cdot u$
12	15	9	2	$A = 360 \cdot u + 2$
6	15	9	2	$A = 2,362,722$
3	15	9	3	
1	5	3	3	
1	5	1	5	
1	1	1	1	

Örnek...40 :

Meriç elindeki cevizleri 3 erli 5erli ve 8 erli saydığına her seferinde 2 cevizi artıyor. 500 den fazla cevizi olan Meriç'in elinde en az kaç ceviz vardır?

$$C = 3x + 2 = 5y + 2 = 8z + 2$$

$$C - 2 = (3, 5, 8) = 120$$

$$C = 120 \cdot u + 2$$

↓
5

← min = 602

Örnek...41 :

1000 den en küçük hangi doğal sayıyı çıkarırsak elde edilen sayı 12 ve 15 e tam olarak bölünür?

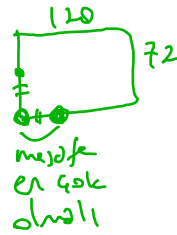
$$(12, 15) = 60 \quad (60 \text{ n bölünmeli})$$

1000 den küçük 60 'in en büyük kalı
960 dr.
40 çıkarılmalı

Örnek...42 :

Boyu 120 metre eni 72 metre olan dikdörtgen biçimli bir arsanın etrafına eşit aralıklarla ve köşelerine birer tane gelecek şekilde ağaç dikilecektir.

Bu iş için en az kaç ağaç gerekir?



120	72	2 *	mesafe 24 olmalı
60	36	2 *	
30	18	2 *	
15	9	3 *	
5	3	3	
5	1	5	
1	1	1	

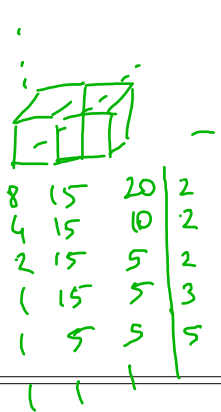
$$\text{ağaç sayısı} = \frac{C}{24}$$

$$= \frac{2 \cdot (120 + 72)}{24}$$

$$= 16$$

Örnek...43 :

Boyutları 8 cm,15 cm ve 20 cm olan tuğlalar kullanarak hacmi en küçük ve içi dolu bir küp yapılmak isteniyor. En az kaç küp kullanılır?



$$\text{şekil } (8, 15, 20) = 120$$

$$\text{adet} = \frac{120 \cdot 120 \cdot 120}{8 \cdot 15 \cdot 20}$$

$$= 720$$

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 2

BÖLME - BÖLÜNEBİLME

Örnek...44 :

EKOK(A,B)=120 ve EBOB(A,B)=6 ise A+B kaç olabilir?

$$A = 6k_1 \quad B = 6k_2 \quad k_1, k_2 \text{ aralarında asal}$$

$$6k_1 \cdot 6k_2 = 120 \cdot 6$$

$$k_1 k_2 = 20$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \downarrow \\ 1 \ 20 \\ 4 \ 5 \\ 5 \ 4 \\ 20 \ 1 \end{array}$$

A	B	A+B
6	120	126
24	30	54

Örnek...45 :

En büyük ortak böleni 24 olan birbirinden farklı 3 sayının toplamı en az kaçtır?

Katı 24 olan sayılar olmalı. Birisi 1 olmalı

$$1, 3, 8$$

$$1+3+8 = 12$$

Örnek...46 :

En küçük ortak katları 80 olan birbirinden farklı 3 sayının toplamı en çok kaçtır?

Katı alınınca 80 olmalı

$$\frac{80}{1} \quad \frac{80}{2} \quad \frac{80}{4}$$

$$80, 40, 20 \rightarrow \text{toplam} = 140$$

Örnek...47 :

9 günde bir nöbet tutan bir kişi ilk nöbetini salı günü tutmuştur. 8.nöbetini hangi gün tutar?

$$\begin{array}{cccc} \text{1. nöbet} & 2. & 3. & 4. & 8. \\ \text{Salı} & \text{Çarş} & \text{Perş} & \text{Cuma} & \text{Pazart} \\ \text{9} & \text{9} & \text{9} & \text{9} & \text{9} \end{array}$$

7.9 gün geçince (7 n. tam katı) gün değişmez

Salı

Örnek...48 :

Cumartesi gününden 500 gün sonra hangi gün olur?

$$\begin{array}{r} 500 \ 7 \\ \underline{49} \ 7 \\ 10 \ 71 \rightarrow \text{hafta} \\ \underline{7} \\ 3 \rightarrow \text{gün} \end{array}$$

C+si → Paz → Pazrt → Salı (Salıdır)

Örnek...49 :

5 Ocak 2016'nın Salı günü olduğu bir yılda, 27 Temmuz hangi güne rastlar?

$$\frac{0 \text{ Ocak}}{26} \quad \frac{5}{29} \quad \frac{M}{31} \quad \frac{N}{30} \quad \frac{M}{31} \quad \frac{H}{30} \quad \frac{I}{27}$$

$$26+29+31+30+31+30+27 = 204$$

$$\begin{array}{r} 204 \ 7 \\ \underline{14} \ 7 \\ 64 \ 7 \\ \underline{63} \\ 1 \end{array}$$

29 hafta 1 gün sonrası
Cumartesi

Örnek...50 :

6 gün çalışıp 2 gün tatil yapan bir işçi, işe Salı günü başladığına göre, 11. tatil günü hangi gündür?

$$\begin{array}{ccc} (6+2) & + & (6+2) + \dots + (6+2) + 6 + 1 \\ 1. & 2. & 5. \end{array}$$

$$5 \cdot 8 + 7 = 47 \text{ gün}$$

$$\begin{array}{r} 47 \ 7 \\ \underline{42} \ 6 \\ 5 \end{array}$$

5 gün sonra

Salı + 5 = Pazar

Örnek...51 :

6 ve 15 günde bir aynı limandan sefere çıkan iki gemi Pazar günü beraber sefere çıkmışlardır. Bundan sonra ikinci defa beraber sefere hangi gün çıkarlar?

$$(6, 15)_{\text{okak}} = 30$$

+ 30 gün
1. defa 2. defa

$$\begin{array}{r} 30 \ 7 \\ \underline{28} \ 4 \\ 2 \end{array}$$

Pazar + 2 = Salı

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 2

BÖLME - BÖLÜNEBİLME

Örnek...52 :

6 gün çalışıp 2 gün tatil yapan bir işçi, işe Salı günü başladığına göre, 21. tatil günü hangi gündür?

$$\underbrace{(6+2) (6+2) + \dots (6+2) + 6 + 1}_{10 \text{ lu blok}}$$

$$10 \cdot 8 + 6 + 1 = 87 \text{ gün}$$

$$\begin{array}{r} 87 \overline{) 7} \\ 84 \quad 12 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Salı} + 3 \\ = \text{Cuma} \end{array}$$

Örnek...53 :

Beş günde bir nöbet tutan asker, ilk nöbetini salı günü tuttuğuna göre, 25. nöbetini hangi gün tutar?

$$1. \text{ } \overbrace{5} \quad 2. \text{ } \overbrace{5} \quad 3. \quad \overbrace{5} \text{ 25. nöbet}$$

$$24 \cdot 5 = 120 \text{ gün sonra}$$

$$\begin{array}{r} 120 \overline{) 7} \\ 2 \quad 17 \\ \hline 49 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Salı} + 1 \text{ gün} \\ = \text{Cuma} \end{array}$$

Örnek...54 :

Herhangi bir yılın Temmuz ayında 5 tane Pazartesi günü vardır. Bunlardan üçünün tarihi tek sayı olduğuna göre, 9 Temmuz hangi gün olabilir?

Temmuz	(15	29	(durum 1)
	3	17	31	(durum 2)

1. durumda Salı
2. durumda Pazartesi

DEĞERLENDİRME :

- 1) Yanda verilen bölmelerde x, y, z pozitif tam sayı olduğuna göre, $\frac{x+y+z-20}{5z}$ oranının değeri kaçtır?

$$\begin{array}{r} x \quad y \\ - \quad | \quad 5 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} y \quad z \\ - \quad | \quad 4 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$x = 5y + 2 \quad y = 4z + 3$$

$$x = 5 \cdot (4z + 3) + 2$$
$$x = 20z + 17$$

$$\frac{20z + 17 + 4z + 3 - 20}{5z}$$
$$= \frac{25z}{5z} = 5$$

- 2) Yandaki bölme işleminde A sayısı en çok kaçtır?

$$\begin{array}{r} A \quad 15 \\ - \quad | \quad 2.n+2 \\ \hline n^2+n \end{array}$$

$$A = 15(2n+2) + n^2 + n$$

$$n^2 + n < 15$$

$$n = 3 \Rightarrow A_{\max} = 15 \cdot 8 + 9 + 3$$
$$= 132$$

- 3) X sayısının 6 ile bölümünden kalan 5 ve bölüm Y dir. Y nin 5 ile bölümünden kalan 2 ise X in 15 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$x = 6y + 5 \quad y = 5z + 2$$

$$x = 6(5z + 2) + 5 = 30z + 17$$
$$= 15(2z + 1) + 2$$
$$= 15c + 2$$

2 kalır!

- 4) İkiye tam bölünebilen iki basamaklı doğal sayıların kaç tanesi beşe kalansız bölünebilir?

İki 2 hem 5 yani 10'un kati

$$10, 20, \dots, 90 \rightarrow 9 \text{ sayı}$$

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 2

BÖLME - BÖLÜNEBİLME

- 5) Beş basamaklı 57m32 sayısının 9 ile bölümünden kalanın 7 olması için, m kaç olmalıdır?

$$RT = 17 + m = 9k + 7$$

$$\downarrow$$

$$8$$

$$\underline{m=8}$$

- 6) 98765 sayısının karesinin 11'e bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{array}{r} + \\ 98765 \\ + \\ 98765 \\ \hline \end{array}$$

$$21 \quad 14 \quad 21-14=7$$

$$\text{kalan } 7^2 = 49 = 9 \cdot 4 = 5 \text{ tir}$$

- 7) 23x7y beş basamaklı sayısı 5 ve 11 ile tam bölünebildiğine göre, x in değerleri çarpımı kaçtır?

$$y=0 \quad \begin{array}{r} + \\ 23x70 \\ + \\ 23x70 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} + \\ x+2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$y=5 \quad \begin{array}{r} + \\ 23x75 \\ + \\ 23x75 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} + \\ x-8=11k \\ x=8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \\ x+7 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \\ x-3=11c \\ x=3 \end{array}$$

$$x_1=8 \quad x_2=3 \quad x_1 \cdot x_2 = 24$$

- 8) Dört basamaklı 45a2 sayısının 4 ile kalansız bölünebilmesi için, a yerine yazılabilecek rakamların kümesini bulunuz?

$$\underline{22} = 4k \quad a = 1, 3, 5, 7, 9$$

2 basamaklı sayı
4'in katıdır.
5 değer

- 9) Dört basamaklı 58x2 sayısı 8 ile kalansız bölünebildiğine göre, x in alacağı değerler çarpımı kaçtır?

$$8x2 = 8k \quad x = 3, 7$$

$$\underline{3} \text{ bas. sayı} \quad x_1 \cdot x_2 = 21$$

- 10) 356x8y altı basamaklı sayısı 36 ile tam bölünebildiğine göre, x lerin toplamı kaçtır?

3 ve 4 ile tam bölünür

$$y=0 \rightarrow RT = 22+x \quad x_1=5$$

$$y=4 \rightarrow RT = 26+x \quad x_2=1$$

$$y=8 \rightarrow RT = 30+x \quad x_3=6$$

$$\underline{x_1+x_2+x_3=12}$$

- 11) Dört basamaklı 47a5 sayısı 25 ile kalansız bölünebildiğine göre, a kaç farklı değer alır?

son 2 basamak 25 katı olmalı

$$a = 2, 7 \quad (2 \text{ değer})$$

- 12) 24x78y altı basamaklı çift sayının 45 ile bölümünden kalan 17 olduğuna göre, x kaçtır?

$$45k+17 \rightarrow \begin{cases} 9k+8 \\ 5c+2 \end{cases}$$

$$y=2$$

$$RT = 23+x = 9k+8 \quad \underline{x=3}$$

- 13) 478x5y altı basamaklı sayısının 30 ile bölümünden kalan 17 olduğuna göre, x lerin çarpımı kaçtır?

$$30k+17 = 3a+2$$

$$2b+1 \rightarrow \text{tek}$$

$$5z+2 \rightarrow y=7$$

$$RT = 24+7+x = 31+x = 3a+2$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 28$$

- 14) 48!+49!-1 sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

$$48!(1+49) - 1$$

$$50 \cdot 48! - 1 \rightarrow 50 \cdot 48! \text{ sondan kaç basamağı } 0?$$

$$48! \cdot 50 = A \cdot 10^n \quad (n \text{ nokta})$$

$$48 \overline{) 5} \quad \begin{array}{r} 19 \\ \underline{9} \\ 5 \\ \underline{5} \\ 1 \end{array} \quad \text{nokta} = 10$$

Cevap=10

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER - 2

BÖLME - BÖLÜNEBİLME

- 15) EKOK(A,B)=120 ve EBOB(A,B)=8 ise A+B kaç olabilir?

$$A = 8k_1 \quad B = 8k_2 \quad k_1 \text{ ve } k_2 \text{ aralarında asal}$$

$$8k_1 \cdot 8k_2 = 120 \cdot 8$$

$$k_1 \cdot k_2 = 15$$

1	15
3	5
5	3
15	1

$$\begin{array}{r|l} 8 & b \\ \hline 8 & 120 \\ 24 & 40 \end{array} \quad \begin{array}{l} a+b \\ 128 \\ 64 \end{array} \quad \begin{array}{l} \checkmark \\ \checkmark \end{array}$$

- 16) En büyük ortak böleni 24 olan birbirinden farklı 3 sayının toplamı en az kaçtır?

$$\begin{array}{l} a = 24k_1 \\ b = 24k_2 \\ c = 24k_3 \end{array} \quad \begin{array}{l} a = 24 \\ b = 48 \\ + c = 72 \end{array}$$

$$a+b+c = 144 \checkmark$$

- 17) En küçük ortak katları 90 olan birbirinden farklı 4 sayının toplamı en çok, en az kaçtır?

$$a = 90 \quad b = \frac{90}{2} = 45$$

$$c = \frac{90}{3} = 30 \quad d = \frac{90}{5} = 18$$

$$\text{en çok} = 90 + 45 + 30 + 18 = 183$$

$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 9 \quad d = 10$$

$$\text{en az} = 1 + 2 + 9 + 10 = 22$$

- 18) İNTEGRALİNTEGRALİNTEGRAL şeklindeki bir yazılışta 976461. harf nedir?

İNTEGRAL → 8 lı blok

$$\begin{array}{r} 976461 \\ \hline 8 \\ \hline 17 \\ \hline 16 \\ \hline 16 \\ \hline 16 \\ \hline 046 \\ \hline 40 \\ \hline 61 \\ \hline 96 \\ \hline 5 \end{array}$$

baştan 5. harftir
cevap: 5

- 19) 1 Aralık'ın Pazar günü olduğu bir yılda, yeni yılın ilk günü hangi güne rastlar?

artık

0	5	M	N	M	H	T	A	E	E	K
31	29	31	30	31	30	31	31	30	31	30

336 gün Pazar

1 gün ? 47 hafta gün önce

$$\begin{array}{r} 335 \\ - 28 \\ \hline 55 \\ - 49 \\ \hline 6 \end{array}$$

Pazartesi'dir.

- 20) Perşembe günü saat 13:00'ı gösteren bir saat, 2010 saat sonra hangi gün ve saati gösterir?

$$\begin{array}{r} 2100 \\ - 192 \\ \hline 1808 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ \hline 87 \text{ gün} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ - 84 \\ \hline 3 \text{ gün} \end{array}$$

12 saat

perşembe 13 + 3 gün 12 saat

Cuma 01 + 3 gün saat

Pazartesi 01.00