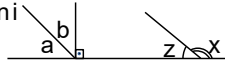


DOĞRUDA VE ÜÇGENDE AÇI BAĞINTILARI

1. Tümler açılar birbirlerini 90° ye bütünler açılar birbirlerini 180° ye tamamlar



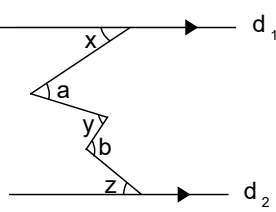
Örnek...1 :

Bütünler iki açının oranı 0,6 ise küçük açının tümüleri kaç derecedir?

$$\frac{\text{Açı 1}}{x} = \frac{\text{Bütünler}}{180-x} \quad \frac{x}{180-x} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad 5x = 540 - 3x \quad 8x = 540 \quad x = 67,5$$

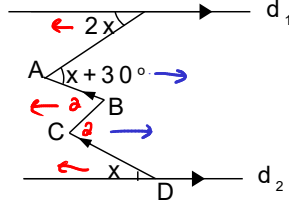
$$\text{Tümüleri } 90 - 67,5 = 22,5$$

2. d_1 ve d_2 paralel doğrular ise oluşan açılar için $x+y+z=a+b$ bağıntısı geçerlidir



Örnek...2 :

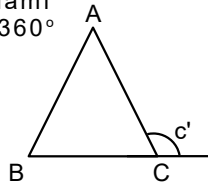
Şekilde $d_1 \parallel d_2$, $AB \parallel CD$ dir. Verilen açı ölçülerine göre x kaçtır?



$$2x + a + x = x + 30 + a \quad x = 15^\circ$$

3. Üçgende iç açılar toplamı 180° , dış açılar toplamı 360° dir.

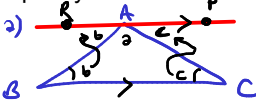
$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ \\ m(\widehat{A}') + m(\widehat{B}') + m(\widehat{C}') = 360^\circ$$



Bir dış açı komşu olmayan iki içi açının toplamıdır.

Örnek...3 :

- a) Üçgende iç açılar toplamının 180 derece olduğunu ispatlayınız.
b) Üçgende dış açılar toplamının 180 derece olduğunu ispatlayınız.



$$RP \parallel BC \\ m(\widehat{PAC}) = m(\widehat{C}) \quad \text{çünkü} \\ m(\widehat{PAB}) = m(\widehat{B}) \\ b + 2c = 180 \quad (\text{doğru açı}) \\ \text{q. E. D.}$$

$$b) \quad 180 - a + 180 - b + 180 - c = 540 - (a + b + c) = 360^\circ$$

Örnek...4 :

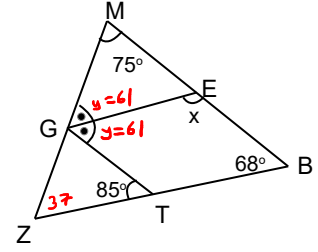
MBZ bir üçgendir.
 $m(\widehat{M}) = 75^\circ$, $m(\widehat{B}) = 68^\circ$
 $m(\widehat{ZTG}) = 85^\circ$ ve $[EG]$ açıortay ise
 $m(\widehat{GEB}) = x$ kaç derecedir?

$$m(\widehat{Z}) = 180 - (75 + 68) = 37$$

$$2y = 37 + 85 = 122$$

$$y = 61$$

$$x = 75 + 61 = 136$$



Örnek...5 :

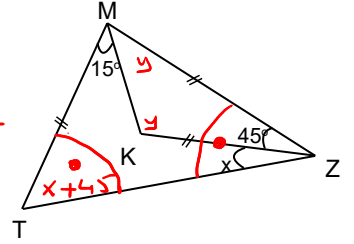
MTZ bir üçgendir.
 $|TM| = |MZ| = |KZ|$,
verilenlere göre x kaç derecedir?

$$2y + 45 = 180 \rightarrow y = 67,5$$

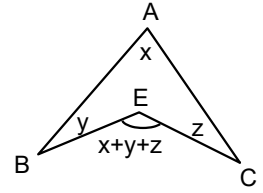
$$y = 2x + 60 \quad (\text{bumerang})$$

$$67,5 = 2x + 60$$

$$x = \frac{15}{4}$$



4. Şekilde $m(\widehat{BEC}) = x+y+z$ (Bumerang şekli)

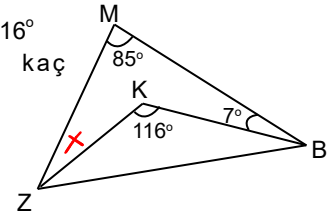


Örnek...6 :

MBZ bir üçgendir.
 $m(\widehat{BMZ}) = 85^\circ$, $m(\widehat{BKZ}) = 116^\circ$
 $m(\widehat{MBK}) = 7^\circ$, $m(\widehat{MZK})$ kaç derecedir?

$$x + 85 + 7 = 116$$

$$x = 24$$

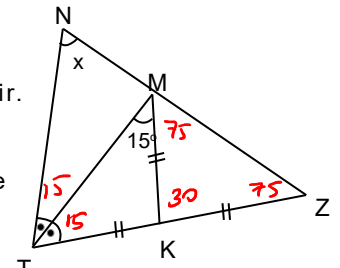


Örnek...7 :

NTZ bir üçgendir.
 $[TM]$ açıortaydır.
 $m(\widehat{TMK}) = 15^\circ$
 $|TK| = |KZ| = |MK|$ ise
 $m(\widehat{N})$ kaç derecedir?

$$x + 15 = 90$$

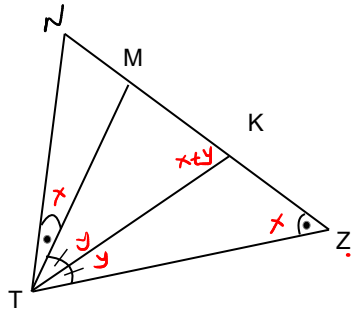
$$x = 75$$



MTK, MKZ ikizkenar üçgenler
 $m(\widehat{K}) = 15 + 15$ (2 içi 1 dışı)

Örnek...8 :

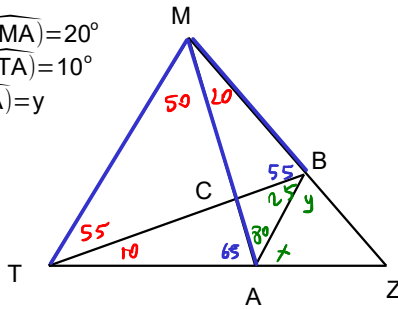
NTZ bir üçgendir.
[TK] MTN açısının
açıortaydır.
 $m(\widehat{TKN})=68^\circ$,
 $m(\widehat{NTZ})=84^\circ$ olduđu
na göre $m(\widehat{NZZ})$ kaç
derecedir?



$$\begin{aligned} - / x+y &= 68 \\ x+2y &= 84 \\ \hline y &= 16 \\ x &= 52 \end{aligned}$$

Örnek...9 :

MTZ bir üçgendir,
 $m(\widehat{TMA})=50^\circ$, $m(\widehat{BMA})=20^\circ$
 $m(\widehat{MTB})=55^\circ$, $m(\widehat{BTA})=10^\circ$
 $m(\widehat{BAZ})=x$, $m(\widehat{ZBA})=y$
ise $x-y$ kaçtır?



açılar eşittir
 $|TM|=|MA|=|MB|$

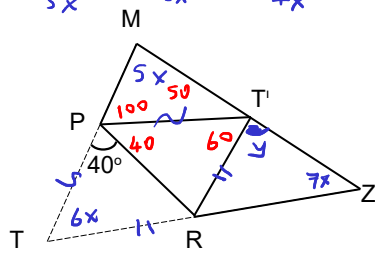
$$\begin{aligned} y+10 &= 180 \rightarrow y = 170 \\ x+145 &= 180 \rightarrow x = 35 \\ x-y &= -135 \end{aligned}$$

Örnek...10 :

Şekilde MTZ üçgen biçiminde bir kağıttır.

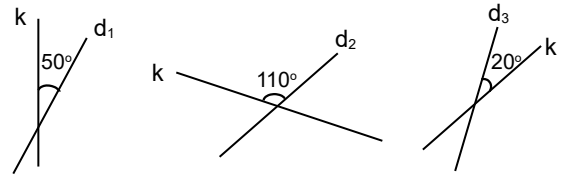
$$m(\widehat{TPR})=40^\circ, \quad 42 \cdot s(\widehat{M})=35 \cdot s(\widehat{T})=30 \cdot s(\widehat{Z})$$

Bu kağıdı PR
doğrusu
boyunca
katlırsak T ve
T' noktaları
çakışmaktadır.
Buna göre,
 $s(\widehat{RT'Z})$ kaçtır?

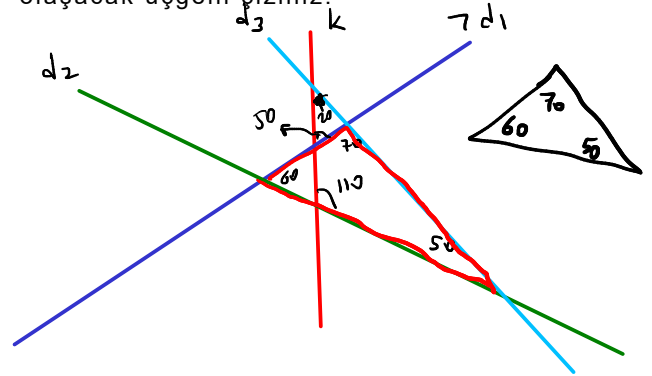


$$|TP|=|PT'|, |TR|=|RT'|$$

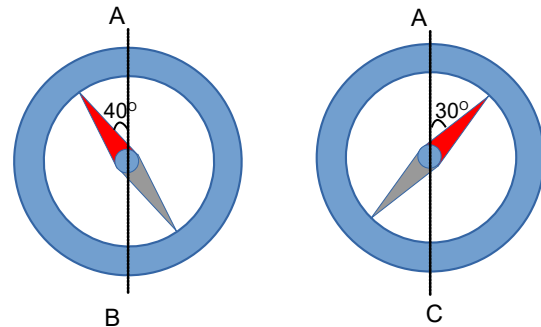
$$\begin{aligned} 5x+6x+7x &= 180 \rightarrow x = 10 \\ y+60 &= 100+50 \rightarrow y = 90 \end{aligned}$$

Örnek...11 :

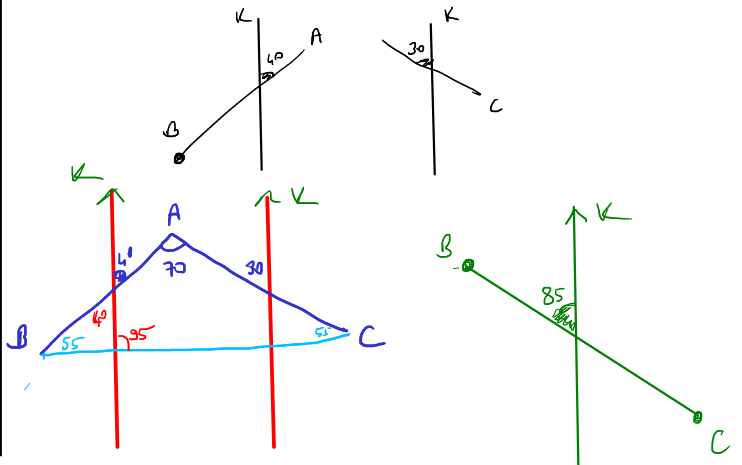
aynı düzlemde bulunan d_1 , d_2 ve d_3
doğrularının yine bu düzlemde bulunan bir k
doğrusu ile yaptıkları açılar verilmiştir. Buna
göre, d_1 , d_2 ve d_3 doğrularının kesişimiyle
olaşacak üçgeni çiziniz.

**Örnek...12 :**

Şekildeki A noktasının B ve C noktalarına
uzaklığı eşittir. Pusulanın kırmızı ucu kuzeyi
göstermektedir.



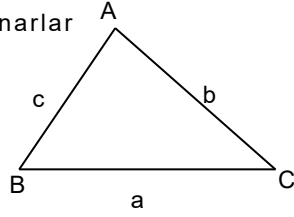
Buna göre B noktasından C noktasına giden
bir gemide pusula nasıl ayarlanmalıdır?



AÇI KENAR BAĞINTILARI

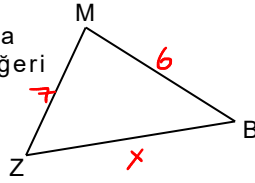
1. Bir üçgenin çizilebilmesi için kenarlar arasında

$|a-b| < c < a+b$
 $|a-c| < b < a+c$
 $|c-b| < a < c+b$
 bağıntıları geçerli olmalıdır



Örnek...13 :

MBZ bir üçgendir. $|MB|=6br$, $|MZ|=7br$ olduğuna göre $|BZ|$ nin asal sayı değeri toplamı kaçtır?



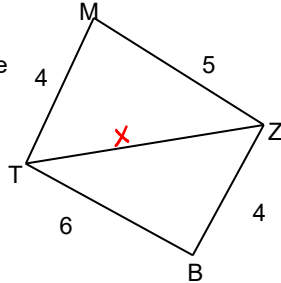
$$7b < x < (7+6)b$$

$$1 < x < 13$$

\downarrow
 2, 3, 5, 7, 11 \rightarrow 5 değer

Örnek...14 :

MTBZ bir dörtgendir. Verilen uzunluklara göre TZ köşegeni kaç farklı tam sayı değer alır?

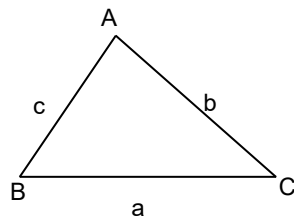


$$1 < x < 9 \quad (\triangle MTZ)$$

$$2 < x < 10 \quad (\triangle BTZ)$$

bu iki $2 < x < 9$
 \downarrow
 3, 4, 5, 7, 8 \rightarrow 6 değer

2. Bir üçgende büyük açı karşısında büyük kenar bulunur. Bu önermenin tersi de doğrudur.



$$a < b < c \Leftrightarrow m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$$

Örnek...15 :

Bir MTZ üçgenin kenar uzunlukları m, t ve z dir. Bu üçgenin kenar uzunlukları için $m+z=12$, $m+t=13$, $t+z=15$ olduğuna göre ,
 a) bu üçgenin çevresini bulunuz
 b) bu üçgenin kenar uzunluklarını bulunuz.
 c) bu üçgenin açılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

$$m+z=12 \quad a) C=m+t+z=20$$

$$m+t=13 \quad b) t=8, z=7, m=5$$

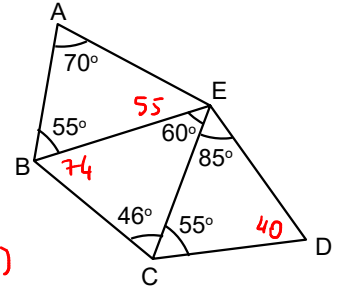
$$t+z=15$$

$$2(m+t+z)=40$$

$$c) m(\hat{T}) > m(\hat{Z}) > m(\hat{M})$$

Örnek...16 :

ABC, BEC ve ECD birer üçgendir. Şekilde verilen açı ölçülerine göre en uzun kenar hangi kenardır?



$$|AB| = |AE| < |BE| \quad (\triangle ABE)$$

$$|BE| < |BC| < |EC| \quad (\triangle BEC)$$

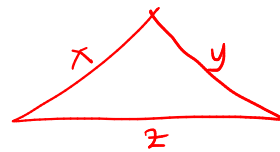
$$|EC| < |ED| < |CD| \quad (\triangle CED)$$

$$|AB| = |AE| < |BE| < |BC| < |EC| < |ED| < |CD|$$

\rightarrow en uzun kenar

Örnek...17 :

Kenar uzunlukları tamsayı olan çeşitkenar bir üçgenin çevresi 42 birimdir. Bu üçgende en büyük kenar uzunluğu kaç farklı değer alır?



$$x+y+z=42$$

$$x > y > z \text{ olan.}$$

$$x < \frac{42-x}{2}$$

$$2x < 42$$

$$x < 21$$

x	y+z
20	22
19	23
18	24
17	25
16	26
15	27
14	28

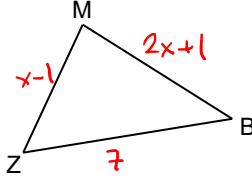
6 değer

\rightarrow en uzun x olmaz

DEĞERLENDİRME

- 1) MBZ bir üçgendir.

$|MB|=2x+1$ br,
 $|MZ|=x-1$ br $|BZ|=7$ br,
 olduğuna göre $|BM|$ kaç
 farklı tam sayı değeri alır

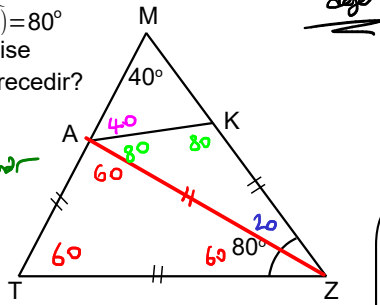


$x > 1$
 $2x+1 - (x-1) < 7 < 2x+1 + x-1$
 $x+2 < 7 < 3x \rightarrow \frac{7}{3} < x < 5 \quad | \cdot 2$

$\frac{14}{3} < 2x < 10 \rightarrow \frac{17}{3} < 2x+1 < 11$

- 2) MTZ bir üçgendir.

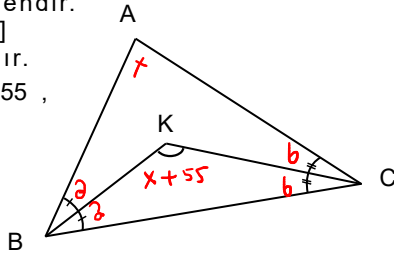
$m(\widehat{M})=40^\circ$ $m(\widehat{Z})=80^\circ$
 $|AT|=|TZ|=|ZK|$ ise
 $m(\widehat{ZKA})$ kaç derecedir?



[A2] çizilince \widehat{ZTA} eşlenir
 \widehat{KAZ} ikizkenar olur.
 $m(\widehat{AZK})=20^\circ$
 $m(\widehat{AKZ})=80^\circ$

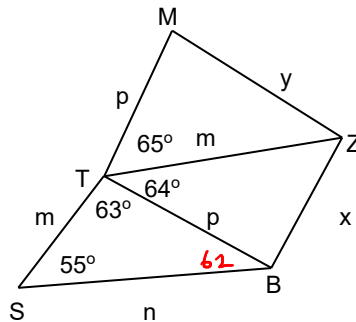
- 3) ABC bir üçgendir.

$[BK]$ ve $[KC]$
 açıortaylardır.
 $m(\widehat{BKC})=x+55$,
 $m(\widehat{BAC})=x$
 olduğuna göre
 $m(\widehat{BKC})$ kaç
 derecedir?



$2b+x = x+55 \Rightarrow 2b = 55$
 $m(\widehat{BKC}) = 180 - (2b) = 180 - 55 = 125^\circ$

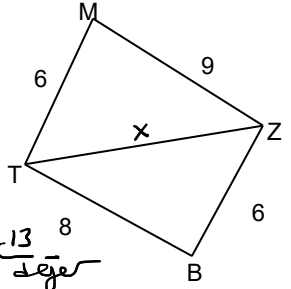
- 4) MTZ, TBZ, STB
 birer üçgendir.
 Şekilde verilen
 açı ve
 uzunluklara göre
 kenar
 uzunluklarını
 küçükten büyüğe
 sıralayınız.



$p < m < n$
 $n < x < y$
 $p < m < n < x < y$

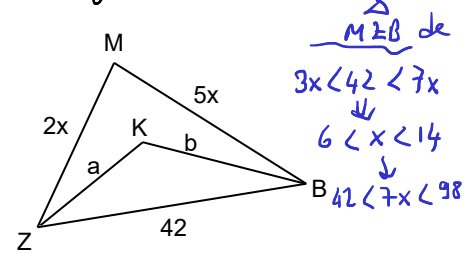


- 5) MTBZ bir dörtgendir.
 Verilen uzunluklara göre
 TZ köşegeni kaç farklı
 tamsayı değeri alır?



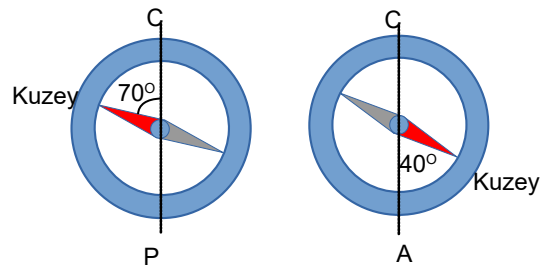
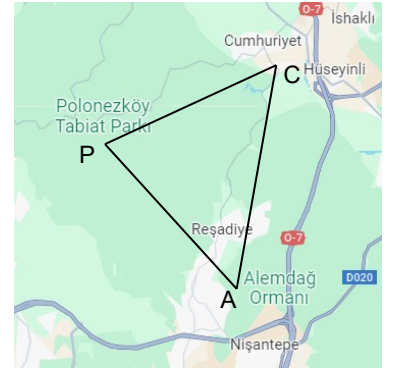
$3 < x < 15$ (\widehat{MTZ})
 $2 < x < 14$ (\widehat{TBZ})
 $3 < x < 14 \rightarrow \frac{4.5-13}{10}$ değer

- 6) MBZ bir üçgendir.,
 $|KZ|=a$, $|KB|=b$,
 $|ZM|=2x$,
 $|MB|=5x$
 olduğuna göre
 $|MB|=5x$ \widehat{KZB}
 tamsayı olarak en
 çok kaç olabilir?



$42 < a+b < 7x < 98$
 $a+b = 97$ alırsa $4(KZB) = 97 + 42 = 139$

- 7) Feridun, Cumhuriyet
 mahallesinde bulunan
 evinden belirli bir hızla
 yürüyerek önce şekilde
 P noktasıyla gösterilen
 Polonezköy Tabiat
 parkına, başka bir gün
 ise yine aynı sabit
 hızla yürüyerek şekilde
 A noktasıyla gösterilen
 Alemdağ ormanına
 gitmiştir. İki yürüyüş
 için geçen süre aynıdır.
 Feridun, C den P ye
 ve A ya giderken pusulasının aşağıdaki şekillerdeki
 gibi olduğunu gözlemlemiştir.



Buna göre, Polonezköy Tabiat parkından Alemdağ ormanına gitmek isterse pusulasını nasıl ayarlamalıdır?

